МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

И.о. проректора по учебной работе

_____Ф.Д.Кодзоева

« 30 »_____06_____2022г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.01.01 Специальные функции

Направление подготовки

01.03.01 –МАТЕМАТИКА

Квалификация выпускника

БАКАЛАВР

Форма обучения

Очная

Магас, 2022г

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Специальные функции», относящаяся к дисциплинам по выбору профессионального цикла, предназначена для ознакомления будущих бакалавров со специальным функциям : бета-функция, гамма-функция, интегральный логарифм, интеграл вероятности, интегральный синус, интегральный косинус, эллиптические функции. Построение курса направлено на формирование у обучаемых представления о прикладных возможностях математики.

Перечень профессиональных стандартов, обобщенных трудовых функций и трудовых функций, соответствующих профессиональной деятельности выпускников

Наименование документа	Код	Наименование базовой группы, должности (профессии) или специальности
ОК3	2320	Преподаватели в средней школе
	2340	Преподаватели в системе специального образования

Код и наименование профессионального стандарта	**Обобщенные трудовые функции**			**Трудовые функции**		
	Код	**Наименование**	**Уровень квалификации**	**Наименование**	**Код**	**Уровень (подуровень) квалификации**
01.001 Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании) (воспитатель, учитель)	A	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	6	Общепедагогическая функция. Обучение	A/01.6	6
				Воспитательная деятельность	A/02.6	6
				Развивающая деятельность	A/03.6	6
	B	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ	6	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования	B/03.6	6

Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина относится к блоку 1: «Дисциплины(модули)». К части, формируемой участниками образовательных отношений. Читается в 7 семестре. Находится под индексом Б1.В.ДВ.01.01.

2. Результаты освоения дисциплины (модуля) Специальные функции

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Код компетен-ции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие; УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи; УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов; УК-1.4. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения; УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.
ПК-1	Способен определить общие формы и зако-номерности отдельной предметной области	ПК-1.1: Знает особенности современного этапа развития образования в мире, этапы развития математики. ПК-1.2: Умеет системно анализировать информацию, сопоставлять, делать выводы ПК-1.3: Владеет современными методами, методологией научно-исследовательской деятельности в области математики, демонстрирует понимание общей структуры данной дисциплины.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля) Специальные функции

4.1. Структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часа.

Вид учебной работы	**Всего**	**Порядковый номер семестра**			
Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:	144 з.е.	7			
Курсовой проект (работа)	не предусмотрено				
Аудиторные занятия всего (в акад. часах), в том числе:	56	56			
Лекции	30	30			
Практические занятия, семинары	26	26			
Лабораторные работы					
Самостоятельная работа всего (в акад. часах), в том числе:	88	88			
КСР					
Экзамен					
Общая трудоемкость дисциплины	144	144			

№/№	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)									Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра). Формы промежут. аттест						
			Аудиторная работа					Самостоятельная работа										
			всего	лекции	Практ. занятия	Лаборат. занятия	Др.виды контак. раб.	Всего	Курсов. раб(.проект)	Подготовка к экз.	Другие виды	Собеседование	Колоквиум	Проверка тестов	Проверка контр.раб	Проверка реферата	Проверка эссе и	Курсовая работа
	Раздел 1. Гамма-функции			**6**	**4**			**22**										
1.1	Эйлеров интеграл первого рода (бета-функция). Эйлеров интеграл второго рода (гамма-функция). Бесконечные произведения. Формула Эйлера-Гаусса и ее следствия.			2	2													
1.2	Формула Вейерштрасса, логарифмическая производная гамма-функции. Приложения гамма-функции. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы с Гамма-функцией.			4	2													
	Раздел 2. Гипергеометричес-каяфункция			**8**	**6**			**22**										
2.1	Определение и свойства гипергеометрической функции. Выражение некоторых функций через гипергеометрическую функцию. Вырожденная гипергеометрическая функция.			4	2													
2.2	Функции СКМ Maple, предназначенные для работы с гипергеометрической			4	4													

	функцией. Представления некоторых функции через гипергеометрическую функцию.																	
	Раздел 3. Цилиндрические функции			**8**	**8**			**22**										
3.1	Интегрирование уравнения Бесселя. Рекуррентные формулы. Исследование решений уравнения Бесселя. Цилиндрические функции второго рода. Производящая функция, интеграл Бесселя. Функции Неймана.			4	4													
3.2	Функции Ханкеля. Модифицированные цилиндрические функции. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы с цилиндрическими функциями. Математическое и компьютерное моделирование колебаний круглой мембраны.			4	4													
	Раздел 4. Полиномы Лежандра и сферические функции			**8**	**8**			**22**										
4.1	Производящая функция полиномов Лежандра, рекуррентные формулы. Свойства полиномов Лежандра, разложение функции в ряд по полиномам Лежандра.			4	4													
4.2	Сферические функции. Интегрирование волнового уравнения. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы с полиномами Лежандра. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы со сферическими функциями. Работа со специальными функциями в Maple.			4	4													
Общая трудоемкость, в часах		7	144	30	26	-	-	88	-			Промежуточная аттестация						
												Форма						
												Зачет						-
												Зачет с оценкой						+
												Экзамен						

4.2. Содержание дисциплины (модуля)

Раздел 1. Гамма-функция

Тема 1.1. Эйлеров интеграл первого рода (бета-функция). Эйлеров интеграл второго рода (гамма-функция). Бесконечные произведения. Формула Эйлера-Гаусса и ее следствия.

Тема 1.2. Формула Вейерштрасса, логарифмическая производная гамма-функции. Приложения гамма-функции. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы с Гамма-функцией.

Раздел 2. Гипергеометрическая функция

Тема 2.1. Определение и свойства гипергеометрической функции. Выражение некоторых функций через гипергеометрическую функцию. Вырожденная гипергеометрическая функция.

Тема 2.2. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы с гипергеометрической функцией. Представления некоторых функции через гипергеометрическую функцию.

Раздел 3. Цилиндрические функции

Тема 3.1. Интегрирование уравнения Бесселя. Рекуррентные формулы. Исследование решений уравнения Бесселя. Цилиндрические функции второго рода. Производящая функция, интеграл Бесселя. Функции Неймана.

Тема 3.2. Функции Ханкеля. Модифицированные цилиндрические функции. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы с цилиндрическими функциями. Математическое и компьютерное моделирование колебаний круглой мембраны.

Раздел 4. Полиномы Лежандра и сферические функции

Тема 4.1. Производящая функция полиномов Лежандра, рекуррентные формулы. Свойства полиномов Лежандра, разложение функции в ряд по полиномам Лежандра.

Тема 4.2. Сферические функции. Интегрирование волнового уравнения. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы с полиномами Лежандра. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы со сферическими функциями. Работа со специальными функциями в Maple.

Темы лабораторных работ (Лабораторный практикум)

Не предусмотрены учебным планом ООП

Примерная тематика курсовых работ

Не предусмотрены учебным планом ООП

5.Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены. В течение семестров студенты решают задачи, указанные преподавателем.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ п/п	Наименование раздела (темы)	Вид самостоятельной работы	Трудоемкость (в академических часах)
Раздел 1	**Гамма-функция**		**22**
1.1	Эйлеров интеграл первого рода (бета-функция). Эйлеров интеграл второго рода (гамма-функция). Бесконечные произведения. Формула Эйлера-Гаусса и ее следствия.	**Аудиторная работа**	
1.2	Формула Вейерштрасса, логарифмическая производная гамма-функции. Приложения гамма-функции. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы с Гамма-функцией.	**Аудиторная работа**	
Раздел 2	**Гипергеометрическая функция**		**22**
2.1	Определение и свойства гипергеометрической функции. Выражение некоторых функций через гипергеометрическую функцию. Вырожденная гипергеометрическая функция.	**Теоретический тест**	
2.2	Функции СКМ Maple, предназначенные для работы с гипергеометрической функцией. Представления некоторых функции через гипергеометрическую функцию.	**Аудиторная работа**	
Раздел 3	**Цилиндрические функции**		**22**
3.1	Интегрирование уравнения Бесселя. Рекуррентные	**Аудиторная работа**	

	формулы. Исследование решений уравнения Бесселя. Цилиндрические функции второго рода. Производящая функция, интеграл Бесселя. Функции Неймана.		
3.2	Функции Ханкеля. Модифицированные цилиндрические функции. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы с цилиндрическими функциями. Математическое и компьютерное моделирование колебаний круглой мембраны.	**Аудиторная работа**	
Раздел 4	**Полиномы Лежандра и сферические функции**		**22**
4.1	Производящая функция полиномов Лежандра, рекуррентные формулы. Свойства полиномов Лежандра, разложение функции в ряд по полиномам Лежандра.	**Аудиторная работа**	
4.2	Сферические функции. Интегрирование волнового уравнения. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы с полиномами Лежандра. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы со сферическими функциями. Работа со специальными функциями в Maple.	**Контрольная работа**	

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы,

	все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа является одним из видов учебной деятельности обучающихся, способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине осуществляется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия.

Виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы, их характер, учитывать специфику изучаемой учебной дисциплины, индивидуальные особенности обучающегося.

Контроль самостоятельной работы и оценка ее результатов организуется как единство двух форм:

1.самоконтроль и самооценка обучающегося;

2.контроль и оценка со стороны преподавателя.

Организация и руководство аудиторной самостоятельной работы

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Основными видами аудиторной работы самостоятельной работы являются:

- выполнение лабораторных и практических работ осуществляется на лабораторных и практических занятиях в соответствии с графиком учебного процесса. Для обеспечения самостоятельной работы преподавателями разрабатываются методические указания по выполнению лабораторной /практической работы.

