МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

И.о. проректора по учебной работе

_____Ф.Д.Кодзоева

« 30 »_____06_____2022г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.25 Научные основы школьного курса математики

Направление подготовки

01.03.01 –МАТЕМАТИКА

Квалификация выпускника

БАКАЛАВР

Форма обучения

Очная

Магас, 2022г

1. **Цели освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины “Научные основы школьного курса математики” являются:
- обзор понятий и методов элементарной математики с точки зрения высшей математики;
- привитие студентам методов методологического анализа изученной в школе и в вузе математики.

Перечень профессиональных стандартов, обобщенных трудовых функций и трудовых функций, соответствующих профессиональной деятельности выпускников

Наименование документа	Код	Наименование базовой группы, должности (профессии) или специальности
ОК3	2320	Преподаватели в средней школе
	2340	Преподаватели в системе специального образования

Код и наименование профессионального стандарта	**Обобщенные трудовые функции**			**Трудовые функции**		
	Код	**Наименование**	**Уровень квалификации**	**Наименование**	**Код**	**Уровень (подуровень) квалификации**
01.001 Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании) (воспитатель, учитель)	A	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	6	Общепедагогическая функция. Обучение	A/01.6	6
				Воспитательная деятельность	A/02.6	6
				Развивающая деятельность	A/03.6	6
	B	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ	6	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования	B/03.6	6

Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина относится к блоку 1: Дисциплины (модули) к обязательной части. Читается в 5 семестре. Находится под индексом Б1.О.25.

3. Результаты освоения дисциплины (модуля) Научные основы школьного курса математики

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Код компетен-ции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК 1.1: знает методы исследования, применяемые в математическом анализе, комплексном и функциональном анализе, алгебре, аналитической геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, дискретной математике и математической логике, теории вероятностей, математической статистике и случайных процессах, численных методах, теоретической механике; ОПК 1.2: умеет публично докладывать и объяснять фундаментальные результаты в соответствующих разделах математики; ОПК 1.3: владеет навыками строгого доказательства утверждений в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики.
ПК-2	Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	ПК-2.1: Знает способы определения видов и типов профессиональных задач, структурирования задач различных групп. ПК-2.2: Выбирает наиболее эффективные методы решения основных типов задач, встречающихся в математике. ПК-2.3: Обладает систематизированными теоретическими и практическим знаниями.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля) Научные основы школьного курса математики

4.1. Структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часов.

Вид учебной работы	**Всего**	**Порядковый номер семестра**			
		5			
Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:	3 з.е.				
Курсовой проект (работа)	не предусмотрено				
Аудиторные занятия всего (в акад. часах), в том числе:	52	52			
Лекции	36	36			
Практические занятия, семинары	16	16			
Лабораторные работы					
Самостоятельная работа всего (в акад. часах), в том числе:	56	56			
КСР					
Экзамен					
Общая трудоемкость дисциплины	108	108			

№/№	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)									Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра). Формы промежут. аттест						
			Аудиторная работа					Самостоятельная работа										
			всего	лекции	Практ. занятия	Лаборат. занятия	Др.виды контак. раб.	Всего	Курсов. раб(.проект)	Подготовка к экз.	Другие виды	Собеседование	Коллоквиум	Проверка тестов	Проверка контр.раб	Проверка реферата	Проверка эссе и	Курсовая работа
	Раздел 1. Основные этапы развития математики			**2**	**2**			**2**										
1.1	Основные этапы развития математики			2	2													
	Раздел 2. Теоретико-множественная и логическая база математики.			**6**	**4**			**8**										

