



**АННОТАЦИЯ**  
**рабочей программы учебной дисциплины**  
**Б1.О.24 Линейная алгебра**

**Направление подготовки бакалавриат 38.03.01 ЭКОНОМИКА, профиль подготовки**  
**Цифровая экономика**

<b>1.</b>	<b>Цель изучения дисциплины</b> Целью освоения дисциплины (модуля) «Линейная алгебра» является обучение основным математическим методам, необходимым для анализа и моделирования экономических процессов и явлений, при поиске оптимальных решений и выборе наилучших способов реализации этих решений.		
<b>2.</b>	<b>Место дисциплины в структуре ОПОП ВО бакалавриата/специалитета/ магистратура</b> Дисциплина (модуль) Линейная алгебра относится к обязательной части учебного плана		
<b>3.</b>	<b>Результаты освоения дисциплины (модуля)</b> «Линейная алгебра»		
	<b>Наименование категории (группы) УК</b>	<b>Код, наименование универсальной компетенции</b>	<b>Код, наименование индикатора достижения универсальной компетенции</b>
	<b>Разработка и реализация проектов</b>	<b>УК-2.</b> <b>Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений</b>	УК-2.1. Определяет круг задач в рамках поставленной цели, определяет связи между ними;
			УК-2.2. Предлагает способы решения поставленных задач и ожидаемые результаты; оценивает предложенные способы с точки зрения соответствия цели проекта;
			УК-2.3. Планирует реализацию задач в зоне своей ответственности с учетом имеющихся ресурсов и ограничений, действующих правовых норм;



		УК-2.4. Выполняет задачи в зоне своей ответственности в соответствии с запланированными результатами и точками контроля, при необходимости корректирует способы решения задач;		
		УК-2.5. Представляет результаты проекта, предлагает возможности их использования и/или совершенствования.		
<b>Наименование категории (группы) ОПК</b>	<b>Код, наименование общепрофессиональной компетенции</b>	<b>Код, наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции</b>		
	<b>ОПК-1.</b> Способен применять знания (на промежуточном	ОПК-1.1 ОПК-1.И-1 Применя т знания микр экономичес	ОПК-1. И-2 Применяет знания макроэкономическо й теории на	ОПК-1.И-3 Применяет математическ аппарат для
	уровне) экономической теории при решении прикладных задач;	кой теории на промежуточном уровне.	промежуточном уровне	решения типовых экономическ задач.
	<b>ОПК-2.</b> Способен осуществлять сб р, обработку и статист ческий анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач;	ОПК-1 ОПК-2.И-1 Осуществляет сбор статистической информации, необходимой для решения поставленных экономических задач..2	ОПК-2.И-2 Обрабатывает статистическую информацию и получает статистически обоснованные выводы	
<b>4. Структура дисциплины</b>				
<b>Вид учебной работы</b>	<b>Всего часов</b>	<b>1 семестр</b>		
Общая трудоемкость дисциплины	144	144		
Аудиторные занятия	68	68		
Лекции	34	34		
Практичес ие занятия (ПЗ)	34	34		
К нтроль самостоятельной работы (КСР)	27	27		
Самостоятельная работа	49	49		



Вид итогового контроля	экзамен	экзамен
<b>4.2. Содержание дисциплины</b>		
<b>Раздел, тема дисциплины</b>	<b>Содержание программы учебной дисциплины</b>	



<p>Тема 1. Предварительные понятия. Предмет линейной алгебры и матричного анализа.</p>	<p> Действительные (вещественные) и комплексные числа. Извлечение корней <math>n</math>-й степени из комплексного числа. Основная теорема алгебры. Предмет линейной алгебры и его приложения к экономическим задачам. Арифметические векторы. Операции над векторами. Алгебраические свойства векторов. Геометрическая интерпретация векторов. Линейная независимость. Скалярное произведение двух векторов. Определение матрицы. Типы матриц. Матрицы специального вида. След матрицы. Транспонирование матрицы. Экономические примеры: векторное представление экономических данных и операции с ними. Оценка инфляции: вычисления индекса Ласпейреса и индекса Пааше.</p>
<p>Тема 2. Матричная алгебра</p>	<p> Ранг матрицы. Неравенства о рангах матриц. Сумма и произведение матриц. Единичная матрица. Произведение Кронекера матриц. Квадратные матрицы. Степень матрицы. Многочлен от матриц. Элементарные матричные преобразования. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Каноническая форма матрицы. Экономические примеры: модель Тинбергена макроэкономической политики, технологическая матрица, модель Леонтьева.</p>
<p>Тема 3. Определитель матрицы.</p>	<p> Перестановка, подстановка. Четность и нечетность перестановки. Определение определителя. Определитель и элементарные операции. Разложение Лапласа по строкам или столбцам. Основные свойства определителя. Примеры вычисления определителя специального вида. Определитель блочной и блочно-треугольной матриц. Подматрица. Главная подматрица. Минор, главный минор, ведущий главный (угловой) минор. Минор элемента, алгебраическое дополнение элемента матрицы. Решение квадратной системы линейных уравнений методом Крамера. Экономические примеры: нахождение валового выпуска <math>X_i</math> товара <math>i</math>-ой отрасли методом Крамера в модели Леонтьева</p>



<p>Тема 4. Невырожденные матрицы. Обратная матрица.</p>	<p>Определение невырожденной матрицы. Обратная матрица. Присоединенная матрица. Эквивалентные условия невырожденности (обратимости) матрицы. Определитель и обратная матрица. Связь между максимальным порядком ненулевого минора и рангом матрицы. Матрицы полного ранга. Решение квадратной системы линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Матричные уравнения. Экономические примеры: нахождение выпуска товара по матрице прямых затрат (matrix of input coefficients) и вектору конечного потребления (households' demand)</p>
<p>Тема 5. Решение системы линейных уравнений. Метод Гаусса и Гаусса-Жордана.</p>	<p>Система линейных неоднородных уравнений общего вида. Совместность и несовместность системы, структура множества решений. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса и Гаусса-Жордана. Решение матричных уравнений и нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Система однородных уравнений. Условие единственности решения однородной системы. Фундаментальная система решений однородной системы. Общее решение неоднородной системы. Экономические примеры: обмен <math>m</math> товарами между <math>n</math> агентами, при ценах товаров, обеспечивающих нулевые прибыли; расчет выпуска товара по спросу конечной и внутренней потребностей.</p>
<p>Тема 6. Разложение матрицы по матрицам полного ранга. Нормальное псевдорешение.</p>	<p>Решение и псевдорешение системы (в том числе несовместной) линейных уравнений с произвольной матрицей коэффициентов. Псевдообратная матрица по МураПенроузу. О единственности нормального псевдорешения. Методы нахождения нормального псевдорешения. Разложение матрицы по матрицам полного ранга (скелетное разложение). Метод наименьших квадратов. Экономические примеры: метод наименьших квадратов в задачах эконометрики.</p>



<p>Тема 7. Линейные пространства и линейные операторы.</p>	<p>Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств. Линейная независимость векторов пространства. Базис. Теорема о базисе. Размерность линейного пространства. Изменение базиса. Матрица перехода. Преобразование координат при изменении базиса. Линейная оболочка. Разложения пространства в прямую сумму. Линейные операторы: определение. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Образ, ядро линейного преобразования. О сумме размерностей образа и ядра. Экономические примеры</p>
<p>Тема 8 Евклидово пространство.</p>	<p>Определение. Свойства скалярного произведения. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогонализация Грама-Шмидта. Расстояние от вектора до подпространства. Матрица Грама. Матрица скалярного произведения.</p>
<p>Тема 9. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора (матрицы).</p>	<p>Определение собственного значения и собственного вектора. Характеристический многочлен матрицы. Спектр линейного оператора (матрицы). Теорема Гамильтона-Кэли. Спектральный радиус. Сингулярные числа и сингулярное разложение матрицы. Определение нормы матрицы. Связь между спектральным радиусом и нормой матрицы. Линейная независимость собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям. О диагонализуемости матрицы линейного преобразования.</p>
<p>Тема 10. Симметричные и ортогональные матрицы и их спектры. Билинейные и квадратичные формы.</p>	<p>Матрица самосопряженного линейного преобразования в пространстве с ортогональным базисом. Ортогональные преобразования и матрицы. Билинейные и квадратичные формы. Матрица билинейной формы. Преобразование матрицы билинейной формы при замене базиса. Квадратичная форма. Виды квадратичных форм: положительно определенная; отрицательно определенная; неотрицательно определенная; неположительно определенная квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к стандартному и каноническому виду. Закон инерции для квадратичных форм. Характеризация и исследование квадратичной формы по спектру ее матрицы.</p>



<p>Тема 11. Неотрицательные матрицы.</p>	<p>Неотрицательные матрицы. Неразложимость матрицы. Условие неразложимости неотрицательной матрицы. Теорема Перрона–Фробениуса. Продуктивные матрицы. Критерии продуктивности. Стахостические матрицы. Экономические примеры: продуктивности линейной модели Леонтьева.</p>
<p>Тема 12. Элементы аналитической геометрии.</p>	<p>Общее уравнение прямой на плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Параметрическое и каноническое уравнения прямой. Расстояние от точки до прямой. Преобразование координат точки при замене системы координат. Векторное и смешанное произведение векторов. Общее уравнение плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых.</p>
<p>Тема 13. Элементы линейного программирования.</p>	<p>Задача линейного программирования. Понятие о симплекс-методе. Выпуклые области. Двойственная задача линейного программирования и теоремы двойственности. Экономические примеры: задача о распределении ресурсов, теневые цены ресурсов, транспортная задача, задача о максимальном потоке, игры с нулевой суммой.</p>
<p><b>5. Образовательные технологии</b></p>	
<p>При подготовке бакалавров используются следующие основные формы проведения учебных занятий:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• интерактивные лекции;</li><li>• лекции-пресс-конференции;</li><li>• тренинги и семинары по развитию профессиональных навыков;</li><li>• групповые, научные дискуссии, дебаты.</li></ul>	
<p><b>6. Используемые ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Internet»; информационные технологии, программные средства и информационно-справочные системы</b></p>	
<p>Электронная библиотечная система (ЭБС): <a href="http://www.iprbookshop.ru">http://www.iprbookshop.ru</a> 10.3. Современные профессиональные баз данных: <input type="checkbox"/> Электронная библиотечная система «IPRbooks» [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru">http://www.iprbookshop.ru</a> <input type="checkbox"/> Научная электронная библиотека <a href="http://www.elibrary.ru">http://www.elibrary.ru</a> 10.4. Информационные справочные системы: Компьютерная справочная правовая система «Консультант Плюс» <a href="http://www.consultant.ru">http://www.consultant.ru</a></p>	



7.	<b>Формы текущего контроля</b>
	<i>собеседование, коллоквиум, тест, проверка контрольных работ, рефератов, опрос студентов на учебных занятиях,</i>
8.	<b>Форма промежуточного контроля</b>
	<i>экзамен</i>

**Разработчик: : к.ф-м.н., профессор кафедры Математического анализа Танкиев И.А.**