Работа с литературой, другими источниками информации, в т.ч. электронными, может реализовываться на семинарских и практических занятиях. Данные источники информации могут быть представлены на бумажном и/или электронном носителях, в том числе, в сети Интернет.

Преподаватель формулирует цель работы с данным и источником информации, определяет время на проработку документа и форму отчетности.

Само и взаимопроверка выполненных заданий чаще всего используется на семинарском, практическом и других видах занятий. Проблемная /ситуационная задача должна иметь четкую формулировку, к ней должны быть поставлены вопросы, ответы на которые необходимо найти и обосновать. Критерии оценки правильности решения проблемной/ситуационной задачи должны быть известны всем обучающимся.

Организация и руководство внеаудиторной работы

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

При предъявлении видов заданий на внеаудиторную самостоятельную работу рекомендуется использовать дифференцированный подход к уровню подготовленности обучающегося. Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель проводит консультацию с определением цели задания, его содержания, сроков выполнения, ориентировочного объема работы, основных требований к результатам работы, критериев оценки, форм контроля и перечня литературы. В процессе консультации преподаватель предупреждает о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания.

Для методического обеспечения и руководства самостоятельной работой в образовательном учреждении разрабатываются учебные пособия, методические рекомендации по самостоятельной подготовке к различным видам занятий с учетом специальности учебной дисциплины, особенностей контингента студентов, объема и содержания самостоятельной работы, форм контроля и т.п.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня подготовленности обучающихся.

Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть:

- для овладения знаниями: чтения текста; составления плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочникам; учебно-исследовательская работа; использование аудио и видеозаписей, компьютерной техники и Интернет ресурсов и др.;

- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции; повторная работа над учебным материалом; составление плана, тезисов ответа; составление таблиц, ребусов, кроссвордов, глоссария для систематизации учебного материала; изучение словарей, справочников; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста; подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции; подготовка

рефератов, докладов; составление биографий, заданий в тестовой форме и др.

- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; составление схем; решение ситуационных производственных зада; подготовка к деловым и ролевым играм; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности, подготовка презентаций, творческих проектов; подготовка курсовых и выпускных работ; опытно-экспериментальная работа; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности и др.

Для обеспечения внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине преподавателем разрабатывается перечень заданий для самостоятельной работы, который необходим для эффективного управления данным видом учебной деятельности обучающихся.

Преподаватель осуществляет управление самостоятельной работой, регулирует ее объем на одно учебное занятие и осуществляет контроль выполнения всеми студентами группы. Для удобства преподаватель может вести ведомость учета выполнения минимума заданий, необходимы для допуска к итоговой аттестации по дисциплине.

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Студент самостоятельно определяет режим своей внеаудиторной работы и меру труда, затрачиваемого на овладение знаниями и умениями по каждой дисциплине, выполняет внеаудиторную работу по индивидуальному плану, в зависимости от собственной подготовки, бюджета времени и других условий.

Ежедневно студент должен уделять выполнению внеаудиторной самостоятельной работы в среднем не менее 3 часов.

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультацией с целью уточнения задания, формы контроля выполненного задания.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Найти область определения функций

1. $y = \dfrac{1+x}{3-x}$; $x \neq 3$.

Ответ: $x \in (-\infty; 3) \cup (3; \infty)$.

2. $y = \dfrac{1}{\sin x}$; $\sin x \neq 0 \Rightarrow x \neq \pi n$, $n \in Z$.

Ответ: $x \in (-\infty; \infty)$; $x \neq \pi n$, $n \in Z$.

3. $y = \log_2(x^2 - 1)$; $x^2 - 1 > 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) > 0 \Rightarrow x < -1$ и $x > 1$.

Ответ: $x \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$.

4. $y = \sqrt{-x}$; $-x \geqslant 0 \Rightarrow x \leqslant 0$.

Ответ: $x \in (-\infty; 0]$.

5. $y = \sqrt{\dfrac{2+x}{2-x}}$; $\dfrac{2+x}{2-x} \geqslant 0 \Rightarrow \dfrac{x+2}{x-2} \leqslant 0$.

Метод интервалов:

Ответ: $x \in [-2; 2)$.

6. $y = \dfrac{\sqrt{x+2}}{x-3}$;

$$\begin{cases} x + 2 \geqslant 0, \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geqslant -2, \\ x \neq 3. \end{cases}$$

Ответ: $x \in [-2; 3) \cup (3; \infty)$.

7. $y = \dfrac{1}{3^x - 3^{-x}}$; $3^x - 3^{-x} \neq 0 \Rightarrow 3^x \neq 3^{-x} \Rightarrow x \neq -x \Rightarrow$ $\Rightarrow 2x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$.

Ответ: $x \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$.

8. $f(x) = \log_3 x^2$; $x^2 > 0 \Rightarrow x \neq 0$.

Ответ: $x \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$.