2.1	Аксиоматический метод в построении математических структур, их моделирование. Основные математические структуры, возникающие в школьном курсе (эквивалентность, порядок, алгебраические, геометрические, топологические). Аксиоматика абстрактного множества. Теоретико-множественный язык и основные факты из теории множеств.			2	2													
2.2	Основные множества, возникающие в школьной математике (числовые, точечные, функциональные), уровень их изучения и проблемы формирования. Биекция множеств. Мощность множества. Операции с кардинальными числами. Формальная, математическая и диалектическая логики, их формирование и использование в школьной математике.			4	2													
	Раздел 3. Логическая структура арифметики и ее преподавания.			**8**	**2**			**10**										
3.1	Логическая структура арифметики и ее преподавания. Натуральный ряд. Целые числа. Определение рациональных чисел. Определение вещественных чисел. Проблемы расширения числовых множеств. Теория чисел.			4	1													
3.2	Теория делимости в и теория чисел. Десятичное представление числа. Непрерывные дроби. Диофантовы уравнения. Проблема Ферма.			4	1													
	Раздел 4. Алгебраические уравнения и неравенства.			**8**	**4**			**16**										
4.1	Классические геометрические задачи, приводящие к алгебраическим уравнениям: удвоение куба, трисекция угла, деление окружности на равные части, построение циркулем и линейкой, только циркулем. Алгебраические и трансцендентное числа. Трансцендентность чисел и π.			4	2													

4.2	Общая формулировка о разрешимости алгебраического уравнения в радикалах. Разрешимые группы. Группа Галуа. Теорема Галуа. Неразрешимость в радикалах уравнений выше четвертой степени. Примеры таких уравнений. Решение алгебраических уравнений 2, 3, 4 степеней в радикалах по схеме Галуа. Приближенное решение алгебраических уравнений. Метод отделения корней.			4	2													
	Раздел 5. Основные элементарные функции.			**12**	**6**			**20**										
5.1	Линейная функция. Графическое, арифметическое, аксиоматическое определения. Определение дифференциальным уравнением. Показательная функция. Арифметическое и аксиоматическое определения. Определение с помощью дифференциального уравнения, интеграла и ряда. Показательная функция на с.			4	1													
5.2	Логарифмическая функция. Определение как обратной к показательной, аксиоматическое, и с помощью дифференциального уравнения, интеграла и ряда. Логарифмическая функция на с.			2	1													
5.3	Степенная функция. Арифметическое, аксиоматическое определения и с помощью дифференциального уравнения, интеграла и ряда. Степенная функция на . Экспоненциальная функция . Тригонометрические функции. Аксиоматическое определение триго¬нометрических функций , . Модельное конструктивное определение , (через углы и проекции). Определение тригонометрических функций через дифференциальное уравнение, интегралы, ряды. Обратные тригонометрические функции.			4	2													
5.4	Неэлементарные функции в школьном курсе математики. Решение уравнений и неравенств с использованием свойств функций, их определяющих.			2	2													

Общая трудоемкость, в часах	5	108	36	16	-	-	56	-			Промежуточная аттестация	
											Форма	
											Зачет	+
											Зачет с оценкой	-
											Экзамен	-

4.2. Содержание дисциплины (модуля)

Раздел 1. Основные этапы развития математики

Основные этапы развития математики

Раздел 2.Теоретико-множественная и логическая база математики.

Аксиоматический метод в построении математических структур, их моделирование. Основные математические структуры, возникающие в школьном курсе (эквивалентность, порядок, алгебраические, геометрические, топологические).

Аксиоматика абстрактного множества. Теоретико-множественный язык и основные факты из теории множеств. Основные множества, возникающие в школьной математике (числовые, точечные, функциональные), уровень их изучения и проблемы формирования.

Биекция множеств. Мощность множества. Операции с кардинальными числами.

Формальная, математическая и диалектическая логики, их формирование и использование в школьной математике.

Раздел 3. Логическая структура арифметики и ее преподавания.

Логическая структура арифметики и ее преподавания. Натуральный ряд. Целые числа. Определение рациональных чисел. Определение вещественных чисел. Проблемы расширения числовых множеств. Теория чисел. Теория делимости в Z и теория чисел. Десятичное представление числа. Непрерывные дроби. Диофантовы уравнения. Проблема Ферма.

Раздел 4. Алгебраические уравнения и неравенства.

Классические геометрические задачи, приводящие к алгебраическим уравнениям: удвоение куба, трисекция угла, деление окружности на равные части, построение циркулем и линейкой, только циркулем. Алгебраические и трансцендентное числа. Трансцендентность чисел e и π.

Общая формулировка о разрешимости алгебраического уравнения в радикалах.

Разрешимые группы. Группа Галуа. Теорема Галуа. Неразрешимость в радикалах уравнений выше четвертой степени. Примеры таких уравнений. Решение алгебраических уравнений 2, 3, 4 степеней в радикалах по схеме Галуа.

Приближенное решение алгебраических уравнений. Метод отделения корней.

Раздел 5. Основные элементарные функции.

Линейная функция. Графическое, арифметическое, аксиоматическое определения. Определение дифференциальным уравнением.

Показательная функция. Арифметическое и аксиоматическое определения. Определение с помощью дифференциального уравнения, интеграла и ряда. Показательная функция на C.

Логарифмическая функция. Определение как обратной к показательной, аксиоматическое, и с помощью дифференциального уравнения, интеграла и ряда. Логарифмическая функция на C.

Степенная функция. Арифметическое, аксиоматическое определения и с помощью дифференциального уравнения, интеграла и ряда. Степенная функция на C.

Экспоненциальная функция $e^{i\varphi}$. Тригонометрические функции. Аксиоматическое определение тригонометрических функций $\cos$, $\sin$. Модельное конструктивное определение $\cos$, $\sin$ (через углы и проекции). Определение тригонометрических функций через дифференциальное уравнение, интегралы, ряды. Обратные тригонометрические функции.

Неэлементарные функции в школьном курсе математики.

Решение уравнений и неравенств с использованием свойств функций, их определяющих.

Темы лабораторных работ (Лабораторный практикум)

Не предусмотрены учебным планом ООП

Примерная тематика курсовых работ

Не предусмотрены учебным планом ООП

5.Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены. В течение семестров студенты решают задачи, указанные преподавателем.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ п/п	Наименование раздела (темы)	Вид самостоятельной работы	Трудоемкость (в академических часах)
Раздел 1	**Основные этапы развития математики**		
1.1	Основные этапы развития математики	**Аудиторная работа**	**2**
Раздел 2	**Теоретико-множественная и логическая база математики.**		
2.1	Аксиоматический метод в построении математических структур, их моделирование. Основные математические структуры, возникающие в школьном курсе (эквивалентность, порядок, алгебраические, геометрические, топологические). Аксиоматика абстрактного множества. Теоретико-множественный язык и основные факты из теории множеств.	**Аудиторная работа**	**4**
2.2	Основные множества, возникающие в школьной математике (числовые, точечные, функциональные), уровень их изучения и проблемы формирования. Биекция множеств. Мощность множества. Операции с кардинальными числами. Формальная, математическая и	**Теоретический тест**	**4**

	диалектическая логики, их формирование и использование в школьной математике.		
Раздел 3	**Логическая структура арифметики и ее преподавания.**		
3.1	Логическая структура арифметики и ее преподавания. Натуральный ряд. Целые числа. Определение рациональных чисел. Определение вещественных чисел. Проблемы расширения числовых множеств. Теория чисел.	**Аудиторная работа**	**4**
3.2	Теория делимости в и теория чисел. Десятичное представление числа. Непрерывные дроби. Диофантовы уравнения. Проблема Ферма.	**Контрольная работа**	**6**
Раздел 4	**Алгебраические уравнения и неравенства.**		
4.1	Классические геометрические задачи, приводящие к алгебраическим уравнениям: удвоение куба, трисекция угла, деление окружности на равные части, построение циркулем и линейкой, только циркулем. Алгебраические и трансцендентное числа. Трансцендентность чисел и π.	**Аудиторная работа**	**6**
4.2	Общая формулировка о разрешимости алгебраического уравнения в радикалах. Разрешимые группы. Группа Галуа. Теорема Галуа. Неразрешимость в радикалах уравнений выше четвертой степени. Примеры таких уравнений. Решение алгебраических уравнений 2, 3, 4 степеней в радикалах по схеме Галуа. Приближенное решение алгебраических уравнений. Метод отделения корней.	**Контрольная работа**	**10**

Раздел 5	**Основные элементарные функции.**		
5.1	Линейная функция. Графическое, арифметическое, аксиоматическое определения. Определение дифференциальным уравнением. Показательная функция. Арифметическое и аксиоматическое определения. Определение с помощью дифференциального уравнения, интеграла и ряда. Показательная функция на с.	**Аудиторная работа**	**6**
5.2	Логарифмическая функция. Определение как обратной к показательной, аксиоматическое, и с помощью дифференциального уравнения, интеграла и ряда. Логарифмическая функция на с.	**Аудиторная работа**	**4**
5.3	Степенная функция. Арифметическое, аксиоматическое определения и с помощью дифференциального уравнения, интеграла и ряда. Степенная функция на . Экспоненциальная функция . Тригонометрические функции. Аксиоматическое определение триго¬нометрических функций. Модельное конструктивное определение , (через углы и проекции). Определение тригонометрических функций через дифференциальное уравнение, интегралы, ряды. Обратные тригонометрические функции.	**Аудиторная работа**	**6**
5.4	Неэлементарные функции в школьном курсе математики. Решение уравнений и неравенств с использованием	**Контрольная работа**	**4**

	свойств функций, их определяющих.		

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных

	заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа является одним из видов учебной деятельности обучающихся, способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине осуществляется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия.

Виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы, их характер, учитывать специфику изучаемой учебной дисциплины, индивидуальные особенности обучающегося.

Контроль самостоятельной работы и оценка ее результатов организуется как единство двух форм:

1.самоконтроль и самооценка обучающегося;

2.контроль и оценка со стороны преподавателя.

Организация и руководство аудиторной самостоятельной работы

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Основными видами аудиторной работы самостоятельной работы являются:

- выполнение лабораторных и практических работ осуществляется на лабораторных и практических занятиях в соответствии с графиком учебного процесса. Для обеспечения самостоятельной работы преподавателями разрабатываются методические указания по выполнению лабораторной /практической работы.

Работа с литературой, другими источниками информации, в т.ч. электронными, может реализовываться на семинарских и практических занятиях. Данные источники информации могут быть представлены на бумажном и/или электронном носителях, в том числе, в сети Интернет.

Преподаватель формулирует цель работы с данным и источником информации, определяет время на проработку документа и форму отчетности.

Само и взаимопроверка выполненных заданий чаще всего используется на семинарском, практическом и других видах занятий. Проблемная /ситуационная задача должна иметь четкую формулировку, к ней должны быть поставлены вопросы, ответы на которые необходимо найти и обосновать. Критерии оценки правильности решения проблемной/ситуационной задачи должны быть известны всем обучающимся.

Организация и руководство внеаудиторной работы

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

При предъявлении видов заданий на внеаудиторную самостоятельную работу рекомендуется использовать дифференцированный подход к уровню подготовленности обучающегося. Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель проводит консультацию с определением цели задания, его содержания, сроков выполнения, ориентировочного объема работы, основных требований к результатам работы, критериев

оценки, форм контроля и перечня литературы. В процессе консультации преподаватель предупреждает о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания.

Для методического обеспечения и руководства самостоятельной работой в образовательном учреждении разрабатываются учебные пособия, методические рекомендации по самостоятельной подготовке к различным видам занятий с учетом специальности учебной дисциплины, особенностей контингента студентов, объема и содержания самостоятельной работы, форм контроля и т.п.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня подготовленности обучающихся.

Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть:

- для овладения знаниями: чтения текста; составления плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочникам; учебно-исследовательская работа; использование аудио и видеозаписей, компьютерной техники и Интернет ресурсов и др.;
- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции; повторная работа над учебным материалом; составление плана, тезисов ответа; составление таблиц, ребусов, кроссвордов, глоссария для систематизации учебного материала; изучение словарей, справочников; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста; подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции; подготовка

рефератов, докладов; составление биографий, заданий в тестовой форме и др.

- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; составление схем; решение ситуационных производственных зада; подготовка к деловым и ролевым играм; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности, подготовка презентаций, творческих проектов; подготовка курсовых и выпускных работ; опытно-экспериментальная работа; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности и др.

Для обеспечения внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине преподавателем разрабатывается перечень заданий для самостоятельной работы, который необходим для эффективного управления данным видом учебной деятельности обучающихся.

Преподаватель осуществляет управление самостоятельной работой, регулирует ее объем на одно учебное занятие и осуществляет контроль выполнения всеми студентами группы. Для удобства преподаватель может вести ведомость учета выполнения минимума заданий, необходимы для допуска к итоговой аттестации по дисциплине.

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Студент самостоятельно определяет режим своей внеаудиторной работы и меру труда, затрачиваемого на овладение знаниями и умениями по каждой дисциплине, выполняет внеаудиторную работу по индивидуальному плану, в зависимости от собственной подготовки, бюджета времени и других условий.

Ежедневно студент должен уделять выполнению внеаудиторной самостоятельной работы в среднем не менее 3 часов.

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультацией с целью уточнения задания, формы контроля выполненного задания.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

1. Замечательные числа

Назовем натуральное число «замечательным», если оно самое маленькое среди всех натуральных чисел с такой же суммой цифр. Например, число 1 замечательное, потому что оно самое маленькое из чисел 1, 10, 100, 1000 и так далее. 1 – это первое замечательное число. Найдите второе замечательное число. Опишите все числа, у которых сумма цифр такая же. То же для третьего, десятого, 2010-го замечательного числа.

Найдите самое большое двузначное замечательное число. Какой у него номер?

Класс: >=1, <=6

Раздел: арифметика

2. Прямоугольники с заданной площадью

На клетчатой бумаге нарисуйте все прямоугольники, у которых площадь равна 24 клеткам. (Стороны должны идти по границам клеток.) Сколько получится таких прямоугольников?

Для каких площадей бывает только один прямоугольник? Для каких – два разных прямоугольника? Три разных прямоугольника? Как зависит количество вариантов от площади?

Найдите из всех прямоугольников с одинаковой площадью тот, у которого периметр наименьший.

Класс: >=3 (площадь, периметр), <=5 (простые и составные числа)

Раздел: арифметика, геометрия

3. Разложение числа

Число 15 можно тремя способами представить в виде суммы последовательных натуральных чисел: 15 = 7 + 8 = 4 + 5 + 6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5. А сколько таких способов для числа 115? Как найти количество способов для произвольного числа?

Класс: >=5 (делители)

Раздел: арифметика

4. Суперкомпьютер

Суперкомпьютер умеет выполнять только одну операцию- операцию смешивания двух чисел: из чисел m, n компьютер получает число (m+n) /2. Если m+n – нечетное, то компьютер зависает. Все полученные числа хранятся в памяти. Пусть нам даны три числа, одно из которых ноль, а два другие натуральные и не равны друг другу. Для каких чисел m и n на суперкомпьютере можно получить единицу?

Класс: >=6 (НОД)

Раздел: арифметика

5. Диагонали прямоугольников

На листе бумаги в клеточку обвели прямоугольник размером 199 x 991 клеток. Через сколько узлов (т.е. вершин клеточек) проходит диагональ? Сколько клеток пересекает диагональ этого прямоугольника? Попробуйте дать ответ для произвольного размера прямоугольника – размером M x N клеток.

Примечание. Диагональ пересекает клетку, если она заходит «внутрь» этой клетки, а не просто проходит через вершину.

Класс: >=6 (НОД)

Раздел: арифметика

6. Задача о размене

Какие суммы можно уплатить монетами по 3 и 5 рублей? Обобщение: какие числа выражаются комбинацией ax+by, где a и b – данные натуральные числа, x и y – произвольные целые неотрицательные числа.

Класс: >=6 (НОД)

Раздел: арифметика

7. Скл*а*дные квадраты

Скл***а***дные числа – это числа, квадрат которых оканчивается на это же число. Например:

$5^2=2\underline{\mathbf{5}}$**;** $6^2=3\underline{\mathbf{6}}$; $\mathbf{25^2 = 6\underline{25}}$.

«Пятью **пять** – двадцать **пять**», «шестью **шесть** – тридцать **шесть**».

Найдите как можно больше складных чисел; найдите способ нахождения всех таких чисел.

Класс: >=7

Раздел: арифметика, алгебра

8. Поиск чисел с заданным количеством делителей

Есть только одно число, имеющее ровно один делитель, - это единица. Ровно два делителя имеют все простые числа. Ровно три делителя имеют, например, числа 4 и 9, являющиеся квадратами простых чисел. Все ли числа, имеющие ровно три делителя, обладают этим свойством? Каким может быть вид числа, имеющего ровно 4 делителя? 5 делителей? Для данного натурального числа *N* опишите все натуральные числа, имеющие ровно *N* делителей.

Класс: >=7 (основная теорема арифметики)

Раздел: арифметика

9. Разложения дробей

$$\frac{1}{7}=0,(142857)\,,\ \frac{2}{7}=0,(285714)\,,\ \frac{3}{7}=0,(428571)\,,\ \ldots$$

Для числа 1/7 разложение в десятичную дробь периодично и состоит из шести цифр, а для 2/7, 3/7, …, 6/7 — из тех же шести цифр в другом порядке (проверьте!). А вот для числа 1/13 и 2/13 наборы цифр разные. Исследуйте разложения этих чисел и чисел вида 1/p, 2/p, …, (p-1)/p, для p = 17, 19, 41, 47 и другим простым числам, и разберитесь, какие бывают циклы.

Класс: >=8

Раздел: арифметика

10. Периодические последовательности

Найдите периоды последовательностей:

1) $a_n \equiv n^m \pmod{k}$,

2) $b_n \equiv \varphi_n \pmod{k}$, где φ_n – числа Фибоначчи.

Класс: >=9 (арифметики остатков, бином Ньютона)

Раздел: арифметика

11. Классификация графиков дробно-квадратичных функций

Рассмотрим функцию $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex + f}$, где в числителе и в знаменателе – многочлены степени не выше второй. Какие типы графиков могут получиться (исследуйте количество нулей, вертикальных и наклонных асимптот и т.д.)?

Класс: >=8 (дробно-квадратичные функции)

Раздел: алгебра

12. Симметрические многочлены

Симметрические многочлены – это многочлены от двух переменных, которые от замены одной переменной на другую не изменяются. Например: $\mathbf{x^2+y^2}$, $\mathbf{x+y-xy}$. Многочлены $\mathbf{u = x + y}$ и $\mathbf{v = xy}$ называются элементарными симметрическими многочленами.

Верно ли, что любой симметрический многочлен можно представить в виде многочлена от элементарных **u** и **v**? Как это сделать быстро?

Обобщение. Поставьте и решите аналогичную задачу для симметрического многочлена от трёх переменных (сколько есть элементарных симметрических многочленов от x, y, z?).

Класс: >=8 (математическая индукция, бином Ньютона)

Раздел: алгебра

13. Многочлен с заданным нулём

Постройте многочлен с целыми коэффициентами, имеющий ноль $x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$. Постройте многочлен наименьшей степени, обладающий этим свойством.

Обобщение. Та же задача для суммы k квадратных корней из различных простых чисел.

Класс: >=8 (квадратные уравнения, иррациональности)

Раздел: алгебра

14. Иррациональные корни

При каких целых a,b,c корни уравнения $x^4+ax^2+bx+c=0$ записываются только через квадратичные иррациональности? (Допускается несколько знаков квадратного корня – один в другом.)

Класс: >=8 (квадратные уравнения, замена переменных)

Раздел: алгебра

15. Количество решений

1. Исследуйте количество корней уравнения $x^4+px^2+q=0$ в зависимости от параметров p и q. Нарисуйте на плоскости параметров (p, q) области, соответствующие случаю 4, 3, 2 и т.д. корней.
2. Аналогичная задача для кубического многочлена $x^3+px+q=0$.
3. Исследуйте количество корней уравнения $x^4+ax^2+bx+c=0$ в зависимости от параметров a, b и c. Изобразите соответствующие области в пространстве параметров (a,b,c).

Класс: >=8 (квадратные уравнения, теорема Безу)

Раздел: алгебра

16. Как увидеть симметрию многочлена?

Уравнение $x(x+1)(x+2)(x+3)=1$ легко решается с помощью замены неизвестной. Для этого достаточно перемножить крайние скобки, перемножить средние скобки: $(x^2+3x)(x^2+3x+2)=1$ и сделать замену $t=x^2+3x$. Однако, если сразу раскрыть все скобки, то непонятно, как решать полученное уравнение (как увидеть нужную замену):

$$x^4+6x^3+11x^2+6x-1=0.$$

Требуется исследовать, какая особенность левой части уравнения позволяет сделать нужную замену, какой класс уравнений можно решать подобным способом, как определять для многочлена стандартного вида, можно ли найти его корни соответствующей квадратичной заменой.

Класс: >=8 (квадратные уравнения, замена переменной)

Раздел: алгебра

17. Исследование графиков линейных функций на плоскости параметров (*k* ; *b*)

Рассмотрим координатную плоскость **(*k*;*b*).** Каждая прямая вида ***y*=*kx*+*b*** изображается на этой плоскости в виде **точки.** На координатной плоскости **(*k*;*b*)** проведено три прямые, проходящие

через одну точку. Каждая такая прямая изображает некоторое семейство прямых на плоскости ***(x;y).*** Как эти семейства прямых связаны между собой? Аналогичный вопрос для трех параллельный прямых.

Класс: >=7 (линейная функция)

Раздел: алгебра

18. Диофантово уравнение А.А. Маркова

Решить уравнение в целых числах: $x^2+y^2+z^2=3xyz$.

Класс: >=8 (квадратные уравнения, теорема Виета)

Раздел: алгебра, арифметика

19. Периодическая последовательность

Последовательность $a_{n+2} = -a_n - a_{n+1}$ $(a_0 = 0, a_1 = 1)$ является периодической (проверьте). При каких числах k и l последовательность $a_{n+2} = ka_n + la_{n+1}$ получается периодической? Какой длины может быть период?

Класс: >=9

Раздел: алгебра

Контрольная работа № 1

Вариант № 1.

1. На доске нарисован многоугольник. Отметили середины его сторон, а сам многоугольник стёрли. Как восстановить многоугольник по серединам сторон? Сколько решений имеет задача?
2. На сколько частей можно разбить плоскость n прямыми? Укажите наибольшее и наименьшее число частей. Как надо резать?

Вариант № 2.

1. Назовём многоугольник *равноугольным*, если у него все углы равны. Например, равноугольный четырёхугольник – это прямоугольник. У него равны противоположные стороны, диагонали равны и делятся точкой пересечения пополам и т.д. А какие свойства есть у равноугольного *шести*угольника?
2. На клетчатой бумаге обведён прямоугольник размером 3*4 клетки. Сколько на этой картинке квадратов? А сколько прямоугольников? Те же вопросы для прямоугольника размерами n*m.

Контрольная работа № 2

Вариант № 1.

1. Имеется несколько настоящих монет – все одного веса, и одна фальшивая – она легче. Какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах понадобится, чтобы определить фальшивую монету? Как надо взвешивать? Сначала решите задачу для 3, 9, 27 монет. Та же задача, если фальшивая монета отличается по весу от настоящих, но неизвестно, в какую сторону.

2. В игре Ним играют двое. Есть несколько кучек с камнями. За один ход можно взять любое количество камней, но только из одной кучки. Выигрывает тот игрок, который возьмет камни последним. Требуется разработать стратегию игры в Ним.

Вариант 2.

1. Мудрецы попали в плен к людоедам. У людоедов есть такой обычай. Пойманных пленников выстраивают в колонну и надевают им на головы колпаки – кому белый, кому черный – наугад. Каждый пленник видит, какого цвета колпаки у всех, кто стоит перед ним, но не знает, какой колпак у него самого и у всех, кто стоит за ним. Каждый пленник, начиная с последнего, должен сказать, какого цвета у него колпак (остальные слышат его ответ). Тех, кто ответил правильно, – отпускают. Остальных – съедают. Мудрецы знают про обычай и могут между собой договориться. Как мудрецам спасти побольше человек? Какое наибольшее число человек можно спасти в самом худшем случае?
2. Бесконечная в обе стороны полоса клетчатой бумаги состоит из черных и белых клеток. Каждую секунду клетка, имеющая четное число черных соседей, становится белой, а имеющая нечетное число черных соседей – черной. Изучить эволюцию узоров.

Вопросы к зачету.

1. Структура аксиоматического метода.
2. Аксиоматика теории множеств.
3. Аксиоматика Пеано.
4. Основные аксиоматики евклидовой геометрии.
5. Логическая структура арифметики.
6. Непрерывные дроби.
7. Алгебраические и трансцендентные числа.
8. Разрешимость алгебраических уравнений в радикалах.
9. Уравнения с параметрами.
10. Сравнение евклидовой плоскости с плоскостью Лобачевского.
11. Построение геометрий с помощью фундаментальной группы преобразований.
12. Параллельный перенос.
13. Проблемы измерения геометрических величин.
14. Классификация функций.
15. Основные элементарные функции. Разные способы определения.
16. Интегралы Римана и Лебега.

Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые разделы	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Аудиторная контр.работа(проверка и оценка)	Раздел 1- Раздел 5	ОПК-1, ПК-2
2	Теоретический тест	Раздел 2	ОПК-1, ПК-2
3	Самостоятельное решение практических заданий (аудиторная)	Раздел 1- Раздел 5	ОПК-1, ПК-2
4	Зачет в 5 семестре	Раздел 1 - Раздел 5	ОПК-1, ПК-2

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) элементарная математика

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля) научные основы школьного курса математики.

К основной (обязательной) литературе относятся учебники, учебные пособия, учебно-методическая литература и монографии, изучение которых является обязательным для овладения знаниями в полном объеме по дисциплине в соответствии с данной программой. К основной, прежде всего, относится литература, имеющая гриф Министерства образования и науки Российской Федерации или Учебно-методического объединения, рекомендующих издание к использованию в учебном процессе. В списке основной литературы указывается не более пяти источников, имеющихся в достаточном количестве в фонде библиотеки. Если доступна электронная версия учебников, учебных пособий и т.д., следует указать для них режим доступа.

К дополнительной относится литература, рекомендуемая бакалаврам, магистрам для самостоятельного изучения при выполнении курсового проекта (работы), учебной научно-исследовательской работы, при написании рефератов, для подготовки к семинарам, практическим занятиям, лабораторным работам и другим учебным занятиям, а также для углубления и расширения знаний по данной дисциплине.

Все источники в основной и дополнительной литературе даются с полными библиографическими описаниями в соответствии с российским или западным стандартами оформления.

Для магистратуры обязательно наличие литературы на английском языке.

7.1. Учебная литература:

Основная литература:

1. Математический энциклопедический словарь. Гл.ред. Ю.В. Прохоров. –М.: Сов. энциклопедия, 1988.
2. Ф. Клейн. Элементарная математика с точки зрения высшей. т. 1. Арифметика. Алгебра. Анализ. – М.: Наука, 1987.
3. Ф. Клейн. Элементарная математика с точки зрения высшей. т. 2. Геометрия. – М.: Наука, 1987.
4. В.А. Любецкий. Основные понятия школьной математики. – М.: Просвещение, 1988.
5. И.Л. Кантор, А.С. Солодовников. Гиперкомплексные числа. – М.: Наука, 1973.

Дополнительная литература:

1. А.В. Бритов. Логическая структура арифметики и ее преподавания. – В кн.: Пути оптимизации обучения математике в вузе и школе. Саранск, 1986, с. 107-116.
2. И.И. Чучаев. Нестандартные (функциональные) приемы решения уравнений: Учебн. Пособие. – Саранск: Изд-во Мордов. Ун-та, 2001.
3. Учебники по алгебре, геометрии, анализу.

7.2. Интернет-ресурсы

http://www.lib.mexmat.ru - Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета
http://www.mathnet.ru/ - Общероссийский математический портал Math-Net.Ru — это современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России.
http://www.benran.ru/ - Библиотека по естественным наукам Российской Академии Наук.

7.3. Программное обеспечение:

1. Microsoft Excel
2. Microsoft Word
3. Microsoft PowerPoint

7.4. Материально-техническое обеспечение

В организации учебного процесса необходимыми являются средства, обеспечивающие аудиовизуальное восприятие учебного материала (специализированное демонстрационное оборудование):

1.Доска и мел (или более современные аналогии)
2. компьютерные и мультимедийные технологии
3.микрофон и соответствующие установки (для работы в больших аудиториях с многочисленными группами студентов)

Рабочая программа дисциплины **Научные основы школьного курса математики** составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 « Математика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018г №8, с учетом рекомендаций ОПОП направления 01.03.01 Математика, профессионального стандарта 01.001 Образование, утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18.10.2013г №544н.

Программу составил:

Ст. преподаватель кафедры «Математический анализ» Оздоева Е.В.

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический анализ»

Протокол №9 от «24» мая 2022г

Программа одобрена Учебно-методическим советом Физико-математического факультета

протокол № 10 от «22» июня 2022 г.

Программа рассмотрена на заседании Учебно-методического совета университета

протокол № 10 от «29» июня 2022 г.

Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой