

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**УТВЕРЖДАЮ**

И.о. проректора по учебной работе

\_\_\_\_\_ Ф.Д. Кодзоева

«\_30\_»\_июня\_\_\_\_\_ 2022\_\_г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Б1.О.13 ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

**Направление подготовки 38.03.01 ЭКОНОМИКА**

**профиль подготовки «БУХГАЛТЕРСКИЙ УЧЕТ, АНАЛИЗ И АУДИТ»**

Квалификация выпускника

**БАКАЛАВР**

Форма обучения

**очная**

Магас, 2022

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины (модуля) «Линейная алгебра» является обучение основным математическим методам, необходимым для анализа и моделирования экономических процессов и явлений, при поиске оптимальных решений и выборе наилучших способов реализации этих решений.

### Задачи:

1. Изучение векторной алгебры и аналитической геометрии на плоскости.
2. Изучение векторной алгебры и аналитической геометрии в пространстве.
3. Изучение матрицы и освоение операций с матрицами.
4. Изучение и освоение методов решения систем линейных алгебраических уравнений.
5. Изучение основ теории множеств.
6. Изучение основных алгебраических структур.
7. Изучение числовых множеств и комплексных чисел

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

2.1. Дисциплина (модуль) Линейная алгебра относится к обязательной части Б1 Дисциплины (модуля).

2.2. Для изучения данной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами:

- Математический анализ

**Знания:** основные понятия и методы дифференциального исчисления функций одной и нескольких переменных, интегрального исчисления функции одной переменной.

**Умения:** применять методы математического анализа для анализа и обработки данных, необходимых для решения экономических задач; строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты.

**Навыки:** формализации и решения практических задач профессиональной деятельности различными методами математического анализа

**Связь дисциплины «Линейная алгебра» с последующими дисциплинами и сроки их изучения**

*Таблица 2.1.*

Код дисциплины	Дисциплины, следующие за дисциплиной «Линейная алгебра»	Семестр
Б1.О.14	ТВМС	3
Б1.О.19	Статистика	4
Б1.О.10	Логика	5

**Связь дисциплины «Линейная алгебра» со смежными дисциплинами**

*Таблица 2.2.*

Код дисциплины	Дисциплины, смежные с дисциплиной «Линейная алгебра»	Семестр
Б1.О.12	«Математический анализ»	1

### 3. Результаты освоения дисциплины (модуля) «Линейная алгебра»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

*Таблица 3.1.*

Наименование категории (группы) УК	Код, наименование универсальной компетенции	Код, наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Разработка и реализация проектов	УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1. Определяет круг задач в рамках поставленной цели, определяет связи между ними;
		УК-2.2. Предлагает способы решения поставленных задач и ожидаемые результаты; оценивает предложенные способы с точки зрения соответствия цели проекта;
		УК-2.3. Планирует реализацию задач в зоне своей ответственности с учетом имеющихся ресурсов и ограничений, действующих правовых норм;
		УК-2.4. Выполняет задачи в зоне своей ответственности в соответствии с запланированными результатами и точками контроля, при необходимости корректирует способы решения задач;
		УК-2.5. Представляет результаты проекта, предлагает возможности их использования и/или совершенствования.

Наименование категории (группы) ОПК	Код, наименование общепрофессиональной компетенции	Код, наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции		
	ОПК-1. Способен применять знания (на промежуточном уровне) экономической теории при решении прикладных задач;	ОПК-1.1 ОПК-1.И-1 Применяет знания микроэкономической теории на промежуточном уровне.	ОПК-1. И-2 Применяет знания макроэкономической теории на промежуточном уровне	ОПК-1.И-3 Применяет математический аппарат для решения типовых экономических задач.

	<b>ОПК-2.</b> Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач;	<b>ОПК-1</b> <b>ОПК-2.И-1</b> Осуществляет сбор статистической информации, необходимой для решения поставленных экономических задач..2	<b>ОПК-2.И-2</b> Обрабатывает статистическую информацию и получает статистически обоснованные выводы	
--	---	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины (модуля) 4.1. Структура дисциплины (модуля) «Линейная алгебра»

Общая трудоемкость дисциплины составляет **4** зачетных единиц, **144** часа.