9. $f(x) = \log_x 5$;

$$\begin{cases} x > 0, \\ x \neq 1. \end{cases}$$

Ответ: $x \in (0; 1) \cup (1; \infty)$.

10. $y = \arcsin 2x$; т. к. $\sin y = 2x$, то $-1 \leqslant 2x \leqslant 1 \Rightarrow$ $\Rightarrow -\dfrac{1}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{1}{2}$.

Ответ: $x \in \left[-\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{2}\right]$.

11. $y = \operatorname{ctg} x$; т. к. $\operatorname{ctg} x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$, $\sin x \neq 0 \Rightarrow x \neq \pi n$, $n \in Z$.

Ответ: $x \in (-\infty; \infty)$, $x \neq \pi n$, $n \in Z$.

12. $y = \sqrt[4]{x^4 - 1}$; $x^4 - 1 \geqslant 0 \Rightarrow (x^2 + 1)(x^2 - 1) \geqslant 0 \Rightarrow x^2 -$ $- 1 \geqslant 0 \Rightarrow x \leqslant -1$ и $x \geqslant 1$.

Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup [1; \infty)$.

13. $f(x) = \dfrac{x - 1}{x^2 - 4x + 3}$; $x^2 - 4x + 3 \neq 0$, если $x^2 - 4x + 3 = 0$, то $x_1 = 1$ и $x_2 = 3 \Rightarrow x \neq 1$ и $x \neq 3$.

Ответ: $x \in (-\infty; 1) \cup (1; 3) \cup (3; \infty)$.

14. $f(x) = \dfrac{3 - x^2}{\sqrt{x^2 + 2x - 8}}$; $x^2 + 2x - 8 > 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 2) >$ > 0.

Метод интервалов:

Ответ: $x \in (-\infty; -4) \cup (2; \infty)$.

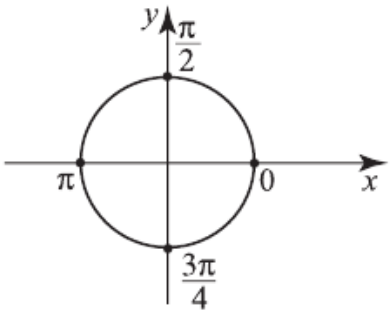
15. $y = \sqrt{2^x - 3^x}$; $2^x - 3^x \geqslant 0 \Rightarrow 2^x \geqslant 3^x \Rightarrow \dfrac{2^x}{3^x} \geqslant 1 \Rightarrow$ $\Rightarrow \left(\dfrac{2}{3}\right)^x \geqslant \left(\dfrac{2}{3}\right)^0 \Rightarrow x \leqslant 0$.

Ответ: $x \in (-\infty; 0]$.

16. $y = \dfrac{1 - \cos^2 x}{\operatorname{tg}^2 x}$;

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x \neq 0, \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 0, \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pi n, n \in Z, \\ x \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z. \end{cases}$$



Отметим эти точки на окружности.

$x \neq \dfrac{\pi}{2} n$, $n \in Z$.

Ответ: $x \in (-\infty; \infty)$, $x \neq \dfrac{\pi}{2} n$, $n \in Z$.

17. $y = \arcsin \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$;

$$-1 \leqslant \frac{x^2-3x+2}{x-2} \leqslant 1 \Rightarrow -1 \leqslant \frac{(x-2)(x-1)}{x-2} \leqslant 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \neq 2, \\ -1 \leqslant x-1 \leqslant 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2, \\ 0 \leqslant x \leqslant 2. \end{cases}$$

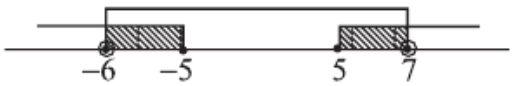
Ответ: $x \in [0; 2)$.

18. $f(x) = \sqrt{x^2-25} + \lg(42+x-x^2)$;

$$\begin{cases} x^2-25 \geqslant 0, \\ 42+x-x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-5)(x+5) \geqslant 0, \\ x^2-x-42 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leqslant -5 \text{ и } x \geqslant 5, \\ (x-7)(x+6) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leqslant -5 \text{ и } x \geqslant 5, \\ -6 < x < 7. \end{cases}$$

Отметим эти интервалы на прямой:



Ответ: $x \in (-6;\ -5] \cup [5; 7)$.

19. $y = \sqrt{\log_2(x^2-3)}$;

$$\begin{cases} x^2-3 > 0, \\ \log_2(x^2-3) \geqslant 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) > 0, \\ x^2-3 \geqslant 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < -\sqrt{3} \text{ и } x > \sqrt{3}, \\ x \leqslant -2 \text{ и } x \geqslant 2. \end{cases}$$

Ответ: $x \in (-\infty;\ -2] \cup [2; \infty)$.

20. $f(x) = \log_3(1-2\cos x)$;

$1-2\cos x > 0 \Rightarrow 2\cos x < 1 \Rightarrow \cos x < \frac{1}{2}$.

Если $\cos x = \frac{1}{2}$, то $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in Z$. Точка $-\frac{\pi}{3}$ на окружности соответствует точке $\frac{5\pi}{3}$.

Ответ: $x \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n\right)$, $n \in Z$.

2) Найти область значений функции

1. $y = 2\sin x$; $-1 \leqslant \sin x \leqslant 1 \Rightarrow -2 \leqslant 2\sin x \leqslant 2$.

Ответ: $y \in [-2; 2]$.

2. $y = \dfrac{1}{\sin^2 x} + \dfrac{1}{\cos^2 x}$; $\dfrac{1}{\sin^2 x} + \dfrac{1}{\cos^2 x} = \dfrac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} =$
$= \dfrac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} = \dfrac{4}{4\sin^2 x \cos^2 x} = \dfrac{4}{\sin^2 2x}$;

$0 \leqslant \sin^2 2x \leqslant 1 \Rightarrow \dfrac{1}{\sin^2 2x} \geqslant 1 \Rightarrow \dfrac{4}{\sin^2 2x} \geqslant 4$.

Ответ: $y \in [4; \infty)$.

3. $y = \sqrt{2 + x - x^2}$; $y \geqslant 0$.

Обозначим $\varphi(x) = -x^2 + x + 2$, это парабола с ветвями, направленными вниз. Вершина параболы имеет координаты: $x_0 = -\dfrac{1}{-2} = \dfrac{1}{2}$; $y_0 = -\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{2} + 2 = 2\dfrac{1}{4}$.

$0 \leqslant \varphi(x) \leqslant \dfrac{9}{4} \Rightarrow 0 \leqslant y \leqslant \dfrac{3}{2}$.

Ответ: $y \in \left[0; \dfrac{3}{2}\right]$.

4. $y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$; $\dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = \dfrac{x^2 + 1 - 2}{x^2 + 1} = 1 - \dfrac{2}{x^2 + 1}$.

$\dfrac{2}{x^2 + 1} > 0 \Rightarrow 1 - \dfrac{2}{x^2 + 1} < 1$.

При $x \to \infty$ $\dfrac{2}{x^2 + 1} \to 0 \Rightarrow 1 - \dfrac{2}{x^2 + 1} \to 1$.

$\dfrac{2}{x^2 + 1}$ имеет max, когда $x^2 + 1$ имеет min, т. е. при $x = 0$.

$1 - \dfrac{2}{0 + 1} = -1$.

Ответ: $y \in [-1; 1)$.

5. $y = \log_3(1 - 2\sin x)$;

$-1 \leqslant \sin x \leqslant 1$, $-2 \leqslant 2\sin x \leqslant 2$,

$-2 \leqslant -2\sin x \leqslant 2$,

$-1 \leqslant 1 - 2\sin x \leqslant 3$, но $1 - 2\sin x > 0 \Rightarrow 0 < 1 - 2\sin x \leqslant 3 \Rightarrow$
$\Rightarrow \log_3(1 - 2\sin x) \leqslant 1$.

Ответ: $y \in (-\infty; 1]$.

6. $y = 4^{|\cos x|}$; $y > 0$.

$0 \leqslant |\cos x| \leqslant 1 \Rightarrow 1 \leqslant 4^{|\cos x|} \leqslant 4$.

Ответ: $y \in [1; 4]$.

7. $y = 2\sin 5x + 3\cos 5x$;

$2\sin 5x + 3\cos 5x = \sqrt{13}\left(\dfrac{2}{\sqrt{13}}\sin 5x + \dfrac{3}{\sqrt{13}}\cos 5x\right) =$
$= \sqrt{13}(\sin 5x \cos\varphi + \cos 5x \sin\varphi) = \sqrt{13}\sin(5x + \varphi)$, где $\sin\varphi =$
$= \dfrac{3}{\sqrt{13}}$ и $\cos\varphi = \dfrac{2}{\sqrt{13}}$.

$-1 \leqslant \sin(5x+\varphi) \leqslant 1 \Rightarrow -\sqrt{13} \leqslant \sqrt{13}\sin(5x+\varphi) \leqslant \sqrt{13}$.

Ответ: $y \in [-\sqrt{13}; \sqrt{13}]$.

8. $y = \lg\sqrt{x}$; $\sqrt{x} > 0$.

Ответ: $y \in (-\infty; \infty)$.

9. $y = 3^{|x|+1}$;

$|x| \geqslant 0 \Rightarrow |x|+1 \geqslant 1 \Rightarrow 3^{|x|+1} \geqslant 3$.

Ответ: $y \in [3; \infty)$.

10. $y = x^3 + 2x^2 + 7$.

При $x \to -\infty$ $y \to -\infty$, при $x \to \infty$ $y \to \infty$.

Ответ: $y \in (-\infty; \infty)$.

11. $y = |\sin x + 10\cos x + \pi^2|$;

$\sin x + 10\cos x = \sqrt{101}\left(\frac{1}{\sqrt{101}}\sin x + \frac{10}{\sqrt{101}}\cos x\right) =$
$= \sqrt{101}(\sin x\cos\varphi + \cos x\sin\varphi) = \sqrt{101}\sin(x+\varphi)$, где
$\varphi = \operatorname{arctg} 10$, т. к. $\sin\varphi = \frac{10}{\sqrt{101}}$ и $\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{101}}$, т. е. $\operatorname{tg}\varphi = 10$.

$-1 \leqslant \sin(x+\varphi) \leqslant 1 \Rightarrow -\sqrt{101} \leqslant \sqrt{101}\sin(x+\varphi) \leqslant \sqrt{101}$.

$0 \leqslant |\sin x + 10\cos x + \pi^2| \leqslant \sqrt{101} + \pi^2$.

Ответ: $y \in [0; \sqrt{101} + \pi^2]$.

12. $y = \frac{4x+5}{x-2}$;

$\frac{4x+5}{x-2} = \frac{4x-8+13}{x-2} = 4 + \frac{13}{x-2}$; это гипербола, имеющая $y = 4$ своей асимптотой.

Ответ: $y \in (-\infty; 4) \cup (4; \infty)$.

13. $y = 5^{x^2} \cdot 2^{1-x^2}$;

$5^{x^2} \cdot 2 \cdot 2^{-x^2} = 2\left(\frac{5}{2}\right)^{x^2}$; $\left(\frac{5}{2}\right)^{x^2} \geqslant 1 \Rightarrow 2\left(\frac{5}{2}\right)^{x^2} \geqslant 2$;

$\left(\frac{5}{2}\right)^{x^2} \to \infty$ при $x \to \pm\infty$.

Ответ: $y \in (2; \infty)$.

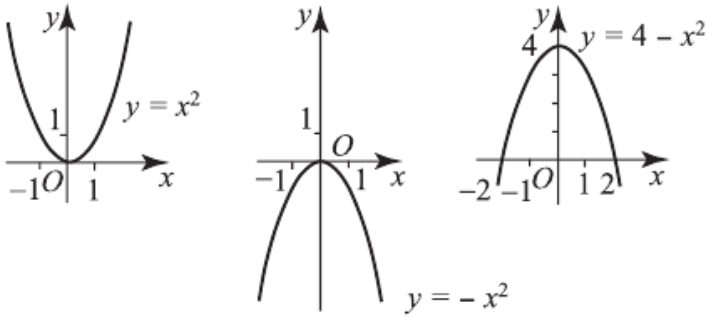
Построить график функций методом преобразования

1. $y = 4 - x^2$.

а) строим график $y = x^2$;

б) преобразуем его в график $y = -x^2$;

в) сдвигаем $y = -x^2$ на 4 единицы вверх и получаем график $y = 4 - x^2$.

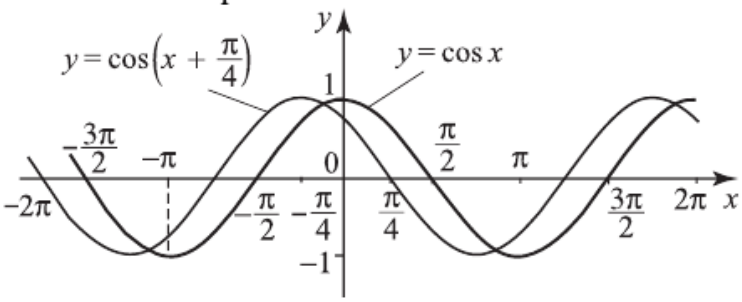


То же можно делать в одной и той же системе координат.

2. $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

а) строим график $y = \cos x$;

б) сдвигаем его на $\frac{\pi}{4}$ влево.

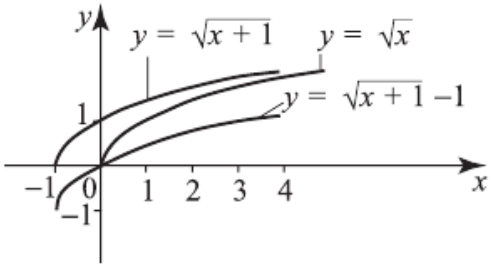


3. $y = \sqrt{x+1} - 1$, $x \geqslant -1$.

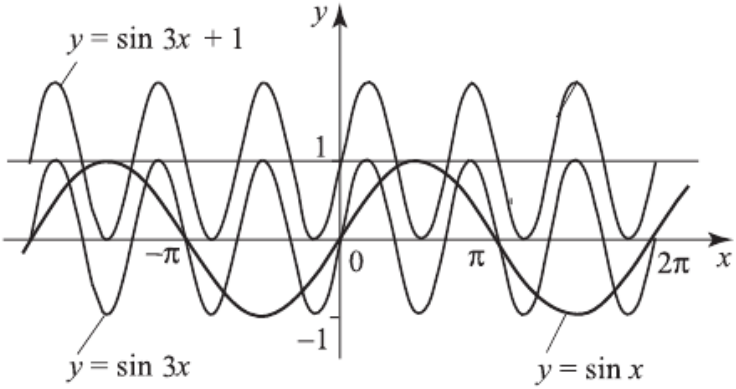
а) строим график $y = \sqrt{x}$;

б) сдвигаем его на 1 влево; $y = \sqrt{x+1}$;

в) сдвигаем график $y = \sqrt{x+1}$ на 1 вниз.



4. $y = \sin 3x + 1$.

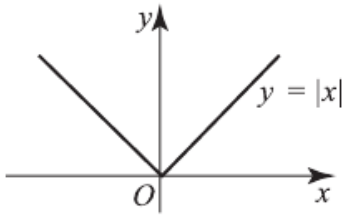


а) $y = \sin x$;
б) $y = \sin 3x$, сжатие 1-го графика в 3 раза вдоль оси x;
в) $y = \sin 3x + 1$, сдвиг на 1 вверх.

5. $y = |x|$.

По определению модуля

$$\begin{cases} y = x, & \text{если } x \geqslant 0; \\ y = -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

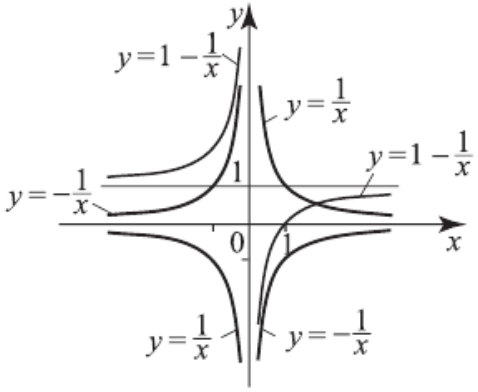


6. $y = \dfrac{x-1}{x}$, $x \neq 0$.

$\dfrac{x-1}{x} = 1 - \dfrac{1}{x}$ — гипербола;

а) $y = \dfrac{1}{x}$; б) $y = -\dfrac{1}{x}$;

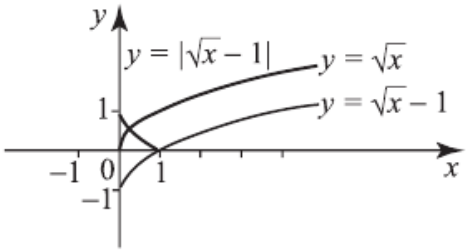
в) $y = 1 - \dfrac{1}{x}$.



7. $y = |\sqrt{x} - 1|$, $x \geqslant 0$.

а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = \sqrt{x} - 1$;

в) $y = |\sqrt{x} - 1|$.



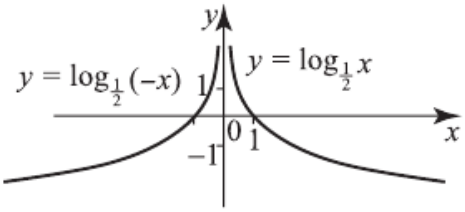
8. $y = \log_{\frac{1}{2}} |x|$, $x \neq 0$.

Функция четная.

а) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$, $x > 0$;

б) $y = \log_{\frac{1}{2}} (-x)$, $x < 0$.

$y = \log_{\frac{1}{2}} |x|$.



9. $y = x^2 - 5|x| + 6$.

Функция четная.

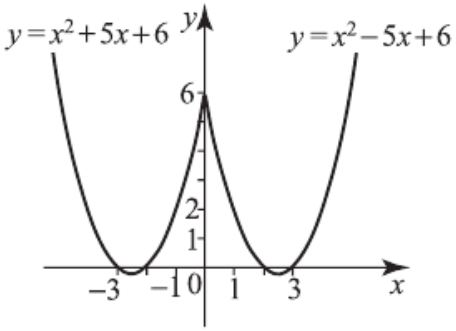
а) $y = x^2 - 5x + 6$, $x \geqslant 0$;

б) $y = x^2 + 5x + 6$, $x < 0$.

Для 1-го графика: $x_1 = 2$;

$x_2 = 3$; $x_0 = 2\dfrac{1}{2}$; $x_0 = -\dfrac{1}{4}$.

$y = x^2 - 5|x| + 6$.



Вопросы к зачету с оценкой:

1. Эйлеров интеграл первого рода (бета-функция).

2. Эйлеров интеграл второго рода (гамма-функция).

3. Бесконечные произведения. Формула Эйлера-Гаусса и ее следствия.

4. Формула Вейерштрасса, логарифмическая производная гамма-функции.

5. Приложения гамма-функции.

6. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы с Гамма-функцией.

7. Гипергеометрическая функция

8. Определение и свойства гипергеометрической функции.

9. Выражение некоторых функций через гипергеометрическую функцию.

10. Вырожденная гипергеометрическая функция.

11. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы с гипергеометрической функцией.

12. Представления некоторых функции через гипергеометрическую функцию.

13. Цилиндрические функции

14. Интегрирование уравнения Бесселя. Рекуррентные формулы. Исследование решений уравнения Бесселя.

15. Цилиндрические функции второго рода.

16. Производящая функция, интеграл Бесселя. Функции Неймана.

17. Функции Ханкеля. Модифицированные цилиндрические функции.

18. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы с цилиндрическими функциями.

19. Математическое и компьютерное моделирование колебаний круглой мембраны.

20. Полиномы Лежандра и сферические функции

21. Производящая функция полиномов Лежандра, рекуррентные формулы.

22. Свойства полиномов Лежандра, разложение функции в ряд по полиномам Лежандра.

23. Сферические функции.

24. Интегрирование волнового уравнения. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы с полиномами Лежандра.

25. Функции СКМ Maple, предназначенные для работы со сферическими функциями. Работа со специальными функциями в Maple.

Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые разделы	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Аудиторная контр.работа(проверка и оценка)	Раздел 1- Раздел 4	УК-1, ПК-1
2	Теоретический тест	Раздел 2	УК-1, ПК-1
3	Самостоятельное решение практических заданий (аудиторная)	Раздел 1- Раздел 4	УК-1, ПК-1
5	экзамен в 1 семестре	Раздел 1 - Раздел 4	УК-1, ПК-1

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) специальные функции

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля) специальные функции.

К основной (обязательной) литературе относятся учебники, учебные пособия, учебно-методическая литература и монографии, изучение которых является обязательным для овладения знаниями в полном объеме по дисциплине в соответствии с данной программой. К основной, прежде всего, относится литература, имеющая гриф Министерства образования и науки Российской Федерации или Учебно-методического объединения, рекомендующих издание к использованию в учебном процессе. В списке основной литературы указывается не более пяти источников, имеющихся в достаточном количестве в фонде библиотеки. Если доступна электронная версия учебников, учебных пособий и т.д., следует указать для них режим доступа.

К дополнительной относится литература, рекомендуемая бакалаврам, магистрам для самостоятельного изучения при выполнении курсового проекта (работы), учебной научно-исследовательской работы, при написании рефератов, для подготовки к семинарам, практическим занятиям, лабораторным работам и другим учебным занятиям, а также для углубления и расширения знаний по данной дисциплине.

Все источники в основной и дополнительной литературе даются с полными библиографическими описаниями в соответствии с российским или западным стандартами оформления.

Для магистратуры обязательно наличие литературы на английском языке.

7.1. Учебная литература:

Основная литература

Кудрявцев Л. Д. - Курс математического анализа: учебник для вузов, рек. МО РФ : в 3 т. - Москва: Дрофа, 2006.

Дополнительная литература

Дунаев А.С., Шлычков В.И. - Специальные функции: учебное пособие - Екатеринбург: Уральский федеральный университет, 2015.

7.2. Интернет-ресурсы

Поскольку в настоящее время при работе с информацией широко используются ресурсы телекоммуникационной сети «Интернет» (далее — сеть «Интернет»), то следует указать перечень сайтов, использующихся для получения дополнительных знаний по изучаемой дисциплине. Также следует указать адрес сайта, содержащего учебную информацию по курсу (при его наличии), принципы размещения в нем информации и способы работы с сайтом.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	**Exponenta**.ru	www.exponenta.ru	На сайте размещены электронные учебники, справочники, статьи, примерами применения математических пакетов в образовательном процессе, демо-версии п о пулярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
2.	**Math**.ru	www.math.ru	Математический сайт для школьников, студентов, учителей и всех, кто интересуется математикой.
3.	**Математика**	www.mathematics.ru	Учебный материал по различным разделам математики.
4.	**Математика для студентов и прочее.**	www.xplusy. isnet.ru	Содержит большое количество видеолекций для школьников, абитуриентов и студентов по математике и физике.
5.	**Российское образование.**	www.edu.ru	Федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты **ЕГЭ.**

7.3. Программное обеспечение:

1. Microsoft Excel
2. Microsoft Word
3. Microsoft PowerPoint

7.4. Материально-техническое обеспечение

В организации учебного процесса необходимыми являются средства, обеспечивающие аудиовизуальное восприятие учебного материала (специализированное демонстрационное оборудование):

1.Доска и мел (или более современные аналогии)

2. компьютерные и мультимедийные технологии

3.микрофон и соответствующие установки (для работы в больших аудиториях с многочисленными группами студентов).

Рабочая программа по дисциплине «Специальные функции» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 «Математика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018г №8.

Программу составил:
Профессор кафедры «Математический анализ», к.ф.-м.н. Султыгов Магомет Джабраилович

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический анализ»

Протокол №9 от «24» мая 2022г

Программа одобрена Учебно-методическим советом Физико-математического факультета

протокол № 10 от «22» июня 2022 г.

Программа рассмотрена на заседании Учебно-методического совета университета

протокол № 10 от «29» июня 2022 г.

Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой