



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
ФГБОУ ВО «Ингушский государственный университет»**

Гуманитарно-технический колледж

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор ГТК

\_\_\_\_\_/Хамхоев А.И.  
от « 29 » \_\_\_\_\_ июня 2020г.

**Фонд оценочных средств**

**ПД.01 «Математика»**

для специальности

**11.02.16. «Монтаж, техническое обслуживание и ремонт электронных приборов и устройств»**

**Магас-2020**

Фонд оценочных средств разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 11.02.16. «Монтаж, техническое обслуживание и ремонт электронных приборов и устройств» ПД. 01 «Математика».

**Организация – разработчик:** ФГБОУ ВО «Ингушский государственный университет» Гуманитарно – технический колледж

**Разработчик:** Баркинхоева Марем Магомедовна, преподаватель

Рассмотрена и одобрена на заседании Педагогического совета ГТК

Протокол № 08 от «27» июня 2020 г.

Рассмотрена и одобрена на заседании Методического совета ГТК.

Протокол № 09 от «29» июня 2020г.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Паспорт фонда оценочных средств.....	4
1.1. Общие положения.....	5
1.2 Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке .....	6
2. Тестовые вопросы по дисциплине.....	7
3. Экзаменационные вопросы.....	14
4. Литература.....	27

## 1. Паспорт фонда оценочных средств

### Требования ФГОС СПО к результатам освоения дисциплины:

#### общие компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях;

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения;

ОК 07. Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать/понимать**:

- - значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- - значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- - универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- - вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь**:

- выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;
- находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;
- выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;
- вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;
- определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;
- строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;
- использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;
- решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;
- использовать графический метод решения уравнений и неравенств;
- изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;
- составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в

текстовых (в том числе прикладных) задачах.

- находить производные элементарных функций;
  - использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;
  - применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;
  - вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;
  - решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
  - вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;
  - распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
  - описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
  - анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
  - изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
  - строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
  - решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
  - использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
  - проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:**
- для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.
  - для описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков.
  - для построения и исследования простейших математических моделей.
  - решения прикладных задач, в том числе: социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.
  - для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;
  - для анализа информации статистического характера.
  - для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
  - вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

**Форма промежуточной аттестации:** экзамен (II семестр)

### **1.1. Общие положения**

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины ПД.01 Математика. ФОС включает контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме экзамена.

ФОС разработан на основании положений:

программы подготовки специалистов среднего звена специальности СПО 11.02.16.

«Монтаж, техническое обслуживание и ремонт электронных приборов и устройств» рабочей программы учебной дисциплины «Математика».

## 1.2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

### Результаты обучения

#### (освоенные умения, усвоенные знания)

##### Умения

величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения; находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений; выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций; вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции; определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках; строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций; решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы; находить производные элементарных функций; использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков; применять производную для решения задач прикладного характера, на нахождение наибольшего и наименьшего значения; находить неопределённый интеграл; вычислять в простейших случаях площади и объёмы с использованием определенного интеграла. решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул; вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов; распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями; описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве; изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач; строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды; решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);

##### Знания

основные сведения о числах и действиях над ними, приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); понятия корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений; понятие функции, различные способы задания функции; построение графиков изученных функций, иллюстрация по графику свойств элементарных функций; основные методы решения рациональных, показательных, логарифмических тригонометрических уравнений, а также аналогичных неравенств и систем; основные понятие и методы математического анализа; основные понятия теории вероятности и математической статистики; основные понятие и методы стереометрии

## 2. ТЕСТОВЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ПД.01 «МАТЕМАТИКА»

Компетенции:

**ОК 01.** Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

**ОК 02.** Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;

**ОК 03.** Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях;

**ОК 04.** Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;

**ОК 05.** Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

**ОК 06.** Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения;

**ОК 07.** Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях.

Номер задания	Правильный ответ	Содержание вопроса	Компетенция
<b>Задания закрытого типа с одним правильным ответом</b>			
1	1	<b>Прочитайте текст и выберите правильный ответ.</b> Упростить выражение и найти $x$ : $\lg x = \lg 8 + 2 \lg 5 - \lg 10 - \lg 2$  1) 10; 2) -1; 3) -10; 4) 0	ОК 01

2	4	<p><b>Прочитайте текст и выберите правильный ответ</b></p> <p>Найдите корень уравнения <math>\log_2(3x + 1) = 3</math></p> <p>1) 11; 2) 1; 3) -10; 4) <math>\frac{7}{3}</math></p>	ОК 01
3	3	<p><b>Прочитайте текст и выберите правильный ответ.</b></p> <p>Упростите, используя формулы приведения:</p> <p><math>\cos(\pi - \alpha) \cdot \cos(2\pi - \alpha) + \cos^2 \alpha</math></p> <p>1) <math>2\cos^2 \alpha</math>; 2) 1; 3) 0; 4) <math>2\sin^2 \alpha</math>.</p>	ОК 01
4	1	<p><b>Прочитайте текст и выберите правильный ответ.</b></p> <p>Сколько интервалов убывания имеет функция <math>f(x) = x^3 - 3x</math>?</p> <p>1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) Ни одного.</p>	ОК 01 ОК 06
5	2	<p><b>Прочитайте текст и выберите правильный ответ.</b></p> <p>Сколько критических точек имеет функция <math>f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x</math>?</p> <p>1) 2; 2) 1; 3) 3; 4) Ни одной.</p>	ОК 01



6	6	<p><b>Прочитайте текст и выберите правильный ответ.</b>  Значение функции <math>y = -x^2 + 4x + 2</math> в точке максимума равно...</p> <p>1) 0;  2) 2;  3) 6;  4) 8.</p>	ОК 01
7	4	<p><b>Прочитайте текст и выберите правильный ответ.</b>  Точкой максимума функции <math>f(x) = 16x^3 + 81x^2 - 21x - 2</math> является...</p> <p>1) -1  2) 3,5  3) -3  4) -3,5</p>	ОК 01
<b>Задания закрытого типа. Задачи на соответствие</b>			

8	321 А-3 Б-2 В-1	<table><tr><td colspan="2"><b>Прочитайте текст и установите соответствие</b> между фигурами и их формулами объемов</td></tr><tr><td><b>Формулы</b></td><td><b>Фигуры</b></td></tr><tr><td>А) <math>\frac{1}{3}S_{осн}H</math> Б) <math>\pi R^2H</math> В) <math>S_{осн}H</math></td><td>1) Параллелепипед 2) Цилиндр 3) Пирамида</td></tr></table>	<b>Прочитайте текст и установите соответствие</b> между фигурами и их формулами объемов		<b>Формулы</b>	<b>Фигуры</b>	А) $\frac{1}{3}S_{осн}H$ Б) $\pi R^2H$ В) $S_{осн}H$	1) Параллелепипед 2) Цилиндр 3) Пирамида	ОК 01 ОК 04
<b>Прочитайте текст и установите соответствие</b> между фигурами и их формулами объемов									
<b>Формулы</b>	<b>Фигуры</b>								
А) $\frac{1}{3}S_{осн}H$ Б) $\pi R^2H$ В) $S_{осн}H$	1) Параллелепипед 2) Цилиндр 3) Пирамида								
9	321 А-3 Б-2 В-1	<table><tr><td colspan="2"><b>Прочитайте текст и установите соответствие</b> между функциями и их производными</td></tr><tr><td><b>Функции</b></td><td><b>Производные</b></td></tr><tr><td>А) <math>x^3 - 9x^2 + 15x</math> Б) <math>3x^2 + 15x</math> В) <math>-9x</math></td><td>1) <math>-9</math> 2) <math>6x+15</math> 3) <math>3x^2 -9x</math></td></tr></table>	<b>Прочитайте текст и установите соответствие</b> между функциями и их производными		<b>Функции</b>	<b>Производные</b>	А) $x^3 - 9x^2 + 15x$ Б) $3x^2 + 15x$ В) $-9x$	1) $-9$ 2) $6x+15$ 3) $3x^2 -9x$	ОК 01
<b>Прочитайте текст и установите соответствие</b> между функциями и их производными									
<b>Функции</b>	<b>Производные</b>								
А) $x^3 - 9x^2 + 15x$ Б) $3x^2 + 15x$ В) $-9x$	1) $-9$ 2) $6x+15$ 3) $3x^2 -9x$								
10	А-2 Б-3 В-4 Г-1	<table><tr><td colspan="2"><b>Прочитайте текст и установите соответствие</b> между основными методами задания функции и их характеристиками</td></tr><tr><td><b>характеристики</b></td><td><b>Методы</b></td></tr><tr><td>А) закон, согласно которому значения</td><td>1) Табличный 2) Словесный 3) Графический</td></tr></table>	<b>Прочитайте текст и установите соответствие</b> между основными методами задания функции и их характеристиками		<b>характеристики</b>	<b>Методы</b>	А) закон, согласно которому значения	1) Табличный 2) Словесный 3) Графический	ОК 01 ОК 02
<b>Прочитайте текст и установите соответствие</b> между основными методами задания функции и их характеристиками									
<b>характеристики</b>	<b>Методы</b>								
А) закон, согласно которому значения	1) Табличный 2) Словесный 3) Графический								

		<p>функции соответствуют значениям аргумента, формулируется словесно</p> <p>Б) изображают график функции <math>y=f(x)</math> в системе координат Оху</p> <p>В) в одной строке таблицы записывают значения аргумента, а в другой — соответствующее каждому аргументу значение функции</p> <p>Г) функция задаётся с помощью формулы <math>y=f(x)</math>, где <math>f(x)</math> — некоторое выражение с переменной <math>x</math></p>	<p>4) Аналитический</p>	
--	--	--	-------------------------	--

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности			
11	21435	<p><b>Прочитайте текст и установите правильную последовательность</b> действий при решении задач линейного программирования в Excel:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) внести исходные данные задачи и ограничения;</li> <li>2) составить математическую модель задачи;</li> <li>3) запустить надстройку Поиск решения;</li> <li>4) выделить место под ячейки решения и целевую функцию, ввести ее формулу;</li> <li>5) установить нужные параметры решения и запустить выполнение.</li> </ol>	ОК 02
12	3214	<p><b>Прочитайте текст и установите правильную последовательность</b> вычисления определённого интеграла:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) подставляем <math>a</math> в первообразную, находим <math>F(a)</math>;</li> <li>2) подставляем <math>b</math> в первообразную, находим <math>F(b)</math>;</li> <li>3) находим первообразную <math>F(x)</math>, то есть неопределённый интеграл (константу <math>C</math> не добавляем);</li> <li>4) находим разность <math>F(b)-F(a)</math>.</li> </ol>	ОК 02
13	1342	<p><b>Прочитайте текст и установите правильную последовательность</b> алгоритма составления уравнения касательной к графику функции <math>y = f(x)</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Обозначить буквой <math>a</math> абсциссу точки касания.</li> <li>2) Подставить найденные числа <math>a, f(a), f'(a)</math> в общее уравнение касательной <math>y = f(a) + f'(a)(x - a)</math>.</li> <li>3) Найти <math>f(a)</math>.</li> </ol>	ОК 03

		4) Найти $f'(x)$ и $f'(a)$ .	
14	163452	<p><b>Прочитайте текст и установите правильную последовательность</b> алгоритма нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Проверить, что функция непрерывна на этом отрезке</li> <li>2) Выбрать из них наименьшие и наибольшие значения</li> <li>3) Приравнять производную к 0, найти критические точки</li> <li>4) Из критических точек выбрать те, которые лежат на отрезке</li> <li>5) Найти значения функций в критических точках внутри отрезка и на концах отрезка</li> <li>6) Найти производную</li> </ol>	ОК 06
15	сложная	<p><b>Запишите термин, о котором идет речь.</b>          Функция, внутри которой есть другая функция называется .....</p> <p>(ответ запишите строчными буквами)</p>	ОК 02
16	Производная	<p><b>Запишите термин, о котором идёт речь.</b>          .....— это предел отношения приращения функции к приращению аргумента, если приращение аргумента стремится к нулю (и этот предел существует).</p> <p>(ответ запишите строчными буквами)</p>	ОК 02 ОК 07
17	правильной	<p><b>Запишите термин, о котором идёт речь.</b>          Пирамида у которой основанием её является правильный многоугольник, а вершина проецируется в центр основания называется .....</p> <p>(ответ запишите строчными буквами)</p>	ОК 02
18	Случайное	<p><b>Запишите термин, о котором идёт речь.</b>          .....событие - событие, которое может при осуществлении данных условий (т. е. при данном испытании) как произойти, так и не произойти и для которого имеется определенная вероятность его наступления.</p>	ОК 02
<b>Задания открытого типа с развернутым ответом</b>			

19	Противолежащие грани параллелепипеда параллельны и равны	<b>Прочитайте текст и запишите развернутый ответ</b> Сформулируйте свойство о противолежащих гранях параллелепипеда	ОК 05
20	У пирамиды одно основание - многоугольник. У призмы два основания - равные многоугольник и. У пирамиды грани треугольники, имеющие общую вершину.	<b>Прочитайте текст и запишите развернутый ответ</b> В чем отличие полной поверхности пирамиды от полной поверхности призмы	ОК 05

## 2. Экзаменационные вопросы

1. Степень с натуральным и целым показателями. Свойства степеней.
2. Формулы сокращенного умножения. Действия с алгебраическими дробями
3. Системы уравнений с двумя неизвестными (2 способа решения).
4. Линейная функция. Понятие функции.
5. Квадратные корни. Квадратные уравнения и неравенства. Свойства корней.
6. Среднее арифметическое и геометрическое чисел.
7. Действительные числа. Арифметический корень натуральной степени.
8. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
9. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.
10. Иррациональные уравнения и неравенства.
11. Понятие логарифма. Десятичные и натуральные логарифмы.
12. Свойства логарифмов.
13. Синус, косинус тангенс и котангенс. Знаки тригонометрических функций.
14. Тригонометрические формулы
15. Определение производной.
16. Возрастание и убывание функции.
17. Производные второго порядка.
18. Таблица производных
19. Первообразная. Таблица первообразных.
20. Таблица интегралов.

## Ключи

1. Степенью числа  $a$  с натуральным показателем  $n$ , большим 1, называется произведение  $n$  множителей, каждый из которых равен  $a$

$$a^n = \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n \text{ раз}}$$

, где число  $a$  — основание степени, а число  $n$  — показателем степени.

Если  $n = 1$ , то  $a^1 = a$ .

### Свойства степеней

1.  $a^0 = 1$ , при  $a \neq 0$
2.  $a^1 = a$
3.  $(-a)^n = a^n$ , если  $n$  – четное
4.  $(-a)^n = -a^n$ , если  $n$  – нечетное
5.  $(ab)^n = a^n b^n$
6.  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
7.  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
8.  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
9.  $a^n a^m = a^{n+m}$
10.  $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
11.  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

### 2. Формулы сокращенного умножения

1. Формула квадрата суммы:  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. Формула квадрата разности:  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. Формула куба суммы:  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
4. Формула куба разности:  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
5. Формула разности квадратов:  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
6. Формула суммы кубов:  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
7. Формула разности кубов:  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ .

**Алгебраическая дробь** — это дробь вида  $\frac{P}{Q}$ , где  $P$  и  $Q$  — многочлены.

С алгебраическими дробями можно выполнять любые действия вплоть до возведения в степень. При их выполнении мы в итоге получаем алгебраическую дробь. Все пункты необходимо разбирать последовательно.

Действия с алгебраическими дробями аналогичны действиям с обыкновенными дробями. Поэтому стоит отметить, что правила являются совпадающими при любых выполняемых с ними действиями.

### Сложение алгебраических дробей.

Сложение может выполняться в двух случаях: при одинаковых знаменателях, при наличии разных знаменателей.

Если необходимо произвести сложение дробей с одинаковыми знаменателями, нужно сложить числители, а знаменатель оставить без изменения. Это правило позволяет воспользоваться сложением дробей и многочленов, которые находятся в числителях.

Если имеются дроби с разными знаменателями, тогда необходимо применить правило: воспользоваться приведением к общему знаменателю, выполнить сложение полученных дробей.

### **Вычитание.**

Вычитание выполняется аналогично сложению. При одинаковых знаменателях действия выполняются только в числителе, знаменатель остается неизменным. При различных знаменателях выполняется приведение к общему. Только после этого можно приступить к вычислениям.

### **Умножение алгебраических дробей.**

С дробями можно производить умножение аналогичное умножению обыкновенных дробей: для того, чтобы умножить дроби, необходимо произвести умножение числителей и знаменателей отдельно.

**3. Уравнениями** называются математические равенства разной степени сложности, в которых одна или несколько величин неизвестны. Значения всех переменных нужно найти таким образом, чтобы в результате их подстановки в первоначальное уравнение получилось верное числовое равенство.

Под **системой уравнений** понимается условие, которое заключается в одновременном выполнении нескольких уравнений, логически связанных между собой, относительно одной или нескольких переменных. Рассмотрим все варианты решения системы уравнений с двумя переменными.

Для того чтобы решить систему уравнений с двумя переменными, необходимо определить значения пары переменных, которые при подстановке в каждое из уравнений обратят их в верные числовые неравенства. Если удалось вычислить эти значения правильно, то они и будут являться решением для всех уравнений рассматриваемой системы.

В алгебре некоторые системы уравнений могут вовсе не иметь правильных решений или наоборот их может быть бесконечное множество.

Основные способы решения систем с двумя неизвестными:

1. способ подстановки;
2. способ сложения;

### **Способ подстановки**

Этот способ считается одним из самых понятных и часто используемых для быстрого нахождения решения. Он заключается в следующем:

- в любом уравнении системы  $y$  выражается через  $x$ ;



- полученное выражение подставляется в другое уравнение в результате чего остается только одна неизвестная;
- после решения уравнения определяется значение  $x$ ;
- после этого легко вычисляется переменная  $y$ .

### Способ сложения

Алгоритм решения системы линейных уравнений с двумя переменными заключается в выполнении последовательных действий:

- сначала нужно уравнивать модули коэффициентов при одном неизвестном;
- сложить либо вычесть уравнения системы;
- решить объединенное уравнение и найти значение одной переменной;
- вычислить второе неизвестное.

4. Функция — это зависимость  $y$  от  $x$ , где  $x$  является независимой переменной или аргументом функции, а  $y$  — зависимой переменной или значением функции.

Задать функцию значит определить правило, следуя которому по значениям независимой переменной можно найти соответствующие значения функции. Вот какими способами ее можно задать:

1. Табличный способ помогает быстро определить конкретные значения без дополнительных измерений или вычислений.

2. Аналитический способ — через формулы. Компактно, и можно посчитать функцию при произвольном значении аргумента из области определения.

3. Словесный способ.

4. Графический способ

**Линейная функция** — это функция вида  $y = kx + b$ , где  $x$  — независимая переменная,  $k$ ,  $b$  — некоторые числа. При этом  $k$  — угловой коэффициент,  $b$  — свободный коэффициент.

Графиком линейной функции является прямая. Для ее построения достаточно двух точек, координаты которых удовлетворяют уравнению функции.

### Свойства линейной функции:

1. Область определения функции — множество всех действительных чисел.

2. Множеством значений функции является множество всех действительных чисел.

3. График линейной функции — прямая. Для построения прямой достаточно знать две точки. Положение прямой на координатной плоскости зависит от значений коэффициентов  $k$  и  $b$ .

4. Функция не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений.

5. Четность и нечетность линейной функции зависят от значений коэффициентов  $k$  и  $b$ :  $b \neq 0, k = 0$ , значит,  $y = b$  — четная;  $b = 0, k \neq 0$ , значит,  $y = kx$  — нечетная;  $b \neq 0, k \neq 0$ , значит,  $y = kx + b$  — функция общего вида;  $b = 0, k = 0$ , значит,  $y = 0$  — как четная, так и нечетная функция.

6. Свойством периодичности линейная функция не обладает, потому что ее спектр непрерывен.

7. График функции пересекает оси координат: ось абсцисс  $OX$  — в точке  $(-b/k; 0)$ ; ось ординат  $OY$  — в точке  $(0; b)$ .

8.  $x = -b/k$  — является нулем функции.

9. Если  $b = 0$  и  $k = 0$ , то функция  $y = 0$  обращается в ноль при любом значении переменной  $x$ .

Если  $b \neq 0$  и  $k = 0$ , то функция  $y = b$  не обращается в ноль ни при каких значениях переменной  $x$ .

10. Функция монотонно возрастает на области определения при  $k > 0$  и монотонно убывает при  $k < 0$ .

11. При  $k > 0$  функция принимает отрицательные значения на промежутке  $(-\infty; -b/k)$  и положительные значения на промежутке  $(-b/k; +\infty)$ .

При  $k < 0$  функция принимает отрицательные значения на промежутке  $(-b/k; +\infty)$  и положительные значения на промежутке  $(-\infty; -b/k)$ .

12. Коэффициент  $k$  характеризует угол, который образует прямая с положительным направлением  $OX$ . Поэтому  $k$  называют угловым коэффициентом.