**Таблица 4.1.**

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)										Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)					
			Контактная работа					Самостоятельная работа					Форма промежуточной аттестации (по семестрам)					
			Всего	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Др. виды контакт. работы	Всего	Курсовая работа(проект)	Подготовка к экзамену	Другие виды самостоятельной работы	Собеседование	Коллоквиум	Проверка тестов	Проверка контролльн. работ	Проверка реферата	Проверка эссе и иных творческих работ	курсовая работа (проект) др.
1.	Тема 1. Предварительные понятия. Предмет линейной алгебры и матричного анализа.	2	4	2	2	-	-	2	-	2	-	-	-	-	-	-	-	-
2.	Тема 2. Матричная алгебра.	2	4	2	2	-	-	3	-	3	-	-	-	-	-	-	-	-
3.	Тема 3. Определитель матрицы.	2	4	2	2	-	-	3	-	3	-	-	-	5	-	-	-	-
4.	Тема 4. невырожденные матрицы. Обратная	2	4	2	2	-	-	3	-	3	-	-	-	-	-	-	-	-
5.	Тема 5. Решение системы линейных уравнений. Метод Гаусса и Гаусса-Жордан	2	4	2	2	-	-	3	-	3	-	-	3	-	-	-	-	-

<b>6.</b>	Тема 6. Разложение матрицы по матрицам полного ранга. Нормальное псевдорешение.	2	<b>6</b>	3	3	-	-	<b>3</b>	-	3		-		-	-	-	-	
<b>7.</b>	Тема 7. Линейные пространства и линейные	2	<b>6</b>	3	3	-	-	<b>3</b>	-	3		-		-	5	-	-	-
<b>8.</b>	Тема 8 Евклидово пространство.	2	<b>6</b>	3	3	-	-	<b>3</b>	-	3		-		-	-	-	-	-
<b>9.</b>	Тема 9. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора (матрицы).	2	<b>6</b>	3	3	-	-	<b>6</b>	-	6		-		3	-	-	-	-
<b>10.</b>	Тема 10. Симметричные и ортогональные матрицы и их спектры. Билинейные и квадратичные формы.	2	<b>6</b>	3	3	-	-	<b>5</b>	-	5		-		-	5	-	-	-
<b>11.</b>	Тема 11. Неотрицательные матрицы.	2	<b>6</b>	3	3	-	-	<b>5</b>	-	5		-		3	-	-	-	-
<b>12.</b>	Тема 12. Элементы аналитической геометрии.	2	<b>6</b>	3	3	-	-	<b>5</b>		5				-		-	-	-
<b>13.</b>	Тема 13. Элементы линейного программирования.	2	<b>6</b>	3	3	-		<b>5</b>		5				3				
<b>Промежуточная аттестация - экзамен</b>																		
<b>Общая трудоемкость, в часах</b>			<b>144</b>	<b>34</b>	<b>34</b>	-	-	<b>49</b>	-	<b>49</b>		-		<b>12</b>	<b>15</b>	-	-	-

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля)

В разделе 4.2. программы учебной дисциплины «**Линейная алгебра**» приводятся краткие аннотации структурных единиц материала дисциплины. Содержание дисциплины структурируется по разделам, темам или модулям и раскрывается в аннотациях рабочей программы с достаточной полнотой, чтобы обучающиеся могли изучать материал самостоятельно, опираясь на программу.

**Темы учебных занятий (общая трудоемкость учебной дисциплины - 4 зачетных единицы)**

*Таблица 4.1.*

Раздел, тема дисциплины	Содержание программы учебной дисциплины
Тема 1. Предварительные понятия. Предмет линейной алгебры и матричного анализа.	<p>Действительные (вещественные) и комплексные числа. Извлечение корней <math>n</math>-й степени из комплексного числа. Основная теорема алгебры. Предмет линейной алгебры и его приложения к экономическим задачам. Арифметические векторы. Операции над векторами. Алгебраические свойства векторов. Геометрическая интерпретация векторов. Линейная независимость. Скалярное произведение двух векторов. Определение матрицы. Типы матриц. Матрицы специального вида. След матрицы. Транспонирование матрицы. Экономические примеры: векторное представление экономических данных и операции с ними. Оценка инфляции: вычисления индекса Ласпейреса и индекса Пааше.</p>
Тема 2. Матричная алгебра	<p>Ранг матрицы. Неравенства о рангах матриц. Сумма и произведение матриц. Единичная матрица. Произведение Кронекера матриц. Квадратные матрицы. Степень матрицы. Многочлен от матриц. Элементарные матричные преобразования. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Каноническая форма матрицы. Экономические примеры: модель Тинбергена макроэкономической политики, технологическая матрица, модель Леонтьева.</p>
Тема 3. Определитель матрицы.	<p>Перестановка, подстановка. Четность и нечетность перестановки. Определение определителя. Определитель и элементарные операции. Разложение Лапласа по строкам или столбцам. Основные свойства определителя. Примеры вычисления определителя специального вида. Определитель блочной и блочно-треугольной матриц. Подматрица. Главная подматрица. Минор, главный минор, ведущий главный (угловой) минор. Минор элемента, алгебраическое дополнение элемента матрицы. Решение квадратной системы линейных уравнений методом Крамера. Экономические примеры: нахождение валового выпуска <math>X_i</math> товара <math>i</math>-ой отрасли методом Крамера в модели Леонтьева</p>

<p>Тема 4. Невырожденные матрицы. Обратная матрица.</p>	<p>Определение невырожденной матрицы. Обратная матрица. Присоединенная матрица. Эквивалентные условия невырожденности (обратимости) матрицы. Определитель и обратная матрица. Связь между максимальным порядком ненулевого минора и рангом матрицы. Матрицы полного ранга. Решение квадратной системы линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Матричные уравнения. Экономические примеры: нахождение выпуска товара по матрице прямых затрат (matrix of input coefficients) и вектору конечного потребления (households' demand)</p>
<p>Тема 5. Решение системы линейных уравнений. Метод Гаусса и Гаусса-Жордана.</p>	<p>Система линейных неоднородных уравнений общего вида. Совместность и несовместность системы, структура множества решений. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса и Гаусса-Жордана. Решение матричных уравнений и нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Система однородных уравнений. Условие единственности решения однородной системы. Фундаментальная система решений однородной системы. Общее решение неоднородной системы. Экономические примеры: обмен <math>m</math> товарами между <math>n</math> агентами, при ценах товаров, обеспечивающих нулевые прибыли; расчет выпуска товара по спросу конечной и внутренней потребностей.</p>

<p>Тема 6. Разложение матрицы по матрицам полного ранга. Нормальное псевдорешение.</p>	<p>Решение и псевдорешение системы (в том числе несовместной) линейных уравнений с произвольной матрицей коэффициентов. Псевдообратная матрица по Мура-Пенроузу. О единственности нормального псевдорешения. Методы нахождения нормального псевдорешения. Разложение матрицы по матрицам полного ранга (скелетное разложение). Метод наименьших квадратов. Экономические примеры: метод наименьших квадратов в задачах эконометрики.</p>
<p>Тема 7. Линейные пространства и линейные операторы.</p>	<p>Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств. Линейная независимость векторов пространства. Базис. Теорема о базисе. Размерность линейного пространства. Изменение базиса. Матрица перехода. Преобразование координат при изменении базиса. Линейная оболочка. Разложения пространства в прямую сумму. Линейные операторы: определение. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Образ, ядро линейного преобразования. О сумме размерностей образа и ядра. Экономические примеры</p>
<p>Тема 8 Евклидово пространство.</p>	<p>Определение. Свойства скалярного произведения. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогонализация Грама-Шмидта. Расстояние от вектора до подпространства. Матрица Грама. Матрица скалярного произведения.</p>
<p>Тема 9. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора (матрицы).</p>	<p>Определение собственного значения и собственного вектора. Характеристический многочлен матрицы. Спектр линейного оператора (матрицы). Теорема Гамильтона-Кэли. Спектральный радиус. Сингулярные числа и сингулярное разложение матрицы. Определение нормы матрицы. Связь между спектральным радиусом и нормой матрицы. Линейная независимость собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям. О диагонализуемости матрицы линейного преобразования.</p>

<p>Тема 10. Симметричные и ортогональные матрицы и их спектры. Билинейные и квадратичные формы.</p>	<p>Матрица самосопряженного линейного преобразования в пространстве с ортогональным базисом. Ортогональные преобразования и матрицы. Билинейные и квадратичные формы. Матрица билинейной формы. Преобразование матрицы билинейной формы при замене базиса. Квадратичная форма. Виды квадратичных форм: положительно определенная; отрицательно определенная; неотрицательно определенная; неположительно определенная квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к стандартному и каноническому виду. Закон инерции для квадратичных форм. Характеризация и исследование квадратичной формы по спектру ее матрицы.</p>
<p>Тема 11. Неотрицательные матрицы.</p>	<p>Неотрицательные матрицы. Неразложимость матрицы. Условие неразложимости неотрицательной матрицы. Теорема Перрона–Фробениуса. Продуктивные матрицы. Критерии продуктивности. Стахостические матрицы. Экономические примеры: продуктивности линейной модели Леонтьева.</p>
<p>Тема 12. Элементы аналитической геометрии.</p>	<p>Общее уравнение прямой на плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Параметрическое и каноническое уравнения прямой. Расстояние от точки до прямой. Преобразование координат точки при замене системы координат. Векторное и смешанное произведение векторов. Общее уравнение плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых.</p>
<p>Тема 13. Элементы линейного программирования.</p>	<p>Задача линейного программирования. Понятие о симплекс-методе. Выпуклые области. Двойственная задача линейного программирования и теоремы двойственности. Экономические примеры: задача о распределении ресурсов, теневые цены ресурсов, транспортная задача, задача о максимальном потоке, игры с нулевой суммой.</p>
<p><b>Итого аудиторных часов: <u>68</u></b></p>	
<p><b>Самостоятельная работа студента: <u>49</u></b></p>	
<p><b>Всего часов на освоение учебного материала: <u>117</u></b></p>	

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При подготовке бакалавров-биологов используются следующие основные формы проведения учебных занятий:

- интерактивные лекции;
- лекции-пресс-конференции;
- тренинги и семинары по развитию профессиональных навыков;
- групповые, научные дискуссии, дебаты.

### Активные и интерактивные формы проведения учебных занятий по дисциплине «Линейная алгебра»

Таблица 5.1.

№	Семестр	Тема программы дисциплины	Применяемые технологии	Кол-во аудитор. часов
1.	2	Тема 1. Предварительные понятия. Предмет линейной алгебры и матричного анализа.	Интерактивная лекция.	4
2.	2	Тема 2. Матричная алгебра	Лекция с презентацией.	4
3.	2	Тема 3. Определитель матрицы.	Лекция с презентацией	4
4.	2	Тема 4. Невырожденные матрицы. Обратная матрица.	Лекция с презентацией	4
5.	2	Тема 5. Решение системы линейных уравнений. Метод Гаусса и Гаусса-Жордана.	Интерактивная лекция.	4
6.	2	Тема 6. Разложение матрицы по матрицам полного ранга. Нормальное псевдорешение.	Лекция с презентацией.	6
7.	2	Тема 7. Линейные пространства и линейные операторы.	Интерактивная лекция.	6
8.	2	Тема 8 Евклидово пространство.	Интерактивная лекция.	6
9.	2	Тема 9. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора (матрицы).	Лекция с презентацией.	6
10.	2	Тема 10. Симметричные и ортогональные матрицы и их спектры. Билинейные и квадратичные формы.	Лекция с презентацией.	6

11.	2	Тема 11. Неотрицательные матрицы.	Лекция с презентацией.	<b>6</b>
12.	2	Тема 12. Элементы аналитической геометрии.	Лекция с презентацией.	<b>6</b>
13	2	Тема 13. Элементы линейного программирования.	Лекция с презентацией	<b>6</b>

**6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

### **6.1. План самостоятельной работы студентов**

*Таблица 6.1.*

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование раздела (темы) дисциплины</b>	<b>Вид самостоятельной работы</b>	<b>Задание</b>	<b>Рекомендуемая литература</b>	<b>Количество часов</b>
1.	Тема 1. Предварительные понятия. Предмет линейной алгебры и матричного анализа.	Подготовка к контрольной работе	1. Подготовка к лекциям. 2. Подготовка к практическим занятиям. .	Основная 1, 2, 3, 4 Доп. 1,2,4	<b>2</b>
2.	Тема 2. Матричная алгебра	Подготовка к контрольной работе	Практикум — Подготовка к контрольной работе № 1 «Матрицы и определители»	Основная 1, 2, 3, 4 Доп. 1,2,3	<b>3</b>
3.	Тема 3. Определитель матрицы.	Подготовка к контрольной работе	— Решение типовых задач и освоение методов при подготовке к промежуточному тесту.	Основная 1, 2, 3, 4 Доп. 1,2,3,4	<b>3</b>

4.	Тема 4. Невырожденные матрицы. Обратная матрица.	Подготовка к контрольной работе	Подготовка к лекциям.	Основная 1, 2, 3, 4 Доп. 1,2,3	<b>3</b>
5.	Тема 5. Решение системы линейных уравнений. Метод Гаусса и Гаусса-Жордана.	Подготовка к контрольной работе	Подготовка к практическим занятиям.	Основная 1, 2, 3, 4 Доп. 1,2,3,4	<b>3</b>
6.	Тема 6. Разложение матрицы по матрицам полного ранга. Нормальное псевдорешение.	Подготовка к контрольной работе	Практикум — Подготовка к РГР «Решение систем линейных алгебраических уравнений».	Основная 1, 2, 3, 4 Доп. 1,2,3	<b>3</b>
7.	Тема 7. Линейные пространства и линейные операторы.	Подготовка к контрольной работе	Самостоятельное изучение учебного материала: Модель Леонтьева — модель многоотраслевой экономики	Основная 1, 2, 3, 4 Доп. 1,2,3	<b>3</b>
8.	Тема 8 Евклидово пространство.	Подготовка к контрольной работе	Подготовка к контрольной работе № 2 «Элементы матричного анализа	Основная 1, 2, 3, 4 Доп. 2,3,4	<b>3</b>
9.	Тема 9. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора (матрицы).	Подготовка к контрольной работе	Решение типовых задач и освоение методов при подготовке к промежуточному тесту	Основная 1, 2, 3, 4 Доп. 1,2,4	<b>6</b>

10.	Тема 10. Симметричные и ортогональные матрицы и их спектры. Билинейные и квадратичные формы.	Подготовка к контрольной работе	Самостоятельное изучение учебного материала: — Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами — Линейная модель обмена	Основная 1, 2, 3, 4 Доп. 2,3,4,6	<b>5</b>
11.	Тема 11. Неотрицательные матрицы.	Подготовка к контрольной работе	Практикум — Подготовка к выполнению ИДЗ № 1	Основная 1, 2, 3, 4 Доп. 1,2,4,6	<b>5</b>
12.	Тема 12. Элементы аналитической геометрии.	Подготовка к контрольной работе	Самостоятельное изучение учебного материала: — Вывод уравнений гиперболы и параболы. — Углы между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью в	Основная 1, 2, 3, 4 Доп. 1,2,4,5	<b>5</b>
13	Тема 13. Элементы линейного программирования.		— Решение типовых задач и освоение методов при подготовке к промежуточному тесту		<b>5</b>

## 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Учебным планом направления подготовки предусматривается самостоятельная работа студента, которая выполняется следующими видами самостоятельной работы: написание контрольной работы по дисциплине.

## 6.2.1. Методические рекомендации по выполнению контрольной работы

### Общие указания

Контрольная работа – самостоятельный труд студента, который способствует углублённому изучению пройденного материала. Перечень тем разрабатывается преподавателем.

### Цель выполняемой работы:

- получить специальные знания по выбранной теме;

### Основные задачи выполняемой работы:

- 1) закрепление полученных ранее теоретических знаний;
- 2) выработка навыков самостоятельной работы;
- 3) выяснение подготовленности студента к изучению следующей темы.

Весь процесс написания контрольной работы можно условно разделить на следующие этапы:

- а) выбор темы и составление предварительного плана работы;
- б) сбор научной информации, изучение литературы;
- в) анализ составных частей проблемы, изложение темы;
- г) обработка материала в целом.

Подготовку контрольной работы следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций, прочитанных ранее. Приступать к выполнению работы без изучения основных положений и понятий науки, не следует, так как в этом случае студент, как правило, плохо ориентируется в материале, не может отграничить смежные вопросы и сосредоточить внимание на основных, первостепенных проблемах рассматриваемой темы.

После выбора темы необходимо внимательно изучить методические рекомендации по подготовке контрольной работы, составить план работы, который должен включать основные вопросы, охватывающие в целом всю прорабатываемую тему.

### Требования к содержанию контрольной работы

В содержании контрольной работы необходимо показать знание рекомендованной литературы по данной теме, но при этом следует правильно пользоваться первоисточниками.

Кроме рекомендованной специальной литературы, можно использовать любую дополнительную литературу, которая необходима для раскрытия темы контрольной работы..

В конце контрольной работы приводится полный библиографический перечень использованных нормативно-правовых актов и специальной литературы. Данный список условно можно подразделить на следующие части:

1. Нормативно-правовые акты (даются по их юридической силе).
2. Учебники, учебные пособия.
3. Монографии, учебные, учебно-практические пособия.
4. Периодическая печать.

Первоисточники 1,2,3,4 даются по алфавиту.

Оформление библиографических ссылок осуществляется в следующем порядке:

1. Фамилия и инициалы автора (коллектив авторов) в именительном падеже. При наличии трех и более авторов допускается указывать фамилии и инициалы первых двух и добавить «и др.». Если книга написана авторским коллективом, то ссылка делается на название книги и её редактора. Фамилию и инициалы редактора помещают после названия книги.

2. Полное название первоисточника в именительном падеже.
3. Место издания.
4. Год издания.
5. Общее количество страниц в работе.

Ссылки на журнальную или газетную статью должны содержать кроме указанных выше данных, сведения о названии журнала или газеты.

Ссылки на нормативный акт делаются с указанием Собрания законодательства РФ, исключение могут составлять ссылки на Российскую газету в том случае, если данный нормативный акт еще не опубликован в СЗ РФ.

Ссылки на используемые первоисточники можно делать в конце каждой страницы, либо в конце всей работы, нумерация может начинаться на каждой странице.

Структурно контрольная работа состоит только из нескольких вопросов (3-6), без глав. Она обязательно должна содержать теорию и практику рассматриваемой темы.

#### **Порядок выполнения контрольной работы**

Контрольная работа излагается логически последовательно, грамотно и разборчиво.

Она обязательно должна иметь титульный лист. Он содержит название высшего учебного заведения, название темы, фамилию, инициалы, учёное звание и степень научного руководителя, фамилию, инициалы автора, номер группы.

На следующем листе приводится содержание контрольной работы. Оно включает в себя: введение, название вопросов, заключение, список литературы.

Введение должно быть кратким, не более 1 страницы. В нём необходимо отметить актуальность темы, степень ее научной разработанности, предмет исследования, цель и задачи, которые ставятся в работе. Изложение каждого вопроса необходимо начать с написания заголовка, соответствующему оглавлению, который должен отражать содержание текста. Заголовки от текста следует отделять интервалами. Каждый заголовок обязательно должен предшествовать непосредственно своему тексту. В том случае, когда на очередной странице остаётся место только для заголовка и нет места ни для одной строчки текста, заголовок нужно писать на следующей странице.

Излагая вопрос, каждый новый смысловой абзац необходимо начать с красной строки. Закончить изложение вопроса следует выводом, итогом по содержанию данного раздела.

Изложение содержания всей контрольной работы должно быть завершено заключением, в котором необходимо дать выводы по написанию работы в целом.

Срок выполнения контрольной работы определяется преподавателем. По результатам проверки контрольная работа оценивается на 2-5 баллов. В случае отрицательной оценки, студент должен ознакомиться с замечаниями и, устранив недостатки, повторно сдать работу на проверку.

### **6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов**

#### **Контроль освоения компетенций**

*Таблица 6.2.*

<b>Вид контроля</b>	<b>Контролируемые темы (разделы)</b>	<b>Компетенции, компоненты которых контролируются</b>
---------------------	--------------------------------------	---

<b>Экзамен</b>	Предмет линейной алгебры и матричного анализ. Матричная алгебра Определитель матрицы. Невырожденные матрицы. Обратная матрица. Решение системы линейных уравнений. Метод Гаусса и Гаусса-Жордана. Разложение матрицы по матрицам полного ранга. Нормальное псевдорешение Симметричные и ортогональные матрицы и их спектры. Билинейные и квадратичные формы. Неотрицательные матрицы. Элементы аналитической геометрии. Элементы линейного программирования	УК-2 ОПК-1 ОПК-2
----------------	---	------------------------

**6.3. Итоговый контроль проводится в виде экзамена по перечню вопросов, приведенных в рабочей программе.**

1. Определение вектора и системы координат на плоскости.
2. Декартова прямоугольная система координат и координаты вектора.
3. Полярная система координат.
4. Сложение векторов.
5. Линейная комбинация векторов.
6. Проекция вектора на ось.
7. Компоненты вектора.
8. Скалярное произведение векторов.
9. Физический и геометрический смысл скалярного произведения векторов.
10. Свойства скалярного произведения векторов.
11. Преобразование координат вектора при повороте системы координат.
12. Основные задачи аналитической геометрии.
13. Определение прямой линии на плоскости. Направляющий вектор.
14. Общее уравнение прямой на плоскости. Нормальный вектор.
15. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
16. Параметрическое уравнение прямой.
17. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
18. Связь различных форм уравнения прямой на плоскости.
19. Параллельность и перпендикулярность прямых.
20. Решение задач о прямых с помощью направляющих и нормальных векторов.
21. Уравнение окружности.
22. Взаимное расположение прямой и окружности.
23. Решение задач на прямую и окружность.
24. Определение и каноническое уравнение эллипса.
25. Определение и каноническое уравнение гиперболы.
26. Определение и каноническое уравнение параболы.
27. Вырожденные кривые второго порядка на плоскости.
42. Канонические уравнения эллипсоида, гиперболоида и параболоида (без вывода).

43. Понятие  $n$ -мерного вектора. Векторы-столбцы и векторы-строки.
44. Определение прямоугольной матрицы.
45. Произведение строки на столбец.
46. Произведение матрицы на столбец.
47. Произведение прямоугольных матриц.
48. Линейные операции над матрицами и их свойства.
49. Квадратная матрица и ее особые виды (единичная, диагональная, треугольная).
50. Определитель (детерминант) квадратной матрицы.
51. Свойства определителя.
52. Вычисление определителя раскрытием по строке (столбцу).
53. Вычисление определителя с помощью линейных преобразований.
54. Определение обратной матрицы.
55. Условие существования обратной матрицы. Вырожденные матрицы.
56. Вычисление элементов обратной матрицы.
57. Гауссово преобразование матрицы.
58. Определение ранга матрицы.
59. Прямое вычисление ранга матрицы.
60. Нахождение ранга матрицы с помощью Гауссова преобразования.
61. Запись СЛАУ в векторно-матричной форме.
62. Матрица и расширенная матрица СЛАУ.
63. Примеры вырожденных и невырожденных СЛАУ.
64. Формулировка теоремы Кронекера-Капелли.
65. Обращение матрицы СЛАУ.
66. Пример решения невырожденной СЛАУ обращением матрицы.
67. Метод Крамера.
68. Пример решение невырожденной СЛАУ методом Крамера.
69. Метод Гаусса.
70. Пример решение невырожденной СЛАУ методом Гаусса.
71. Пример решения вырожденной СЛАУ.
72. Пример решения однородной СЛАУ.

### Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

*Таблица 6.3.*

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично» (91-100)	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.

«Хорошо» (81-90)	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно» (61-80)	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно» (менее 61)	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

## 7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

### 7.1. Учебная литература:

#### Основная литература:

1. Бурмистрова Е.Б., Лобанов С.Г. Линейная алгебра, дифференциальное исчисление функций одной переменной: учебник для студ. высш. учеб. заведений – М.: Издательский центр «Академия», 2020. (Университетский учебник. Высшая математика и ее приложения к экономике).
  2. Бурмистрова Е. Б., Лобанов С. Г. Линейная алгебра: учебник и практикум для академического бакалавриата (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3588-2. М. : Юрайт, 2019
  3. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры – М.: Наука, любое издание.
  4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. – М.: Наука, любое издание.
  5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, любое издание.
  6. Сборник задач по математике для ВТУЗов. Линейная алгебра и основы математического анализа (под редакцией А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича) – М.: Наука, любое издание после 1981.
  7. Шевцов Г.С. Линейная алгебра. Учебное пособие. – М.: Гардарики, 1999.
- Дополнительная учебная литература:**

1. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии, пополненные необходимыми сведениями из алгебры. – М.: Наука, 1968.

2. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998.
3. Погорелов А.В. Геометрия. – М.: Наука, 1983.
4. Скорняков Л.А. Элементы линейной алгебры. Учебное пособие. – М.: Наука, 1980.
5. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии, дополненные необходимыми сведениями из алгебры. – М.: Наука, 1968.
6. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998.
7. Погорелов А.В. Геометрия. – М.: Наука, 1983.
8. Скорняков Л.А. Элементы линейной алгебры. Учебное пособие. – М.: Наука, 1980.

## **7.2. Используемые ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Internet»; информационные технологии, программные средства и информационно-справочные системы**

Электронная библиотечная система (ЭБС): <http://www.iprbookshop.ru>

10.3. Современные профессиональные баз данных:

□ Электронная библиотечная система «IPRbooks» [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>

□ Научная электронная библиотека <http://www.elibrary.ru>

10.4. Информационные справочные системы:

Компьютерная справочная правовая система «Консультант Плюс»  
<http://www.consultant.ru>

## **7.3. Программное обеспечение**

Университет обеспечен необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства.

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» как на территории университета, так и вне ее.

Университет обеспечен следующим комплектом лицензионного программного обеспечения.

1. Лицензионное программное обеспечение, используемое в ИнГГУ
  - 1.1. Microsoft Windows 7
  - 1.2. Microsoft Office 2007
  - 1.3. Программный комплекс ММИС “Визуальная Студия Тестирования”
  - 1.4. Антивирусное ПО Eset Nod32
  - 1.5. Справочно-правовая система “Консультант”
  - 1.6. Справочно-правовая система “Гарант”

Наряду с традиционными изданиями студенты и сотрудники имеют возможность пользоваться электронными полнотекстовыми базами данных:

**Таблица 7.1.**

<b>Название ресурса</b>	<b>Ссылка/доступ</b>
Электронная библиотека онлайн «Единое окно к образовательным ресурсам»	<a href="http://window.edu.ru">http://window.edu.ru</a>
«Образовательный ресурс России»	<a href="http://school-collection.edu.ru">http://school-collection.edu.ru</a>
Федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ, ГИА	<a href="http://www.edu.ru">http://www.edu.ru</a> –
Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР)	<a href="http://fcior.edu.ru">http://fcior.edu.ru</a> -
ЭБС "КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА". Электронная библиотека технического вуза	<a href="http://www.studentlibrary.ru">http://www.studentlibrary.ru</a> -
Русская виртуальная библиотека	<a href="http://rvb.ru">http://rvb.ru</a> –
Издательство «Лань». Электронно-библиотечная система	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a> -
Еженедельник науки и образования Юга России «Академия»	<a href="http://old.rsue.ru/Academy/Archives/Index.htm">http://old.rsue.ru/Academy/Archives/Index.htm</a>
Научная электронная библиотека «e-Library»	<a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a> -
Электронно-библиотечная система IPRbooks	<a href="http://www.iprbookshop.ru">http://www.iprbookshop.ru</a> -
Электронно-справочная система документов в сфере образования «Информо»	<a href="http://www.informio.ru">http://www.informio.ru</a>
Информационно-правовая система «Консультант-плюс»	Сетевая версия, доступна со всех компьютеров в корпоративной сети ИнГГУ
Информационно-правовая система «Гарант»	Сетевая версия, доступна со всех компьютеров в корпоративной сети ИнГГУ
Электронно-библиотечная система «Юрайт»	<a href="https://www.biblio-online.ru">https://www.biblio-online.ru</a>

#### **7.4. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины/модуля «Линейная алгебра»**

**Материально-техническая база университета** позволяет обеспечивать качественное проведение теоретических и практических занятий.

Перечень необходимых технических средств обучения, используемых в учебном процессе для освоения дисциплины «Физиология растений»:

- компьютерное и мультимедийное оборудование;
- видео- и аудиовизуальные средства обучения и др.

Используемое общее и специализированное учебное оборудование, наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий с перечнем основного лабораторного оборудования, средств измерительной техники приведены в табл. 7.2.

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.01 «ЭКОНОМИКА», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «12» августа 2020 г. № 954.

Программу составил:  
Танкиев И.А.

(Ф.И.О., должность, подпись)