Если  $k > 0$ , то этот угол острый, если  $k < 0$  — тупой, если  $k = 0$ , то прямая совпадает с осью  $OX$ .

**5. Квадратным корнем (арифметическим квадратным корнем)** из неотрицательного числа  $a$  называется такое **неотрицательное число, квадрат которого равен  $a$**  ( $\sqrt{a} = x, x^2 = a; x_1 a \geq 0$ )

**Квадратные уравнения** — это уравнения вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , где коэффициенты  $a, b, c$  — это некоторые числа, причём  $a \neq 0$ .

**Решить квадратное уравнение** — это значит найти все его корни или, напротив, установить, что корней нет.

Есть два самых распространённых способа решения таких уравнений: первый — с помощью формулы корней, второй — с помощью теоремы Виета.

### Основные свойства корней

Для любого натурального  $n$ , целого  $k$  и любых неотрицательных чисел  $a$  и  $b$  выполнены равенства:

1.  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ ;
2.  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} (b \neq 0)$ ;
3.  $\sqrt[n]{a^k} = \sqrt[n]{a}^k$ ;
4.  $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[n \cdot k]{a} (k > 0)$ ;

5. при нечетных  $n$ :  $\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$  (если  $k \leq 0$ , то  $a \neq 0$ );
6. при четных  $k$  и  $n$ :  $\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{|a|})^k$  (если  $k \leq 0$ , то  $a \neq 0$ ).

**6. Среднее арифметическое** нескольких чисел - это сумма данных чисел, делённая на их количество. Так, например: среднее арифметическое чисел  $a$  и  $b$  равно  $\frac{a+b}{2}$ ; Вообще, среднее арифметическое чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  равно  $\frac{a_1+a_2+\dots+a_n}{n}$ .

Среднее арифметическое можно вычислять для чисел любого знака. Однако далее, если нет специальных оговорок, мы считаем все рассматриваемые числа неотрицательными.

**Средним геометрическим** нескольких положительных вещественных чисел называется такое число, которым можно заменить каждое из этих чисел так, чтобы их произведение не изменилось.  $G(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$

**7. Действительные числа** — это категории рациональных и иррациональных числовых значений.

Через  $\mathbb{R}$  обычно выражается множество действительных чисел (их значения).

**Рациональные числовые значения.** Эту категорию чисел можно выразить, как положительное или отрицательное дробное значение. Еще есть вариант представлять рациональное число в виде нулевого значения.

**Иррациональное число.** Данные значения невозможно выразить как деление двух и более целых данных. Такие числа представлены и выражаются как бесконечная, не имеющая определенного периода десятичная дробь.

Арифметическим корнем натуральной степени, где  $n \geq 2$ , из неотрицательного числа  $a$  называется неотрицательное число,  $n$ -я степень которого равна  $a$ .

Обозначение:  $\sqrt[n]{a}$  – корень  $n$ -й степени, где  $n$  – степень арифметического корня;  $a$  – подкоренное выражение.

**Свойства арифметического корня натуральной степени:**

Если  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$  и  $n, m$  – натуральные числа, причем  $n \geq 2$ ,  $m \geq 2$ , то справедливо следующее:

1.  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$ .

2.  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ .

3.  $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ .

4.  $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ .

5. Для любого  $a$  справедливо равенство:

$$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a|, \text{ где } k - \text{натуральное число.}$$

**8. Арифметическая и геометрическая прогрессии** — это два основных типа числовых последовательностей, которые используются для описания закономерностей в ряде чисел.

**Арифметическая прогрессия** — это последовательность чисел, в которой каждый следующий член равен предыдущему члену, к которому прибавляется постоянная величина, называемая разностью прогрессии. Эту разность обычно обозначают буквой  $d$ . Формула арифметической прогрессии

Если обозначить первый член прогрессии как  $a_1$ , то общую формулу для  $n$ -го члена арифметической прогрессии можно записать так:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

где:

- $a_1$  — первый член прогрессии;
- $d$  — разность прогрессии;
- $n$  — номер члена в последовательности;
- $a_n$  —  $n$ -й член прогрессии

**Геометрическая прогрессия** — это последовательность чисел, в которой каждый член после первого получается умножением предыдущего члена на фиксированное число, называемое знаменателем прогрессии.

*В отличие от арифметической прогрессии, где каждый следующий член получается прибавлением постоянного числа к предыдущему, в геометрической прогрессии используется умножение на фиксированный коэффициент. Эта разница существенно влияет на природу последовательности. В арифметической прогрессии члены увеличиваются или уменьшаются на одинаковую величину, тогда как в геометрической прогрессии рост или убывание происходит экспоненциально.*

**Формула геометрической прогрессии:**

Если обозначить первый член прогрессии через  $a_1$ , а знаменатель прогрессии через  $q$ , то общая формула для  $n$ -го члена геометрической прогрессии записывается так:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

**9. Численная последовательность**  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n, \dots\}$ , каждый член которой равен предыдущей, умноженной на постоянное число  $q$  для этой последовательности, называется геометрической прогрессией. Число  $q$  называется знаменателем прогрессии.

Если знаменатель  $|q| < 1$ , то такая последовательность называется бесконечно убывающей геометрической прогрессией.

Количество бесконечно убывающейся геометрической прогрессии

Сумма бесконечно убывающей прогрессии - это число, к которому сумма первых  $n$  членов убывающей прогрессии приближается без ограничений, поскольку число  $n$  стремится к

бесконечности. Сумма бесконечно уменьшающейся геометрической прогрессии рассчитывается по формуле:  $S_n = \frac{b_1}{1-q}$

**10. Иррациональное уравнение** – это уравнения, в которых неизвестное находится под знаком корня.

**Свойство:** при возведении обеих частей уравнения в натуральную степень получается уравнение – следствие данного.

### виды иррациональных уравнений

1.  $\sqrt{f(x)} = a$

В этом случае мы можем воспользоваться определением квадратного корня.

Из него следует, что  $a \geq 0$ , тогда  $(\sqrt{a})^2 = a$

Для нашего случая получим

$$(\sqrt{f(x)})^2 = a^2 \text{ или } f(x) = a^2$$

1.  $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = 0$

Мы знаем, что сумма положительных чисел равна нулю тогда и только тогда, когда каждое из слагаемых равно нулю.

Т.е.

2.  $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$

По определению квадратного корня  $f(x) > 0$ . Таким образом, чтобы найти такие значения неизвестной, при которых выполняются следующие условия:

$$\{f(x) \geq 0, g(x) \geq 0, f(x) = g(x)\}$$

**Неравенство**, содержащие переменную под знаком корня, называется иррациональным.

Иррациональное неравенство, как правило, сводится к равносильной системе (или совокупности систем) неравенств.

1.  $\sqrt{f(x)} > \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \{g(x) \geq 0, f(x) > g(x)\}$

2.  $\sqrt{f(x)} \geq \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \{g(x) \geq 0, f(x) \geq g(x)\}$

3.  $\sqrt{f(x)} < g(x) \Leftrightarrow \{f(x) \geq 0, g(x) > 0, f(x) < g^2(x)\}$

4.  $\sqrt{f(x)} \leq g(x) \Leftrightarrow \{f(x) \geq 0, g(x) \geq 0, f(x) \leq g^2(x)\}$

5.  $\sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \{g(x) < 0, f(x) \geq 0, \{g(x) \geq 0, f(x) > g^2(x)\}\}$

6.  $\sqrt{f(x)} \geq g(x) \Leftrightarrow \{g(x) < 0, f(x) \geq 0, \{g(x) \geq 0, f(x) \geq g^2(x)\}\}$

11. **Логарифмом** положительного числа  $b$  по основанию  $a$ ,  $a > 0, a \neq 1$  называется показатель степени, в которую надо возвести  $a$ , чтобы получить  $b$ .  
 $\log_a b = c \Leftrightarrow 1) b > 0 \quad 2) a > 0, a \neq 1 \quad 3) a^c = b$

## Десятичные и натуральные логарифмы

- Десятичным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию 10 и пишут  $\lg b$  вместо  $\log_{10} b$ .
- Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию  $e$ , где  $e$  – иррациональное число, приближённо равное 2,7. При этом пишут  $\ln b$  вместо  $\log_e b$ .

Основные свойства логарифмов	
1. $\log_a 1 = 0$ ;	10. $\log_a b^m = m \log_a b$ ;
2. $\log_a a = 1$ ;	11. $\log_a b^m = \frac{m}{k} \log_a b$ ;
3. $\log_a \frac{1}{a} = -1$ ;	12. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ;
4. $\log_{a^k} a = \frac{1}{k}$ ;	13. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ ;
5. $\log_a a^m = m$ ;	14. $\log_a b \cdot \log_c d =$
6. $\log_{a^k} a^m = \frac{m}{k}$ ;	$= \log_c b \cdot \log_a d$
7. $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$ ;	15. $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$
8. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ ;	
9. $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$ ;	

12.

13. Синус угла ( $\sin \alpha$ ) - это отношение противолежащего этому углу катета к гипотенузе.

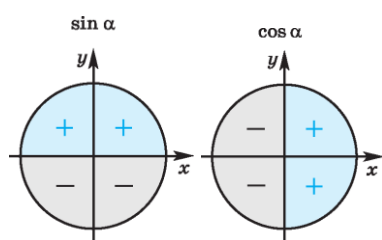
Косинус угла ( $\cos \alpha$ ) - это отношение прилежащего катета к гипотенузе.

Тангенс угла ( $\tg \alpha$ ) - это отношение противолежащего катета к прилежащему.

Котангенс угла ( $\ctg \alpha$ ) - отношение прилежащего катета к противолежащему.

*Синусом* угла  $\alpha$  является ордината точки, полученной поворотом точки (1;0) вокруг начала координат на угол  $\alpha$ .

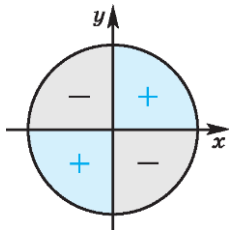
*Косинусом* угла  $\alpha$  является абсцисса точки, полученной поворотом точки (1;0) вокруг начала координат на угол  $\alpha$ .



Тангенс – это отношение синуса угла к его косинусу:  $\tg \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ .

Котангенс – это отношение косинуса угла к его синусу:  $ctg \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

Тангенс и котангенс будут положительными там, где синус и косинус имеют одинаковые знаки. Это первая и третья четверти. Синус и косинус имеют разные знаки во второй и четвёртой четвертях, здесь тангенс и котангенс будут отрицательны. На рисунке изображены знаки тангенса и котангенса.



<p>Основные тригонометрические тождества</p> $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $tg \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $ctg \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ $tg \alpha \cdot ctg \alpha = 1$ $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = tg^2 \alpha + 1$ $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = ctg^2 \alpha + 1$	<p>Четность, нечетность</p> $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ $tg(-\alpha) = -tg \alpha$ $ctg(-\alpha) = -ctg \alpha$	<p>Формулы сложения и вычитания</p> $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ $tg(\alpha + \beta) = \frac{tg \alpha + tg \beta}{1 - tg \alpha \cdot tg \beta}$ $tg(\alpha - \beta) = \frac{tg \alpha - tg \beta}{1 + tg \alpha \cdot tg \beta}$ $ctg(\alpha + \beta) = \frac{ctg \alpha \cdot ctg \beta - 1}{ctg \beta + ctg \alpha}$ $ctg(\alpha - \beta) = \frac{ctg \alpha \cdot ctg \beta + 1}{ctg \beta - ctg \alpha}$
<p>Формулы двойного угла</p> $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ $tg 2\alpha = \frac{2tg \alpha}{1 - tg^2 \alpha}$ $ctg 2\alpha = \frac{ctg^2 \alpha - 1}{2ctg \alpha}$	<p>Формулы половинного аргумента</p> $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$ $\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$ $tg^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$ $tg \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$ $ctg^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$ $ctg \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$	<p>Формулы преобразования суммы и разности в произведение</p> $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$ $tg \alpha \pm tg \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$ $ctg \alpha \pm ctg \beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$
<p>Формулы тройного угла*</p> $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$ $\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$ $tg 3\alpha = \frac{3tg \alpha - tg^3 \alpha}{1 - 3tg^2 \alpha}$ $ctg 3\alpha = \frac{ctg^3 \alpha - 3ctg \alpha}{3ctg^2 \alpha - 1}$	<p>Универсальная подстановка через тангенс половинного аргумента*</p> $\sin \alpha = \frac{2tg \frac{\alpha}{2}}{1 + tg^2 \frac{\alpha}{2}} \quad tg \alpha = \frac{2tg \frac{\alpha}{2}}{1 - tg^2 \frac{\alpha}{2}}$ $\cos \alpha = \frac{1 - tg^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + tg^2 \frac{\alpha}{2}} \quad ctg \alpha = \frac{1 - tg^2 \frac{\alpha}{2}}{2tg \frac{\alpha}{2}}$	<p>Формулы преобразования произведения в сумму (разность)</p> $\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2}$ $\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)}{2}$ $\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{2}$ $tg \alpha \cdot tg \beta = \frac{tg \alpha + tg \beta}{ctg \alpha + ctg \beta}$ $ctg \alpha \cdot ctg \beta = \frac{ctg \alpha + ctg \beta}{tg \alpha + tg \beta}$

14.

**15. Производная функции** — понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции в данной точке. Определяется как предел отношения приращения функции к приращению её аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю (при условии, что такой предел существует). Функцию, имеющую конечную производную (в некоторой точке), называют дифференцируемой (в данной точке). Процесс вычисления

производной называется **дифференцированием**. Обратный процесс — нахождение первообразной — интегрирование.

### Правила дифференцирования функций

1. Постоянный множитель  $c$  можно выносить за знак производной:  
 $(cu(x))' = c u'(x)$ .
2. Если существуют производные  $u'(x)$  и  $v'(x)$ , то производная от суммы (разности) функций  $u(x)$  и  $v(x)$  равна сумме (разности) производных:  
 $(u(x) \pm v(x))' = u'(x) \pm v'(x)$ .
3. Если существуют производные  $u'(x)$  и  $v'(x)$ , то выполняются следующие правила дифференцирования произведения функций и частного от их деления:  
 $(u \cdot v)' = u'v + uv'$ ,  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad (v(x) \neq 0)$ .

16. Функция  $y = f(x)$  называется возрастающей (неубывающей) на интервале  $(a;b)$  если для любых  $x_1, x_2 \in (a;b)$  таких, что  $x_1 < x_2$  значения функции  $f(x_1)$  и  $f(x_2)$  удовлетворяют неравенству

$$f(x_1) < f(x_2) \quad (f(x_1) \geq f(x_2)).$$

Функция  $y = f(x)$  называется убывающей (невозрастающей) на интервале  $(a;b)$  если для любых  $x_1, x_2 \in (a;b)$  таких, что  $x_1 < x_2$  значения функции  $f(x_1)$  и  $f(x_2)$  удовлетворяют неравенству

$$f(x_1) < f(x_2) \quad (f(x_1) \geq f(x_2)).$$

Интервалы возрастания и убывания функции называются интервалами монотонности функции. Необходимое и достаточное условия возрастания (убывания) функции. Пусть функция  $y = f(x)$  дифференцируема на интервале  $(a;b)$ . Тогда:

1) если функция  $y = f(x)$  возрастает (убывает) на  $(a;b)$ , то на этом интервале ее производная неотрицательна (неположительна), т.е.

$$f'(x) \geq 0, \forall x \in (a;b) \quad (f'(x) \leq 0, \forall x \in (a;b));$$

2) если производная  $f'(x)$  на интервале  $(a;b)$  положительна (отрицательна), т.е.

$$f'(x) > 0, \forall x \in (a;b) \quad (f'(x) < 0, \forall x \in (a;b)),$$

то функция  $y = f(x)$  на  $(a;b)$  возрастает (убывает).

17. **Производная второго порядка** есть первая производная от производной первого порядка. Производную определяют, как предел отношения приращения функции к приращению ее аргумента при стремлении приращения аргумента к 0, если такой предел существует.



Простые		Сложные	
$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$	$y = U^\alpha$	$y' = \alpha U^{\alpha-1} U'$
$y = \frac{1}{x}$	$y' = -\frac{1}{x^2}$	$y = \frac{1}{U}$	$y' = -\frac{U'}{U^2}$
$y = \sqrt{x}$	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$y = \sqrt{U}$	$y' = \frac{U'}{2\sqrt{U}}$
$y = \sin x$	$y' = \cos x$	$y = \sin U$	$y' = (\cos U) \cdot U'$
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$	$y = \cos U$	$y' = (-\sin U) \cdot U'$
$y = \operatorname{tg} x$	$y' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$y = \operatorname{tg} U$	$y' = \frac{U'}{\cos^2 U}$
$y = \operatorname{ctg} x$	$y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$y = \operatorname{ctg} U$	$y' = -\frac{U'}{\sin^2 U}$
$y = a^x$	$y' = a^x \ln a$	$y = a^U$	$y' = U^x \ln U \cdot U'$
$y = e^x$	$y' = e^x$	$y = e^U$	$y' = e^U \cdot U'$
$y = \log_a x$	$y' = \frac{1}{x \ln a}$	$y = \log_a U$	$y' = \frac{U'}{U \ln a}$
$y = \ln x$	$y' = \frac{1}{x}$	$y = \ln U$	$y' = \frac{U'}{U}$
$y = \arccos x$	$y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = \arccos U$	$y' = -\frac{U'}{\sqrt{1-U^2}}$
$y = \arcsin x$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = \arcsin U$	$y' = \frac{U'}{\sqrt{1-U^2}}$
$y = \operatorname{arctg} x$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$	$y = \operatorname{arctg} U$	$y' = \frac{U'}{1+U^2}$
$y = \operatorname{sh} x$	$y' = \operatorname{ch} x$	$y = \operatorname{sh} U$	$y' = \operatorname{ch} U \cdot U'$
$y = \operatorname{ch} x$	$y' = \operatorname{sh} x$	$y = \operatorname{ch} U$	$y' = \operatorname{sh} U \cdot U'$
$y = \operatorname{th} x$	$y' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$	$y = \operatorname{th} U$	$y' = \frac{U'}{\operatorname{ch}^2 U}$
$y = \operatorname{cth} x$	$y' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$	$y = \operatorname{cth} U$	$y' = -\frac{U'}{\operatorname{sh}^2 U}$

18.

19. Функция  $F(x)$  называется первообразной для функции  $f(x)$ , если для всех  $x$  выполняется равенство:

$$F'(x) = f(x)$$

То есть первообразная функции  $f$  — это функция, от которой взяли производную и получили  $f$ .

ТАБЛИЦА ПЕРВООБРАЗНЫХ

Функция f(x)	Первообразная F(x)
k	kx+c
$x^n$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$
$\frac{1}{x}$	$\ln x  + c$
$\sin x$	$-\cos x + c$
$\cos x$	$\sin x + c$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + c$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + c$
$e^x$	$e^x + c$
$a^x$	$\frac{a^x}{\ln a} + c$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\operatorname{arctg} x + c$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x + c$

20. Таблица интегралов

$$\begin{aligned}
 \int x^n dx &= \frac{x^{n+1}}{n+1} & \int \frac{dx}{x} &= \ln|x| \\
 \int e^x dx &= e^x & \int a^x dx &= \frac{a^x}{\ln a} \\
 \int \sin x dx &= -\cos x & \int \cos x dx &= \sin x \\
 \int \frac{dx}{\cos^2 x} &= \operatorname{tg} x & \int \frac{dx}{\sin^2 x} &= -\operatorname{ctg} x \\
 \int \frac{dx}{x^2+a^2} &= \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} & \int \frac{dx}{x^2-a^2} &= \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| \\
 \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} &= \arcsin \frac{x}{a} \\
 \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} &= \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right|
 \end{aligned}$$

## Литература

### Основные источники:

1. Колягин Ю. М. Математика: учебник для общеобразоват. организаций. – М.: Просвещение, 2019.-384с.
2. Бутузов В. Ф. Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. Геометрия 10-11 классы: общеобразоват. организаций. – М.: Просвещение, 2019.-272с.
3. В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова. Математика: учебник для общеобраз. организаций. – Москва, издательский центр «Академия», 2019.-368с.

### Дополнительные источники:

1. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика. – М.: Дрофа, ОАО «Московский учебник», 2018
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. – М.: Дрофа, ОАО «Московский учебник», 2016
4. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала анализа – М.: Просвещение, 2017

### Интернет- ресурсы:

1. Exponenta.ru <http://www.exponenta.ru> Компания Softline. Образовательный математический сайт. Материалы для студентов: задачи с решениями, справочник по математике, электронные консультации.
2. Газета «Математика» Издательского дома «Первое сентября»  
<http://mat.1september.ru>
3. Математика в Открытом колледже  
<http://www.mathematics.ru>
4. Math.ru: Математика и образование  
<http://www.math.ru>
5. Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО)  
<http://www.mcsme.ru>
6. Allmath.ru — вся математика в одном месте  
<http://www.allmath.ru>