

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**КАФЕДРА «Математический анализ»**

**СОГЛАСОВАНА**

Руководитель образовательной программы  
факультета

\_\_\_\_\_/проф. И.А.Танкиев

от «27» февраля 2025г.

**УТВЕРЖДАЮ**

Декан физико-математического

\_\_\_\_\_/Б.С. Кульбужев

от «14» марта 2025г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.18 Алгебра**

Направление подготовки

**44.03.01. Педагогическое образование**

Направленность (профиль подготовки)

**Математика**

Квалификация выпускника

**БАКАЛАВР**

Форма обучения

Очная

Марас, 2025г

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) «Алгебра» являются:

- овладеть основными методами современной алгебры;
- приобрести опыт использования алгебраических методов в процессе решения задач смежных математических дисциплин (геометрии, мат. анализа и т. д);
- получить представление о роли алгебры в системе математического знания и перспективах ее применения в естественных и гуманитарных науках;
- подготовка учителя к будущей профессиональной деятельности (формирование способности к преподаванию учебного предмета алгебра).

### Перечень профессиональных стандартов, обобщенных трудовых функций и трудовых функций, соответствующих профессиональной деятельности выпускников

Код и наименование профессионального стандарта	Обобщенные трудовые функции			Трудовые функции		
	Код	наименование	Уровень квалификации	наименование	код	Уровень (подуровень) квалификации
01.001  «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, Начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)»	А	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса в образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	6	Общепедагогическая функция. Обучение	А/01.6	6
			6	Воспитательная деятельность	А/02.6	6
			6	Развивающая деятельность	А/03.6	6
	В	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ	5-6	Педагогическая деятельность по реализации программ дошкольного образования	В/01.5	5

			5-6	Педагогическая деятельность по реализации программ начального общего образования	В/02.6	6
--	--	--	-----	--	--------	---

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Алгебра» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули) Предметно-методического модуля учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования - программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05. Педагогическое образование с двумя профилями подготовки «Математика». «Информатика» очной формы обучения. Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса математики.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: Теория чисел, Обыкновенные дифференциальные уравнения, Уравнения в частных производных, Действительный анализ, Функциональный анализ, Комплексный анализ, Учебная практика и ГИА.

В результате изучения данного курса осуществляются межпредметные связи с такими предметами, как элементы математической логики, математический анализ, геометрия.

## 3. Результаты освоения дисциплины (модуля) Алгебра.

Процесс изучения дисциплины Алгебра направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК-8.1. Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- знать положения компетентностного подхода;</li> <li>- знать правовые нравственные и этические нормы профессионального общения, уверенно демонстрирует знания терминологического аппарата;</li> <li>- знать ценностные основы образования и профессиональной деятельности, сущность,</li> </ul>

		структуру, возможности использования образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета, требованиями к безопасности образовательной среды.
<b>Универсальные компетенции</b>		
<p>УК-1</p> <p>Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- определяет ключевые понятия дисциплины алгебры;</li> <li>- отбирает процедуры в рамках предметной области для решения практических задач;</li> <li>- приводит примеры применения логических форм и процедур предметной области в профессиональной и повседневной деятельности;</li> <li>- комментирует основные положения теории алгебры;</li> <li>- решает предметные задачи на основе заданных (выбранных) форм и процедур формального языка дисциплины;</li> <li>- критически оценивает адекватность и рациональность результатов решения предметных задач.</li> </ul>
	<p>УК-1.6. Аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- формулирует основные теоретические положения дисциплины алгебры;</li> <li>- объясняет сущность, принципы и особенности теоретических положений предметной области;</li> <li>- обосновывает и проводит декомпозицию решаемых задач;</li> <li>- выполняет практико-ориентированный анализ содержания отдельных тем (разделов) дисциплины.</li> </ul>

<p>ПК-6. Способен применять специальные предметные знания при реализации и образовательного процесса</p>	<p>ПК.-6.1. Ориентируется в закономерностях, принципах и уровнях формирования реализации содержания образования в области математики, информатики; структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного предмета «математика» и «информатика»</p>	
	<p>ПК.-6.2. Применяет специальные знания в области Математики и информатики в образовательном процессе</p>	
	<p>ПК -6.3. Производит отбор вариативного содержания учебного предмета с учетом взаимосвязи урочной и Внеурочной форм обучения математике и информатике</p>	
<p>ПК-8. Способен организовать индивидуальную и совместную учебно-проектную деятельность обучающихся в соответствующей предметной области</p>	<p>ПК- 8.1. Совместно с обучающимися формулирует проблемную тематику учебного проекта и определяет содержание и требования к результатам индивидуальной и совместной учебно-проектной деятельности</p>	
	<p>ПК - 8.2. Планирует и осуществляет руководство действиями обучающихся в индивидуальной и совместной учебно- проектной деятельности</p>	

#### 4. Структура и содержание дисциплины (модуля) Алгебра

##### 4.1. Структура дисциплины (модуля) Алгебра

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных единиц, 468 часов.

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры			
			1	2	3	4
Контактные часы	<b>Всего:</b>					
	Лекции (Лек)		36	32	36	30
	В т.ч. в форме практической подготовки					
	Практические занятия (в т.ч. семинары) (Пр/Сем)		16	30	32	30
	В т.ч. в форме практической подготовки					
	Лабораторные занятия (Лаб)					
	Индивидуальные занятия (ИЗ)					
Промежуточная аттестация	Зачет, зачет с оценкой, экзамен (КПА)					
	Консультация к экзамену (Конс)					
	Курсовая работа (Кр)					
Самостоятельная работа студентов, в т.ч. с использованием электронного обучения (СР)			108	108	72	108
В т.ч. в форме практической подготовки						
Подготовка к экзамену (Контроль)			27	27		27
Вид промежуточной аттестации			зачет	экз	зачет	экз
<b>Общая трудоемкость (по плану)</b>						
В т.ч. в форме практической подготовки						

## Объем дисциплины и виды учебной работы

[illegible]

[illegible]





## 4.2. Содержание дисциплины Алгебра

### Раздел 1. Системы линейных уравнений

#### Тема 1.1. Системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными.

Системы линейных уравнений. Равносильность систем. Матрицы и определители 2-го и 3-го порядков. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.

### Раздел 2. Алгебры и основные алгебраические системы

#### Тема 2.1 Множества, операции над множествами

Множества, операции над множествами, их свойства. Диаграммы Эйлера-Венна. Прямое произведение множеств.

#### Тема 2.2. Бинарные отношения

Бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Разбиение на классы эквивалентности. Фактор-множество. Отношение порядка. Функциональные отношения (отображения). Композиция функций.

#### Тема 2.3. Алгебраические операции. Понятие алгебры

Бинарные операции, их свойства. Понятие алгебры, подалгебры.

#### Тема 2.4. Группа. Изоморфизм групп

Группа: определение, свойства, примеры. Подгруппа. Изоморфизм групп.

#### Тема 2.5. Кольцо. Изоморфизм колец

Кольцо: определение, простейшие свойства, примеры. Кольцо классов вычетов. Изоморфизм колец.

#### Тема 2.6. Поле.

Поле: определение, простейшие свойства, примеры.

#### Тема 2.7. Поле комплексных чисел

Поле комплексных чисел. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.

#### Тема 2.8. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса

### Раздел 3. Векторное пространство

#### Тема 3.1. Векторное пространство. Подпространство

Векторное пространство: определение, простейшие свойства, примеры. Подпространство. Арифметическое векторное пространство.

#### Тема 3.2. Линейная зависимость векторов. Базис и ранг системы векторов. Изоморфизм векторных пространств

Линейная зависимость и независимость системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Координаты вектора в базисе. Размерность векторного пространства. Изоморфизм векторных пространств.

#### Тема 3.3. Матрицы. Ранг матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений

Матрицы. Элементарные преобразования матриц. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений.

#### Тема 3.4. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений

Системы линейных однородных уравнений. Пространства решений системы однородных линейных уравнений. Фундаментальный набор решений системы однородных линейных уравнений.

### Раздел 4. Матрицы и определители

#### Тема 4.1. Операции над матрицами. Обратная матрица

Матрицы, операции над матрицами. Обратимые матрицы. Элементарные матрицы. Условие обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.

#### Тема 4.2. Перестановки. Группа подстановок

Перестановки: определение, примеры. Подстановки. Группа подстановок. Четность подстановки.

#### **Тема 4.3. Определитель квадратной матрицы**

Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Необходимые и достаточные условия равенства определителя нулю. Определитель произведения матриц. Теорема о ранге матрицы.

#### **Тема 4.4. Решение системы линейных уравнений в матричной форме. Правило Крамера**

Запись и решение системы линейных уравнений в матричной форме. Правило Крамера. Условия, при которых однородная система линейных уравнений имеет нетривиальные решения.

### **Раздел 5. Линейные отображения векторных пространств**

#### **Тема 5.1. Линейные отображения векторных пространств**

Линейные отображения векторных пространств. Образ, ядро, ранг и дефект линейного отображения. Матрица линейного отображения. Связь между координатами вектора в различных базисах. Связь между матрицами линейного отображения в различных базисах.

#### **Тема 5.2. Невырожденные линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора**

Обратимые (невырожденные) линейные отображения. Собственные векторы и собственные значения линейного отображения. Линейные операторы с простым спектром. Подобные матрицы. Условия приводимости матрицы линейного оператора к диагональному виду.

#### **Тема 5.3. Линейная алгебра. Алгебра матриц и алгебра линейных операторов**

Понятие линейной алгебры: определение, примеры. Алгебра матриц и алгебра линейных операторов векторного пространства. Изоморфизм алгебры линейных операторов и полной матричной алгебры.

#### **Тема 5.4. Евклидово векторное пространство**

Скалярное произведение векторов, его свойства. Евклидово векторное пространство. Ортогональная система векторов. Процесс ортогонализации линейно независимой системы векторов.

#### **Тема 5.5. Норма вектора. Нормированное векторное пространство**

Норма вектора и ее свойства. Ортонормированный базис векторного пространства. Изоморфизм евклидовых пространств.

### **Раздел 6. Группы**

#### **Тема 6.1. Группы, подгруппы. Смежные классы**

Группа, свойства групп. Подгруппа. Обобщенный закон ассоциативности. Теорема Кэли. Смежные классы.

#### **Тема 6.2. Конечные группы. Теорема Лагранжа**

Порядок элемента группы. Конечные группы. Теорема Лагранжа. Циклические группы

#### **Тема 6.3. Нормальные делители. Теорема о гомоморфизмах групп**

Нормальные делители группы. Фактор-группа. Гомоморфизмы групп. Ядро гомоморфизма. Теорема о гомоморфизмах (эпиморфизмах) групп.

### **Раздел 7. Кольца**

#### **Тема 7.1. Кольцо. Подкольцо. Сравнения и классы вычетов по идеалу**

Кольцо, его свойства. Идеалы кольца. Сравнения и классы вычетов по идеалу. Фактор-кольцо. Теорема об эпиморфизмах колец. Характеристика кольца. Область целостности.

#### **Тема 7.2. Делимость в кольцах**

Делимость в кольцах. Простейшие свойства делимости в коммутативных кольцах. Простые и составные элементы области целостности. Делители нуля. Ассоциированные элементы кольца. Кольца главных идеалов. Евклидовы кольца. Примеры.

## **Раздел 8. Алгебра многочленов**

### **Тема 8.1. Многочлены от одной переменной**

Простое трансцендентное расширение области целостности. Степень многочлена. Деление многочлена на двучлен  $x - a$ . Схема Горнера; Корни многочлена. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. Многочлены над полем. Теорема о делении с остатком. Алгоритм Евклида. НОД и НОК многочленов. Неприводимые над полем многочлены. Единственность разложения многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей. Формальная производная многочлена. Кратные множители многочлена.

### **Тема 8.2. Многочлены от нескольких переменных**

#### **Тема 8.2. Многочлены от нескольких переменных**

Кратное трансцендентное расширение области целостности. Степень многочлена. Факториальность кольца многочленов над факториальным кольцом. Лексикографическое упорядочение членов многочлена. Высший член произведения многочленов. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах. Результат двух многочленов. Исключение неизвестной из системы двух уравнений при помощи результата.

### **Тема 8.3. Многочлены над полями комплексных, действительных и рациональных чисел**

Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Разложение многочлена над полем комплексных чисел в произведение неприводимых множителей. Формулы Виета. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей. Уравнения третьей (четвертой) степени над полем действительных чисел. Целые и рациональные корни многочлена с рациональными коэффициентами. Критерий неприводимости Эйзенштейна.

## **Раздел 9. Элементы теории полей**

### **Тема 9.1. Простое алгебраическое и трансцендентное расширения полей**

Простое алгебраическое и трансцендентное расширение поля. Алгебраические и трансцендентные числа. Строение простого алгебраического расширения поля. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.

### **Тема 9.2. Конечное расширение поля. Поле алгебраических чисел**

Конечное расширение поля. Составное алгебраическое расширение поля. Поле алгебраических чисел, его алгебраическая замкнутость. Приложения расширений полей к задачам на построение циркулем и линейкой.

## **5. Образовательные технологии**

Активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены. В течение семестров студенты решают задачи, указанные преподавателем.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

## 6.1. План самостоятельной работы студентов

Неделя	№ темы	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Часы	
				очно	
1	2	3	4	5	
		<b>Семестр 1.</b>			
		<b>Раздел 1. Системы линейных уравнений</b>		4	
1	1.1.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом; изучение основных понятий и определений темы:</li> </ul> <p>понятие равносильности системы, понятие решения системы, понятий основная матрица и основной определитель системы.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• решение задач и упражнений;</li> </ul> <p>стандарт: решение систем линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными;</p> <p>вариативные: решение систем с параметрами, определение условий совместности системы и количества ее решений;</p>	<p>осн.: 2, до пол.: 2, 3</p> <p>ОЛ [3]</p> <p>№ 562, 735 №739</p> <p>ДЛ[6]</p> <p>№ 5.3.9 (а-е)</p>	4	
		<b>Раздел 2. Алгебры и основные алгебраические системы</b>		58	
2	2.1.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом; определения основных операций над множествами, изучение их свойств, доказательства равенств множеств, диаграммы Эйлера - Венна.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• решение задач и упражнений;</li> </ul> <p>стандарт: доказательство равенств множеств, использование диаграмм Эйлера - Венна.</p> <p>Вариативные: доказательство основных свойств операций над множествами, использование универсального множества, симметрической разности множеств.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• подготовка к контрольной работе.</li> </ul>	<p>осн.: 3</p> <p>ДЛ[6]</p> <p>№ 1.3.1-1.3.15 № 1.4.9-1.4.17</p>	10	
3-5	2.2.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом; изучение основных определений: определение бинарного</li> </ul>	<p>осн.: 3</p> <p>ДЛ[6]</p> <p>№ 1.6.1-1.6.3</p>	10	

		<p>отношения, его свойств, определение отношения эквивалентности. Изучение функциональных отношений, отображений.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>решение задач и упражнений;</li> </ul> <p>стандарт.: определение свойств бинарного отношения.</p> <p>вариативные: построение бинарных отношений с заданными свойствами. Определение свойств отображений, являющихся композицией основных элементарных функций.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>подготовка к контрольной работе.</li> </ul>	<p>№ 1.6.6, 1.7.1 № 1.7.14</p>		
6	2.3.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>работа с теоретическим материалом; изучение основных свойств бинарных операций, изучение понятия алгебры.</li> <li>решение задач и упражнений</li> </ul> <p>стандарт.: свойства основных арифметических операций на числовых множествах. вариативные: изучение свойств бинарных операций на геометрическом материале и на нечисловых множествах.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>подготовка к собеседованию.</li> </ul>	<p>осн.: 3,4 доп. 2,3. ДЛ[6] №2.1.1 №2.1.7-2.1.13</p>	6	
7	2.4.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>работа с теоретическим материалом: изучение основных определений по теме, доказательство простейших свойств групп.</li> <li>решение задач и упражнений;</li> </ul> <p>стандарт.: задачи на распознавание структуры группы в числовых множествах, вариативные: задачи на узнавание структуры группы на геометрическом материале, на множествах остатков от деления целых чисел на простые числа и т. д.</p>	<p>осн.: 1, 2 доп. 2. ОЛ [3] № 1634, 1635 № 1636 ДЛ[6] №2.3.2, 2.3.13</p>	4	
8	2.5.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>работа с теоретическим материалом; изучение основных определений по теме, доказательство простейших свойств кольца.</li> <li>решение задач и упражнений;</li> </ul>	<p>осн.: 1, 2 доп.: 2 ОЛ [3] № 1709-1723 ДЛ[6] №2.4.1-</p>	4	

		задачи на узнавание структуры кольца, построение примеров кольца, построение примеров делителей нуля.	2.4.3		
9	2.6.	Подготовка к аудиторному занятию: <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом; изучение основных определений по теме, разбор доказательств основных утверждений.</li> <li>• решение задач и упражнений;</li> </ul> построение примеров полей, конечных полей, полей классов вычетов, <ul style="list-style-type: none"> <li>• подготовка к тесту</li> </ul>	осн.: 1,2, 5 допол.: 5  ОЛ [3] № 1735, 1736  ДЛ[6] №3.1.1-3.1.12	6	
10-11	2.7.	Подготовка к аудиторному занятию: <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом; изучение теоретического материала по теме.</li> <li>• решение задач и упражнений;</li> </ul> стандарт: выполнение операций над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме ,вариативные: рассмотрение групп корней $n$ -й степени из единицы, отыскание первообразных корней.	осн. 2, 3 допол.: 5  ОЛ [5] №2.1-2.35 ДЛ[6] № 3.3.9-3.3.21  № 3.3.29	12	
		• подготовка к контрольной работе, тесту			
12	2.8..	Подготовка к аудиторному занятию: <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом; изучение понятия элементарных преобразований системы линейных уравнений, равносильности систем, свободных и связанных переменных.</li> <li>• решение задач и упражнений;</li> </ul> стандарт.: решение систем линейных уравнений методом Гаусса.  вариативные: решение систем линейных уравнений с параметром. <ul style="list-style-type: none"> <li>• подготовка к контрольной работе</li> </ul>	осн.: 2, 3, 4 допол.: 5  ОЛ [3] № 689-704	6	
		<b>Раздел 3. Векторное пространство</b>		11	
13	3.1.	Подготовка к аудиторному занятию: <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом: изучение основных определений темы. Разбор доказательства</li> </ul>	осн.: 1, 3, допол.: 2,3.  ОЛ [3] №	4	

		<p>простейших свойств векторных пространств.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>решение задач и упражнений:</li> </ul> <p>решение задач на узнавание структуры векторного пространства.</p>	1277-1294 № 1310-1313		
14-15	3.2.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>работа с теоретическим материалом:</li> </ul> <p>работа по усвоению основных определений линейной зависимости и независимости системы векторов.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>решение задач и упражнений:</li> </ul> <p>решение задач на определение линейной зависимости и независимости системы векторов.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>подготовка к коллоквиуму</li> </ul>	<p>осн.: 1, 2, 3, 4 допол.: 2,3.  ДЛ[6]  № 6.2.7-6.2.9</p>	3	
16-17	3.3.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>работа с теоретическим материалом:</li> </ul> <p>работа с основными определениями темы, доказательство равенства строчечного и столбцового рангов матрицы, работа с доказательством критерия совместности системы линейных уравнений..</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>решение задач и упражнений:</li> </ul> <p>решение задач на определение ранга матрицы. Решение задач на применение критерия совместности системы линейных уравнений.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>подготовка к коллоквиуму</li> </ul>	<p>осн.: 1, 2, 3, 4 допол.:2,3,5.  ОЛ[3] №608-611 № 619-622</p>	2	
18	3.4.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>работа с теоретическим материалом:</li> </ul> <p>работа с определениями однородной системы линейных уравнений, пространства ее решений, фундаментальным набором решений.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>решение задач и упражнений:</li> </ul> <p>решение задач на отыскание фундаментального набора решений системы линейных однородных уравнений.</p>	<p>осн.: 1, 2, 3, 4 до пол. :2,3,5.  ОЛ[3]  № 724-732 № 735-740</p>	2	
		<b>Семестр 2.</b>			



		<b>Раздел 4. Операции над матрицами . Обратная матрица</b>		12	
1-2	4.1.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом: усвоение определений основных операций над матрицами и их свойств.</li> <li>• решение задач и упражнений;</li> </ul> <p>стандарт: выполнение основных операций над матрицами.</p> <p>вариативные: вычисление результатов возведения некоторых матриц в степень, определение матриц, перестановочных с данной.</p>	<p>осн.: 1, 2, 3,4 доп.: 2, 3, 5.</p> <p>ОЛ [3]</p> <p>№ 788-791 № 799, 822</p> <p>№ 836-847</p>	4	
3	4.2.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом: изучение определений перестановки, подстановки и их свойств, понятия четности подстановки.</li> <li>• решение задач и упражнений:</li> </ul> <p>стандарт.: задачи на построение перестановок и подстановок 77-й степени, построение таблиц операций в группах подстановок 2, 3, 4 степеней, определение четности подстановки.вариативные :</p> <p>нахождение подгрупп группы подстановок, установление изоморфизма между группами самосовмещений треугольника, квадрата и группами подстановок соответствующей степени.</p>	<p>осн.: 1, 2, 4 доп.: 1, 5, 7, 8</p> <p>ОЛ [3] № 123-138 № 151-154 № 169-173</p>	4	
4-7	4.3.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом: изучение определения определителя и его свойств.</li> <li>• решение задач и упражнений:</li> </ul> <p>вычисление определителей 2, 3-го порядка, вычисление определителей третьего порядка по правилу треугольников, вычисление определителей третьего и более высокого порядка методом разложения по строке или столбцу.вариативные: вычисление буквенных определителей п-го порядка</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• подготовка к собеседованию</li> </ul>		2	
8	4.4.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом: изучение</li> </ul>		2	

		теоретического материала по теме.  • решение задач и упражнений: решение задач на умение записать систему линейных уравнений в матричной форме, на правило Крамера.			
		<b>Раздел 5. Линейные отображения векторных пространств</b>		18	
9	5.1.	Подготовка к аудиторному занятию:  • работа с теоретическим материалом: изучение определений суммы и пересечения подпространств, доказательства теоремы о размерности суммы подпространств.  • решение задач и упражнений;  стандарт: решение задач на отыскание размерности суммы и пересечения подпространств и их базисов.  • подготовка к контрольной работе.		13	
10-11	5.2.	Подготовка к аудиторному занятию:  • работа с теоретическим материалом: изучение определения линейного отображения, способов задания линейного отображения, понятия матрицы линейного оператора.  • решение задач и упражнений:  решение задач на определение линейного отображения, отыскание матрицы линейного оператора.  • подготовка к контрольной работе, коллоквиуму		14	
12-13	5.3.	Подготовка к аудиторному занятию:  • работа с теоретическим материалом: изучение основных понятий темы, доказательства теоремы о том, что множество собственных векторов линейного оператора совпадает с ядром линейного оператора $\langle p - X e$ .  • решение задач и упражнений:  решение задач на отыскание собственных значений и собственных векторов линейного оператора.  • подготовка к контрольной работе,		13	

		коллоквиуму			
14-15	5.4.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом: изучение основных понятий темы.</li> <li>• решение задач и упражнений:</li> </ul> <p>решение задач на выполнение операций над линейными операторами, отыскание матрицы суммы и произведения линейных операторов. Подготовка к контрольной работе</p>	<p>осн. 3,4, доп. 2,3,4.</p> <p>ОЛ [3] № 1479-1483 № 1456-1457</p>	14	
16-17	5.5.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом: Изучение понятия скалярного произведения векторов и евклидова векторного пространства, его свойств, ортогонального базиса пространства и ортогонального дополнения.</li> <li>• решение задач и упражнений: на вычисление скалярного произведения векторов, применение</li> </ul>	<p>осн. 3,4, доп. 2,3,4.</p> <p>ОЛ [3] № 1359-1365</p>	12	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• свойств скалярного произведения, построения ортогонального базиса пространства методом ортогонализации системы векторов.</li> </ul>			
18	5.6.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом: изучение основных определений и понятий темы.</li> <li>• решение задач и упражнений:</li> </ul> <p>решение задач на задание нормы в векторном пространстве, вычисление нормы вектора, построения ортонормированного базиса пространства.</p>	<p>осн. 3,4. . доп. 2,3,4.</p> <p>ОЛ [3] № 1385-1388</p>	2	
		<b>Семестр 3.</b>			
		<b>Раздел 6. Группы.</b>		48	
1	6.1.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом: изучение основных определений теории групп, понятия смежного класса, левостороннего и правостороннего разложения группы по подгруппе.</li> <li>• решение задач и упражнений:</li> </ul> <p>решение задач на разложения группы по подгруппе.</p>	<p>осн. 1,3,5. доп. 4.</p> <p>ОЛ [3] № 1659 (а-з)</p>	16	

2	6.2.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом: изучение основных понятий и определений темы, разбор доказательства теоремы Лагранжа.</li> <li>• решение задач и упражнений:</li> </ul> <p>решение задач на применение теоремы Лагранжа. Решение задач на порядок элемента группы, построение циклических групп, отыскание их подгрупп.</p>	осн. 1,2,3, доп. 2,3.  ОЛ [3] № 1651-1655	16	
3	6.3.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом: изучение понятия нормального делителя группы, фактор-группы, гомоморфизмов групп. Разбор доказательства теоремы о гомоморфизмах групп.</li> <li>• решение задач и упражнений:</li> </ul> <p>решение задач на построение фактор-групп по нормальным делителям групп для конечных и бесконечных групп. Построение гомоморфизмов групп.</p>	осн. 1,2,3, доп. 2,3.  ОЛ [3] № 1681, 1685 М 1692	16	
		<b>Раздел 7. Кольца.</b>		48	
4	7.1.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом:</li> <li>• изучение основных определений по теме:</li> </ul>	осн. 1,2,3, доп. 2,3.	24	
1	2	3	4	5	
		<p>кольца, подкольца, главного идеала и идеала кольца, класса вычетов по идеалу, сравнений по идеалу, их свойств.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• решение задач и упражнений:</li> </ul> <p>решение задач на отыскание идеалов колец, построение классов вычетов по идеалу кольца, рассмотрение классов вычетов в кольце целых чисел.</p> <p>подготовка к курсовой работе.</p>	ОЛ [3] № 1781-1783	4	
5	7.2.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• работа с теоретическим материалом: изучение понятия делимости в кольце, понятия простых и</li> </ul>	осн. 1,2,3, доп. 2,3.  ОЛ [3] №	24	

		<p>составных элементов кольца, ассоциированных элементов кольца, обратимых элементов. Изучение понятий евклидова кольца и кольца главных идеалов.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>решение задач и упражнений:</li> </ul> <p>решение задач на применение понятий обратимых элементов, ассоциированных элементов, применение свойств делимости в кольцах, задач на выяснение, является ли кольцо кольцом главных идеалов и евклидовым кольцом.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>подготовка к коллоквиуму, курсовой работе.</li> </ul>	1785, 1791 № 1793		
		<b>Раздел 8. Алгебра многочленов.</b>		60	
6-8	8.1.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>работа с теоретическим материалом: изучение построения кольца многочленов над областью целостности как трансцендентного расширения области целостности, понятия корня многочлена, деления многочлена на двучлен, схемы Горнера. Изучение многочленов над полем, понятия НОД и НОК многочленов, алгоритма Евклида, теоремы о делении с остатком, кратных корней многочлена, формальной производной многочлена.</li> <li>решение задач и упражнений:</li> </ul> <p>решение задач на отыскание НОД и НОК многочленов, определение кратности корня многочлена, отделение кратных множителей многочлена.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>подготовка к коллоквиуму, курсовой работе.</li> </ul>	осн. 2,3, доп. 2,3,5		
			ДЛ[5] № 2501-2505 № 2603		
9-11	8.2.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>работа с теоретическим материалом:</li> <li>изучение основных определений и понятий по теме, построения кольца многочленов от нескольких переменных как простого расширения кольца \многочленов от одной переменной, понятия лексикографического упорядочивания членов многочлена, высшего члена многочлена, понятия симметрического многочлена,</li> </ul>	осн. 2,3, доп. 2,3,5.	18	

		<p>элементарных симметрических многочленов, доказательства леммы о высшем члене многочлена и основной теоремы о симметрических многочленах.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>решение задач и упражнений:</li> </ul> <p>решение задач на лексико-графическое упорядочивание членов многочлена, на применение основной теоремы о симметрических многочленах, а также на применение теории симметрических многочленов к решению симметрических систем уравнений от двух и более переменных.</p> <p>подготовка к курсовой работе.</p>			
			ДЛ[5] №3109-3110		
12-16	8.3.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>работа с теоретическим материалом: изучение доказательства основной теоремы алгебры комплексных чисел, теорем о сопряженности мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами, формул Виета, разложения многочленов на неприводимые множители, вопроса о наличии и свойствах рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами, критерия неприводимости Эйзенштейна.</li> <li>решение задач и упражнений:</li> </ul> <p>решение задач на разложение многочленов на неприводимые множители, отыскание рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами, решение алгебраических уравнений третьей и четвертой степени.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>подготовка к собеседованию, контрольной работе</li> </ul>	<p>осн. 2,3, доп. 2,3,5</p> <p>ДЛ[5] № 2701-2708 № 2802, 2809.</p>	20	
		<b>Раздел 9. Элементы теории полей.</b>		48	
17	9.1.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>работа с теоретическим материалом: изучение основных понятий темы, их определение, понятия минимального многочлена алгебраического элемента, степени алгебраического элемента, строения простого алгебраического расширения поля.</li> <li>решение задач и упражнений:</li> </ul>	<p>осн. 2,3, доп. 2,3,5.</p> <p>ДЛ[6]</p> <p>№ 12.6.1-12.3.12</p>	20	

		<p>решение задач на отыскание минимального многочлена алгебраического элемента поля.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>подготовка к контрольной, курсовой работам</li> </ul>			
18	9.2	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>работа с теоретическим материалом: изучение понятия конечного алгебраического расширения поля, понятия алгебраического числа, поля алгебраических чисел, его алгебраической замкнутости.</li> <li>решение задач и упражнений</li> </ul>	<p>осн. 2,3, доп. 2,3,5. ДЛ[6] № 12.6.10</p>	14	
	9.3	<p>алгебраичности чисел, отыскание минимального многочлена алгебраического числа, освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.</p>		14	

## 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удастся осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

#### **Подготовка к практическим занятиям.**

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических заданий оцениваются в баллах, в соответствии с

<b>Вид работ</b>	<b>Методические рекомендации</b>
Лекции	Вести конспект лекций. Лекции ведутся в отдельной общей тетради, рекомендуется оставлять место для заметок, например в виде полей. Знание основного материала предыдущих лекций, включая знание основных определений и ключевых теорем. Рекомендуется выделять в тексте ключевые слова, определения, леммы и теоремы.
Практ. занятия	В ходе подготовки к практическим занятиям изучить основную литературу, лекции. Внимательно слушать и конспектировать базовые примеры, разбираемые преподавателем. Задавать уточняющие вопросы в ходе решения базовых задач преподавателем. При решении домашних заданий периодически возвращаться к разобранным на практических занятиях задачам. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу. Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, непредставленными в списке рекомендованной литературы.



Самост. работа	Самостоятельная работа ведется в той же тетради, что и практические занятия. Самостоятельная работа - это отдельный блок который выделяется заголовком, например, "Домашнее задание". Рекомендуется прорабатывать материал непосредственно после практических занятий. При решении задач и примеров рекомендуется их выполнение по образцу из практического занятия. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу. Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы
Подготовка к экзамену	Подготовка к экзамену или зачету ведется на основе курса лекций или рекомендованной литературы. Необходимо знание и понимание всех понятий, определений, утверждений, лемм и теорем. Необходимо умение формулировать теоремы в форме непротиворечивых логических конструкций. Желательно уметь строить и приводить примеры к соответствующим определениям и утверждениям. Необходимо знание доказательства теорем и остальных утверждений.

### 6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

**Цель проведения аттестации** – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

**Промежуточная аттестация** осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

#### Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или

	в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

### Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

### ***Контроль освоения компетенций***

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые разделы	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Аудиторная контр. работа (проверка и оценка)	Раздел 1-Раздел 3 в 1м семестре Раздел 4- Раздел 5 во 2м семестре Раздел 6- Раздел 9 в 3м семестре	УК-1, ОПК-3, ПК-2
2	Тестирование. Подготовка к тестированию (оценка результатов)	Раздел 1-Раздел 3 в 1м семестре Раздел 4- Раздел 5 во 2м семестре Раздел 6- Раздел 9 в 3м семестре	УК-1, ОПК-3, ПК-2
3	Самостоятельное решение практических заданий (аудиторная)	Раздел 1-Раздел 3 в 1м семестре Раздел 4- Раздел 5 во 2м семестре Раздел 6- Раздел 9 в 3м семестре	УК-1, ОПК-3, ПК-2
4	Зачет в 1 семестре	Раздел 1-Раздел 3 в 1м семестре	УК-1, ОПК-3, ПК-2
5	Экзамен во втором семестре	Раздел 4- Раздел 5 во 2м семестре	УК-1, ОПК-3, ПК-2
6	Зачет в 3м семестре	Раздел 6- Раздел 9 в 3м семестре	УК-1, ОПК-3, ПК-2

***Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации.***

**Вопросы и задания для контроля работы студентов по дисциплине Алгебра.**

**Вариант -1.**

**1. Решить систему линейных уравнений:**

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 2x - y = 0 \\ -x + y + z = 0 \end{cases}$$

**2. Решить уравнение (неравенства):**

$$\begin{vmatrix} 2x & -2 \\ 7 & x \end{vmatrix} > 5.$$

**3. Вычислить определитель:**

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

**4. Найти  $f(A)$ , если заданы  $f(x)$  и  $A$ .**

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 5 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц  $A$ :**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

**6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.**

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -8 & -13 & -14 & -3 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 10 & 8 & 12 & 6 \\ 1 & 0 & 5 & 6 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

**7. Решить матричное уравнение:**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B + 2 \cdot C^T = 3 \cdot x$$

## Вариант -2.

### 1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1 \\ x - 2y + 4z = 3 \\ 3x - y + 5z = 2 \end{cases}$$

### 2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0.$$

### 3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

### 4. Найти $f(A)$ , если заданы $f(x)$ и $A$ .

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 9 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

### 5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

### 6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 5 & 5 \\ 3 & 5 & 6 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**7. Решить матричное уравнение:**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D^2 - 3 \cdot A \cdot C = 2 \cdot x^T.$$

### Вариант -3.

**1. Решить систему линейных уравнений:**

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases}$$

**2. Решить уравнение (неравенства):**

$$\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

**3. Вычислить определитель:**

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 17 & -7 \\ -1 & 13 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

**4. Найти  $f(A)$ , если заданы  $f(x)$  и  $A$ .**

$$f(x) = 7x^2 + 9x - 4 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

**5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц  $A$ :**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$$

**6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & 2 & 8 \\ -1 & 0 & -4 & -1 \\ -2 & -4 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

**7. Решить матричное уравнение:**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B \cdot E)^2 + C \cdot A = 4 \cdot x^T$$

**Вариант -4.**

**1. Решить систему линейных уравнений:**

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -3x + y + 2z = 0 \\ x + 4y + 3z = 2 \end{cases}$$

**2. Решить уравнение (неравенства):**

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1.$$

**3. Вычислить определитель:**

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 16 \\ 0 & -1 & 10 \end{vmatrix}$$

**4. Найти  $f(A)$ , если заданы  $f(x)$  и  $A$ .**

$$f(x) = 3x^2 + 3x - 7 \quad \text{и} \quad A = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$$

**5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц  $A$ :**

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -3 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

**6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

**7. Решить матричное уравнение:**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C \cdot A - 2 \cdot B^T = \frac{1}{3} \cdot x.$$



**1. Решить систему линейных уравнений:**

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ x - y + z = b \\ x + y - z = c \end{cases}$$

**2. Решить уравнение (неравенства):**

$$\begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0.$$

**3. Вычислить определитель:**

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

**4. Найти  $f(A)$ , если заданы  $f(x)$  и  $A$ .**

$$f(x) = -x^2 - 2x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

**5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц  $A$ :**

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 5 \\ 5 & 7 & -11 \\ 6 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

**6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.**

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

**7. Решить матричное уравнение:**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B \cdot C)^T + 2 \cdot A = \frac{1}{2} \cdot x$$

### Вариант -6.

#### 1. Решить систему линейных уравнений:

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

#### 2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 0 & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix} < 1.$$

#### 3. Вычислить определитель:

- а) по определению;
- б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} ax & a^2 + x^2 & 1 \\ ay & a^2 + y^2 & 1 \\ az & a^2 + z^2 & 1 \end{vmatrix}$$

#### 4. Найти $f(A)$ , если заданы $f(x)$ и $A$ .

$$f(x) = -3x^2 - 3x + 7 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

#### 5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

**7. Решить матричное уравнение:**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4 \cdot (D \cdot A)^T + C = 4 \cdot x$$

**Вариант -7**

**1. Решить систему линейных уравнений:**

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - 4y + 9z = 28 \\ 7x + 3y - 6z = -1 \\ 7x + 9y - 9z = 5 \end{cases}$$

**2. Решить уравнение (неравенства):**

$$\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & x-1 \end{vmatrix} > 0.$$

**3. Вычислить определитель:**

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} m+a & m-a & a \\ m+a & 2n-a & a \\ a & -a & a \end{vmatrix}$$

4. Найти  $f(A)$ , если заданы  $f(x)$  и  $A$ .

$$f(x) = 9x^2 + 2x + 10 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & -7 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot B^2 + A^T \cdot C^T = E \cdot x$$

### Вариант -8.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - 3y + 2z = 2 \\ 3xy + z = 8 \end{cases}$$

**2. Решить уравнение (неравенства):**

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 2x \\ 8 & 10 & -1 \\ 2 & -6 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

**3. Вычислить определитель:**

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

**4. Найти  $f(A)$ , если заданы  $f(x)$  и  $A$ .**

$$f(x) = -7x^2 - 7x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

**5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц  $A$ :**

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

**6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$

**7. Решить матричное уравнение:**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A^T - 3 \cdot C = 5 \cdot x$$

**Вариант -9.**

**1. Решить систему линейных уравнений:**

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x - y + z = a \\ x + y - z = b \\ -x + y + z = c \end{cases}$$

**2. Решить уравнение (неравенства):**

$$\begin{vmatrix} 3-x & 2 & -8 \\ 6 & -1 & -x \\ 5 & 1 & x+2 \end{vmatrix} = 10.$$

**3. Вычислить определитель:**

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 12 & 6 & -4 \\ 6 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}$$

**4. Найти  $f(A)$ , если заданы  $f(x)$  и  $A$ .**

$$f(x) = -9x^2 + 5x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -7 \end{pmatrix}$$

**5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц  $A$ :**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.**

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

**7. Решить матричное уравнение:**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(A \cdot B)^T - 3 \cdot C = x$$

### Вариант -10.

#### 1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$$

#### 2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 4 & x+4 & -1 \\ 2 & 4 & 6 \\ 10 & -9 & x+2 \end{vmatrix} > -3.$$

#### 3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix}$$

#### 4. Найти $f(A)$ , если заданы $f(x)$ и $A$ .

$$f(x) = -8x^2 - 7x + 3 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

#### 5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

**6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**7. Решить матричное уравнение:**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B - E)^T = C \cdot A + 2 \cdot x$$

### **Вопросы к коллоквиуму в 1 семестре**

1. Множества, способы задания множеств, операции над множествами.
2. Свойства операций над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений на множестве.
4. Отношение эквивалентности: определение, классы эквивалентности, фактор-множество. Примеры.
5. Отношение порядка: определение, свойства, примеры.
6. Функциональные отношения: определение, свойства, примеры.
7. Отображения. Обратимые отображения. Композиция отображений.
8. Методы математической индукции. Примеры.
9. Бинарные операции: определение, виды бинарных операций, нейтральные элементы, симметричные элементы.
10. Группа: определение, свойства, примеры.
11. Подгруппа: определение, примеры. Изоморфизм групп. Примеры.
12. Кольцо: определение, свойства, примеры.
13. Поле: определение, свойства, примеры.
14. Упорядоченное поле.
15. Поле комплексных чисел (построение)

### **Вопросы для собеседования в 1 семестре.**

1. Свойства операций над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.



2. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений на множестве.
3. Отношение эквивалентности: определение, классы эквивалентности, фактор-множество. Примеры.
4. Отношение порядка: определение, свойства, примеры.
5. Функциональные отношения: определение, свойства, примеры.
6. Отображения. Обратимые отображения. Композиция отображений.
7. Методы математической индукции. Примеры.
8. Бинарные операции: определение, виды бинарных операций, нейтральные элементы, симметричные элементы.
9. Группа: определение, свойства, примеры.
10. Подгруппа: определение, примеры. Изоморфизм групп. Примеры.
11. Кольцо: определение, свойства, примеры.
12. Поле: определение, свойства, примеры.

### **Вопросы к зачету в 1 семестре**

1. Множества, способы задания множеств, операции над множествами.
2. Свойства операций над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений на множестве.
4. Отношение эквивалентности: определение, классы эквивалентности, фактор-множество. Примеры.
5. Отношение порядка: определение, свойства, примеры.
6. Функциональные отношения: определение, свойства, примеры.
7. Отображения. Обратимые отображения. Композиция отображений.
8. Методы математической индукции. Примеры.
9. Бинарные операции: определение, виды бинарных операций, нейтральные элементы, симметричные элементы.
10. Группа: определение, свойства, примеры.
11. Подгруппа: определение, примеры. Изоморфизм групп. Примеры.
12. Кольцо: определение, свойства, примеры.
13. Поле: определение, свойства, примеры.
14. Упорядоченное поле.
15. Поле комплексных чисел (построение)
16. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
17. Возведение в степень и извлечение корня  $n$ -ой степени из комплексного числа.
18. Корни  $n$ -ой степени из 1. Первообразные корни  $n$ -ой степени из 1.

19. Системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений.
20. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
21. Однородные системы линейных уравнений. Свойства решений СЛОУ.
22. Векторное пространство: определение, свойства, примеры.
23. Линейная зависимость и независимость векторов: определение, свойства.
24. Дальнейшие свойства линейной зависимости.

### **Вопросы к коллоквиуму во 2 семестре**

1. Строчечный и столбцовый ранги матрицы.
2. Элементарные преобразования матриц.
3. Операции над матрицами.
4. Свойства операций над матрицами.
5. Фактор-группа: построение, определение, свойства, примеры.
6. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу.
7. Вычисление обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
8. Свойства решений системы линейных однородных уравнений.
9. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений.
10. Нормальный делитель группы: определения и их равносильность.
11. Свойства нормальных делителей.
12. Доказать, что  $E_n = L + LL$
13. Обратная матрица.
14. Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований.
15. Доказать, что  $\dim(L_1 + L_2) = \dim L_1 + \dim L_2 - \dim L_1 \cap L_2$

### **Вопросы для собеседования во 2 семестре**

1. Любые ли матрицы можно сложить, перемножить?
2. Всякая ли матрица обратима? Сформулируйте необходимое условие.
3. Перечислите свойства сложения матриц.
4. Перечислите свойства умножения матрицы на скаляр.
5. Перечислите свойства умножения матриц.
6. Перечислите свойства обратимых матриц.

7. Дайте определение перестановки, операции над подстановками.
8. Свойства умножения подстановок.
9. Чему равно количество перестановок элементов конечного множества?
10. Дайте понятие определителя квадратной матрицы.
11. Перечислите свойства определителей.
12. Докажите, что определитель меняет знак при перестановке строк.
13. Обоснуйте правило треугольников для определителей третьего порядка.

### Вопросы к зачету во 2 семестре

1. Строчечный и столбцовый ранги матрицы.
2. Элементарные преобразования матриц.
3. Операции над матрицами.
4. Свойства операций над матрицами.
5. Фактор-группа: построение, определение, свойства, примеры.
6. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу.
7. Вычисление обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
8. Свойства решений системы линейных однородных уравнений.
9. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений.
10. Нормальный делитель группы: определения и их равносильность.
11. Свойства нормальных делителей.
12. Доказать, что  $E_p = L + Lx$
13. Обратная матрица.
14. Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований.
15. Доказать, что  $\dim(L_1 + L_2) = \dim L_1 + \dim L_2 - \dim L_1 \cap L_2$
16. Процесс ортогонализации.

### Вопросы к экзамену 2 семестр.

1. Строчечный и столбцовый ранги матрицы. Элементарные преобразования матриц.
2. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы.
3. Критерий совместности системы линейных уравнений. Число решений системы линейных уравнений.
4. Теоремы об изоморфизме конечной циклической группы и группы корней  $n$ -ой степени из 1, бесконечной циклической группы и группы  $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$

5. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами.
6. Теорема Лагранжа. Следствия.
7. Теорема о ранге произведения матриц.
8. Фактор-группа: построение, определение, свойства, примеры.
9. Перестановки и подстановки. Чётность перестановки.
10. Гомоморфизмы групп: определение, свойства. Ядро гомоморфизма.
11. Определитель квадратной матрицы: определение, простейшие свойства.
12. Пересечение и сумма подпространств. Примеры.
13. Миноры и алгебраические дополнения.
14. Прямая сумма подпространств: определение, признаки, примеры.
15. Теорема о ранге матрицы. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.
16. Евклидово векторное пространство: определение, свойства, примеры.
17. Вычисление обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
18. Ортогональное дополнение к подпространству: определение, свойства.
19. Группа: определение, простейшие свойства. Примеры.
20. Норма вектора: определение, свойства. Ортонормированный базис пространства.
21. Подгруппы. Необходимые и достаточные условия подгрупп.
22. Изоморфизм групп. Теорема Кэли.
23. Порядок элемента группы. Циклические группы.
24. Свойства решений системы линейных однородных уравнений. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений.
25. Смежные классы по подгруппе: определение, свойства, примеры.
26. Единичная матрица. Элементарные матрицы.
27. Нормальный делитель группы: определения и их равносильность. Свойства нормальных делителей.
28. Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований.
29. Теорема о гомоморфизмах (эпиморфизмах) групп. Подстановки  $n$ -ой степени. Свойства подстановок. Циклы.
30. Линейная оболочка системы векторов. Подпространство векторного пространства. Дальнейшие свойства определителей. Необходимое и достаточное условие равенства определителя нулю.
31. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу. Скалярное умножение векторов: определение, свойства, примеры.
32. Определитель произведения матриц.
33. Ортогональная система векторов. Ортогональный базис пространства. Процесс ортогонализации.
34. Метод Крамера решения систем линейных уравнений. Обобщённый закон ассоциативности.

35. Линейные отображения векторных пространств: определение, простейшие свойства, примеры. Способы задания линейных операторов. Матрица линейного оператора.

36. Связь между базисами векторного пространства. Связь между координатами вектора в различных базисах.

37. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Подобные матрицы. Равенство рангов подобных матриц.

38. Операции над линейными операторами. Алгебра линейных операторов. Образ, ядро, ранг, дефект линейного оператора. Невырожденные линейные операторы.

39. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов. Линейные операторы с простым спектром. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

### **Вопросы к коллоквиуму в 3 семестре**

1. Свойства делимости в области целостности.
2. Свойства главных идеалов кольца. Простые и составные элементы области целостности.
3. Кольца главных идеалов, их свойства.
4. Факториальные кольца, их свойства. Примеры.
5. Евклидовы кольца. Свойства, примеры.
6. НОД в кольце главных идеалов, свойства.
7. НОК в кольце главных идеалов, свойства.
8. Построение кольца многочленов от одной переменной. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
9. Деление многочлена на двучлен. Теорема Безу. Схема Горнера.
10. Теорема о наибольшем возможном количестве корней многочлена.
11. Теорема о делении с остатком.
12. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД.

### **Вопросы для собеседования в 3 семестре**

1. Неприводимые над полем многочлены. Свойства, примеры.
2. Формальная производная многочлена. Неприводимые кратные множители.
3. Кратные корни многочлена. Отделение кратных корней.
4. Построение кольца многочленов от нескольких переменных.
5. Лексикографическое упорядочение членов многочлена.
6. Симметрические многочлены. Основные леммы.
7. Основная теорема о симметрических многочленах. Алгоритм.
8. Многочлены над полем комплексных чисел. Леммы.
9. Многочлены над полем действительных чисел.
10. Решение уравнений 3 степени.
11. Решение уравнений 4 степени.
12. Отделение действительных корней многочлена. Теорема Штурма.
13. Многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.

## Вопросы к экзамену 3 семестр.

1. Свойства делимости в области целостности.
2. Свойства главных идеалов кольца. Простые и составные элементы области целостности.
3. Кольца главных идеалов, их свойства.
4. Факториальные кольца, их свойства. Примеры.
5. Евклидовы кольца. Свойства, примеры.
6. НОД в кольце главных идеалов, свойства.
7. НОК в кольце главных идеалов, свойства.
8. Построение кольца многочленов от одной переменной. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
9. Деление многочлена на двучлен. Теорема Безу. Схема Горнера. Теорема о наибольшем возможном количестве корней многочлена.
10. Теорема о делении с остатком. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД.
11. Неприводимые над полем многочлены. Свойства, примеры. Формальная производная многочлена. Неприводимые кратные множители.
12. Кратные корни многочлена. Отделение кратных корней. Построение кольца многочленов от нескольких переменных.
13. Лексикографическое упорядочение членов многочлена.
14. Симметрические многочлены. Основные леммы.
15. Основная теорема о симметрических многочленах. Алгоритм.
16. Результант многочленов. Исключение переменных с помощью результата.
17. Многочлены над полем комплексных чисел. Леммы.
18. Основная теорема алгебры комплексных чисел.
19. Многочлены над полем действительных чисел.
20. Решение уравнений 3 степени.
21. Решение уравнений 4 степени.
22. Отделение действительных корней многочлена. Теорема Штурма.
23. Многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.
24. Простое алгебраическое расширение поля.
25. Минимальный многочлен алгебраического над полем элемента, его свойства.
26. Теорема о строении простого алгебраического расширения поля. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
27. Конечное расширение поля. Теорема о конечном расширении.
28. Составное алгебраическое расширение.
29. Простота составного алгебраического расширения.

## 7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) Алгебра

### 7.1. Учебная литература

#### Основная литература

1. Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. - М.: 2009..

2. Курош А. Г., Курс высшей алгебры, «Лань», 2008.
3. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре, «Лань», 2010.
4. Фаддеев Д. К., Лекции по алгебре, «Лань», 2010.
5. Фаддеев Д. К., Соминский И. С., Задачи по высшей алгебре, «Лань», 2008.

### Дополнительная литература.

1. Бурбаки Н. М.: «Алгебра» М., Наука, 1966
2. Винберг Э.Б. Курс алгебры. М.: Факториал, 1999
3. Виноградов И. М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1976
4. Кострикин А. И. Введение в алгебру. М.: Физматлит, 2000 (ч. 1, 2, 3).
5. Кострикин А. И. Сборник задач по алгебре. М.: Физматлит, 2001.
6. Куликов Л. Я. и др. Сборник задач по алгебре и теории чисел. - М.: 1993.
7. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры. М.: Наука, 1970.
8. Феферман С.Ф. Числовые системы. М.: Наука, 1971

### 7.2. Интернет-ресурсы

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Exponenta.ru	<a href="http://www.exponenta.ru">www.exponenta.ru</a>	На сайте размещены электронные учебники, справочники, статьи, примерами применения математических пакетов в образовательном процессе, демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
2.	Math.ru	<a href="http://www.math.ru">www.math.ru</a>	Математический сайт для школьников, студентов, учителей и всех, кто интересуется математикой.
3.	Математика	<a href="http://www.mathematics.ru">www.mathematics.ru</a>	Учебный материал по различным разделам математики.
4.	Математика для студентов и прочее.	<a href="http://www.xplusy.isnet.ru">www.xplusy.isnet.ru</a>	Содержит большое количество видеолекций для школьников, абитуриентов и студентов по математике и физике.
5.	Российское образование.	<a href="http://www.edu.ru">www.edu.ru</a>	Федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.

### **7.3. Программное обеспечение дисциплины Алгебра**

1. Линейная алгебра. Линейные операторы. Квадратичные формы. Комплексные числа: Учебное пособие / Рубашкина Е.В. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 38 с.  
(<http://znanium.com/bookread2.php?book=544419>)
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкнига, 2007. – 432 с.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру (в 3 томах). – М.: МЦНМО. – 2009. (Электронный ресурс. – «Университетская библиотека онлайн», Режим доступа:

Том 1. Основы алгебры – 273 с:

[http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=63140](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=63140)

том 2. Линейная алгебра – 368 с.

[http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=63144](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=63144)

том 3. Основные структуры алгебры – 272 с.

[http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=62951](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=62951) )

4. Дадаян А.А. Математика: Учебник / А.А. Дадаян. - 3-е изд. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 544 с. (<http://znanium.com/bookread2.php?book=397662>)

5. Смолин Ю. Н. Алгебра и теория чисел: учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. — М. : ФЛИНТА : Наука, 2012. — 464 с. (<http://znanium.com/bookread2.php?book=456995>)

6. Ильин, В. А. Линейная алгебра [Текст] : [Учеб. для физ. спец. и спец. "Прикладная математика"] / В. А. Ильин ; Э.Г. Поздняк. - М. : Физматлит, 2010. - 278 с. (Электронный ресурс «Университетская библиотека онлайн», режим доступа:  
[http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=68974](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=68974) )

7. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : [Учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / И. В. Проскуряков. - 8-е изд. - М. : СПб. : Физматлит : Невский диалект : Лаборатория базовых знаний, 2001. - 382 с.

8. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : [Учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / И. В. Проскуряков. - 8-е изд. - М. : СПб. : Физматлит : Невский диалект : Лаборатория базовых знаний, 1966. - 381 с.

([http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=464077](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=464077) ).

9. Шнеперман Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел. – СПб.: Лань. – 2008. – 222 с.

10. Курош А. Г. Теория групп. М.: Физматлит, 2011 – 805 с. (Электронный ресурс «Университетская библиотека онлайн», режим доступа:

[http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=457669](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=457669) )

11. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. – СПб.:Лань, 2009. – 335 с.

### **7.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины Алгебра**

**Для освоения данной дисциплины необходимы:**

- мультимедийные средства обучения (компьютер и проектор, ресурсы Интернета);
- классическая доска;
- мел.



Рабочая программа дисциплины **Алгебра** разработана в соответствии с ФГОС: Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки **44.03.01 Педагогическое образование (с профилем подготовки) Математика**

Программу составила:

Доцент кафедры «Математический анализ» Албогачиева М.М.

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический анализ»

Протокол №6 от «27» февраля 2025г

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического факультета протокол № 7 от «13» марта 2025 г.

## Оценочные материалы по дисциплине «Алгебра»

### 1. Оценочные материалы для текущего контроля

#### 1.1. Тестовые материалы

##### Вариант 1.

Задания уровня А:

1. Выберите единичную матрицу из числа предложенных:

- |   |   |
|---|---|
| 1) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix};$ | 3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$ |
| 2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$ | 4) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$ |

2. Укажите матрицу  $A^T$ , если матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- |  |  |
|--|--|
| 1) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix};$  | 3) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix};$  |
| 2) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix};$ | 4) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$ |

3. Выберите вектор – столбец из числа предложенных матриц

- |   |   |
|---|---|
| 1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$ | 3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 10 & 1 \end{pmatrix};$ |
| 2) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix};$         | 4) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \end{pmatrix};$       |

4. Найдите сумму матриц  $2A + 5B$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 19 & 31 \end{pmatrix};$$

- |   |   |
|---|---|
| 1) $\begin{pmatrix} 35 & 56 \\ 35 & -7 \\ 16 & 25 \end{pmatrix};$ | 3) $\begin{pmatrix} 22 & 1 \\ 5 & 8 \end{pmatrix};$     |
| 2) $\begin{pmatrix} 13 & -8 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix};$         | 4) $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$ |

5. Найдите сумму матриц  $A^t + B^t$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix};$$

- |   |  |
|---|--|
| 1) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix};$                      | 3) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix};$ |
| 2) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix};$ | 4) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$         |

6. Найдите  $A^2$ , если  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{3} \end{pmatrix} \\
 1) & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}; \\
 2) & \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) & \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}; \\
 4) & \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

7. Найдите произведение матриц  $A \cdot B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

1) произведение  $A \cdot B$  не определено;

3)  $\begin{pmatrix} & \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ ;

2)  $\begin{pmatrix} 2 & -8 & 0 \\ 0 & -5 & 3 \end{pmatrix}$ ;

4)  $\begin{pmatrix} -6 & -2 \\ -20 & -2 \end{pmatrix}$ .

8. Найдите произведение матриц  $2A \cdot B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

3) произведение  $2A \cdot B$  не определено;

1)  $\begin{pmatrix} -6 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -10 & -4 & -4 \end{pmatrix}$ ;

$\begin{pmatrix} -6 & 0 & -10 \\ 0 & 4 & -4 \\ -2 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ .

2)  $\begin{pmatrix} -3 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -5 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ ;

4)  $\begin{pmatrix} -6 & 0 & -10 \\ 0 & 4 & -4 \\ -2 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ .

9. Как изменится определитель при транспонировании матрицы?

1) определитель не изменится;

3) значение определителя удвоится;

2) знак определителя поменяется на противоположный;

4) определитель примет значение, обратное исходному.

10. Вычислите определитель 2-го порядка  $\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$

1) -7; 2) -5; 3) 1; 4) 5.

11. Вычислите определитель 3-го порядка  $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 1 & 5 & 0 \\ -3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

1) 98;

2) -30;

3) 90;

4) 104.

12. Выберите невырожденную матрицу из числа предложенных

1)  $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$ ;

3)  $\begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$ ;

2)  $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -6 & -4 \end{pmatrix}$ ;

4)  $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

13. Найдите минор  $m_{12}$  соответствующего элемента определителя  $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$

1) -2;

2) 13;

3) -5;

4) 5.

14. Найдите алгебраическое дополнение  $A_{23}$  соответствующего элемента матрицы

$\begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -5 \\ 7 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

1) -18;

3) 18;

2) -19;

4) 19.

15. Найдите значение  $x$ , решив уравнение  $\begin{vmatrix} x & 2 & x \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$

1)  $\frac{10}{7}$ ;

3)  $\frac{10}{3}$ ;

2) 0;

4)  $-\frac{2}{3}$ .

Задания уровня В:

1. Найдите матрицу, обратную данной  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$
2. Решите систему линейных алгебраических уравнений
3. Вычислите определитель 4-го порядка

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -4 & 0 \\ -3 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 + x^3 = 4, \\ 3x^1 - 5x^2 + 3x^3 = 1, \\ 2x^1 + 7x^2 - x^3 = 8. \end{cases}$$

### Вариант 2.

Задания уровня А:

1. Выберите треугольную матрицу из числа предложенных:

1)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;

3)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;

2)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;

4)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

2. Укажите матрицу  $A^t$ , если матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

1)  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;

3)  $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ ;

2)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ ;

4)  $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

3. Выберите вектор – строку из числа предложенных матриц

1)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ;

3)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;

2)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;

4)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

4. Найдите разность матриц  $3A - 2B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 2 & -10 \end{pmatrix}$

1)  $\begin{pmatrix} 6 & 27 \end{pmatrix}$ ;

3)  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 14 \end{pmatrix}$ ;

2)  $\begin{pmatrix} -7 & 32 \\ 6 & 9 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ;

4)  $\begin{pmatrix} 56 & 3 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}$ .

5. Найдите сумму матриц  $A^t + B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1)  $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 3 \\ 2 & 6 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;

3)  $\begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ;

2)  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 4 & 6 & -1 \end{pmatrix}$ ;

4)  $\begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ .

6. Найдите  $B^2$ , если  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$1) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 9 \\ 1 & 4 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} -7 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & -5 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

7. Найдите произведение матриц  $A \cdot B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

$$1) \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 15 & -4 & -5 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 2 & 15 \\ 1 & 4 \end{pmatrix};$$

4) произведение  $A \cdot B$  не определено;

8. Найдите произведение матриц  $\frac{A}{2} \cdot B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 4 & 0 & 0 \\ 6 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

1) произведение  $\frac{A}{2} \cdot B$  не определено;

$$3) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 4 & -4 & 0 \\ 0 & -8 & -6 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & -4 & -3 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & -4 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

9. Как изменится определитель при перестановке двух его параллельных рядов?

1) определитель не изменится;

3) значение определителя удвоится;

2) знак определителя поменяется на противоположный;

4) определитель примет значение, обратное исходному.

10. Вычислите определитель 2-го порядка  $\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$

1) -17;  
2) 13;

3) 3;  
4) -13.

11. Вычислите определитель 3-го порядка  $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & -2 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$

1) 92;  
2) 72;

3) 56;  
4) 54.

12. Выберите вырожденную матрицу из числа предложенных.

$$1) \begin{pmatrix} -6 & -3 \\ 10 & 5 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 7 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -8 & 8 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

13. Найдите минор  $m_{21}$  соответствующего элемента определителя  $\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$

1) -10;  
2) 3;

3) 4;  
4) -4.

14. Найдите алгебраическое дополнение  $A_{32}$  соответствующего элемента матрицы

$$\begin{pmatrix} 8 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 6 \\ -5 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

1) 50;

3) -50;

2) 9;

4) -9.

**15. Найдите значение  $x$ , решив уравнение**

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ x & 3 & x \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

- 1) 6;
- 2) 9;
- 3) 18;
- 4) -18.

### Задания уровень В:

1. Найдите матрицу, обратную данной  $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

2. Решите систему линейных алгебраических уравнений  $\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$

3. Вычислите определитель 4-го порядка  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$

№1 Матрица  $A = \begin{pmatrix} a & c & 0 & 0 \\ b & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & c \\ 0 & 0 & b & d \end{pmatrix}$  будет иметь оператор:

- 1) дифференцирования в пространстве  $(x^n, x^{n-1}, \dots, 1)$   $R[x]_n$  в базисе;
- 2)  $X \rightarrow X \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  в пространстве  $M_2(R)$  в базисе из матричных единиц;
- 3)  $X \rightarrow A \times B$  ( $A, B$  — фиксированные матрицы) в пространстве  $M_2(R)$  в базисе, состоящем из матричных единиц.

№2. Линейное преобразование  $\varphi$  в базисе  $e_1, e_2, e_3, e_4$  имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Как будет выглядеть матрица этого же преобразования в базисе:  $e_1, e_2, e_3, e_4$ ?

- 1)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ; 2)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 6 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ ; 3)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

№3 Выберите верные утверждения:

- 1) существуют такие  $A$  и  $B$ , что  $\text{rg}(AB) = \text{rg}(BA)$ ;
- 2) всегда  $\text{rank } A = \text{rg}(A^T A)$ ;
- 3) для любой матрицы  $A$  найдется такая матрица  $I$ , что  $AI = A$ ,  $IA = A$ , называемая единичной;
- 4) из линейно зависимой системы векторов всегда можно выбрать несколько линейно независимых.
- 5) Всегда  $\text{rg}(A) = \text{rg } A$

№4. Невырожденной квадратичной формой называется:

- 1) невырожденная матрица ( $\text{rg } A = n$ )



2) симметричная матрица  $A = (a_{ij})$ , составленная из коэффициентов квадратичной формы

3) вырожденная матрица ( $\text{rg} A < n$ )

№5 Максимальное число линейно независимых вектор-столбцов (строк) называется:

Ответ: *рангом матрицы*.

№6 В линейном пространстве  $V^2$  любые два коллинеарных вектора:

№7 Матрица  $A - \lambda A$  называется:

1) собственным значением матрицы  $A$

2) характеристической для  $A$

3) собственным вектором матрицы  $A$

№8 Выберите верные утверждения:

1) не всякая матрица с определителем равным  $\pm 1$ , будет ортогональной

2) определитель ортогональной матрицы равен  $\pm 1$

3) всякое ортогональное преобразование неизвестных является невырожденным

№9 Оператор  $\tilde{A}$  называется линейным, если выполняются условия:

1)  $\tilde{A}(\vec{x} + \vec{y}) = \tilde{A}(\vec{x}) + \tilde{A}(\vec{y})$ ;

2)  $\tilde{A}(\lambda \vec{x}) = \lambda \tilde{A}(\vec{x})$ ;

3) оба эти условия.

№10 Каждому собственному вектору соответствует:

1) конечное число собственных чисел;

2) единственное собственное число;

3) бесконечное множество собственных чисел.

№11 Для нахождения собственных чисел линейного оператора  $\tilde{A}$  необходимо решить уравнение:

1)  $|A - \lambda E| = 0$ ;

2)  $|A - \lambda E| < 0$ ;

3)  $|A - \lambda E| > 0$ .

№12 Установление соответствия между линейными комбинациями векторов

$\vec{a} \rightarrow (1; 3; -1)$  и  $\vec{b} \rightarrow (-2; 0; -3)$  и их координатами:

- |                              |                 |
|------------------------------|-----------------|
| 1. $2a \rightarrow -\vec{b}$ | а) (0; 6; -5)   |
| 2. $2a \rightarrow +\vec{b}$ | б) (4; 6; 1)    |
| 3. $a \rightarrow -2\vec{b}$ | в) (0; 6; -7)   |
|                              | г) (5; 3; 5)    |
|                              | д) (-3; -3; -7) |

№13 Пусть  $\varphi(\mathbf{x})$  –линейный оператор. В формуле  $\varphi(\mathbf{x}) = \lambda(\mathbf{x})$  число  $\lambda$  называется:

- 1) собственным значением оператора  $\varphi$ ;
- 2) собственным вектором оператора  $\varphi$ ;
- 3) нулевым вектором оператора  $\varphi$ .

№14 Для нахождения собственного числа линейного оператора  $\varphi(\mathbf{x})$ , которому соответствует квадратная матрица  $A$ , необходимо решить уравнение:

- 1)  $\left| A + \lambda E \right| = 0$
- 2)  $\left| A - \lambda E \right| = 0$
- 3)  $\left| \lambda E - A \right| = -1$

№15 Множество целых чисел по бинарной операции «сложение» образует:

- 1) поле;
- 2) аддитивную абелеву группу;
- 3) подполе.

№16. Задана линейная комбинация:  $0 = k_1 + k_2 + k_3$ , где  $k_1 = k_2 = 4$ ,  $k_3 = 0$ .

Векторы ...

- 1) линейно независимы;
- 2) образуют базис пространства  $V^3$ ;
- 3) линейно зависимы.

№ 17 Найти общее решение в зависимости от параметра

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 2, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4, \\ 4x_1 + 14x_2 + x_3 + 7x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + \lambda x_4 = 2. \end{cases}$$

- 1)  $x_1 = \frac{43-8\lambda}{8-8\lambda} - \frac{9x_3}{8}$   $x_2 = \frac{5}{2-4\lambda} + \frac{x_3}{3}$   $x_4 = \frac{7}{\lambda-1}$
- 2)  $x_1 = \frac{43-8\lambda}{8-8\lambda} - \frac{9x_3}{8}$   $x_2 = \frac{5}{4-4\lambda} + \frac{x_3}{4}$   $x_4 = \frac{5}{\lambda-1}$
- 3)  $x_1 = \frac{3-5\lambda}{6-8\lambda} - \frac{2x_3}{8}$   $x_2 = \frac{5}{1-4\lambda} + \frac{x_3}{4}$   $x_4 = \frac{3}{\lambda-1}$

№ 18 Какие собственные значения будет иметь матрица

$$A = \begin{pmatrix} 11 & -6 & 2 \\ -6 & 10 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \end{pmatrix}$$

1)  $\lambda_1=18, \lambda_2=6, \lambda_3=3$

2)  $\lambda_1=4>0, \lambda_2=6-4\sqrt{2}>0, \lambda_3=6+4\sqrt{2}>0$

3)  $\lambda_1=2>0, \lambda_2=2-\sqrt{2}>0, \lambda_3=2+\sqrt{2}>0$

№ 19 Определить, является ли линейным заданное подпространство для указанного пространства?

1) Линейное пространство определено, как множество геометрических векторов. Подпространство — множество векторов с началом в начале

координат и лежащих в первом октанте;

2) Линейное пространство определено как всевозможные системы действительных чисел  $x=(x_1, x_2, x_3)$ . Сложение и умножение на число определены, как  $x+y=(x_1+y_1, x_2+y_2, x_3+y_3)$   $ax=(ax_1, ax_2, ax_3)$ . Подпространство определено, как  $z=(0, z_1, z_2)$

3) Линейное пространство определено как всевозможные многочлены не выше пятой степени. Подпространство — многочлены вида  $a_0t^5+a_1t^3+a_3$

№ 20 Примерами линейного пространства являются:

- 1) единичные матрицы одной размерности;
- 2) нулевые матрицы одной размерности;
- 3) ненулевые матрицы одной размерности;
- 4) квадратные матрицы одной размерности;
- 5) диагональные матрицы одной размерности.

### Вариант 1

1. Модуль комплексного числа  $z = 6 + 8i$  равен...

- 1) 10
- 2) 6
- 3) 14
- 4) 8

2. Комплексное число  $z = 2 + 2i$  можно представить в виде ...

- 1)  $2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$
- 2)  $2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$
- 3)  $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

$$4) \sqrt[2]{\frac{2}{4} \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)}$$

3. Произведение комплексных чисел  $z_1 = 4 - i$  и  $z_2 = 3 - 7i$  равно ...

- 1)  $5 - 30i$
- 2)  $5 - 26i$
- 3)  $19 - 30i$
- 4)  $19 - 26i$

4. Тригонометрическая форма комплексного числа, имеющего модуль  $2\sqrt{3}$  и аргумент  $\frac{\pi}{6}$ , имеет вид...

- 1)  $z = 2\sqrt{3} \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$
- 2)  $z = \frac{3}{\sqrt{6}} \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$
- 3)  $z = 2\sqrt{6} \cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6}$
- 4)  $z = 2\sqrt{3} \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right)$

5. Частное  $\frac{z_1}{z_2}$  комплексных чисел  $z_1 = 1 - 5i$  и  $z_2 = 1 - i$  равно....

- 1)  $3 - 2i$
- 2)  $2 - 3i$
- 3)  $2 + 3i$
- 4)  $3 + 2i$

6. Найти  $|z|$ , если  $z = -\sqrt{11} + 5i$ :

- 1) 6
- 2) 11
- 3) 5
- 4)  $\sqrt{11}$

7. Комплексное число  $z = \frac{2-5i}{3+i}$  равно ...

1)  $0,1-1,7i$

2)  $0,5-1,25i$

3)  $\frac{11}{8}-i\frac{13}{8}$

4)  $0,1-1,3i$

8. Даны два комплексных числа:  $z_1 = 3-5i$  и  $z_2 = 5-4i$ . Тогда действительная часть произведения  $z_1 z_2$  равна...

1)  $-5$

2)  $35$

3)  $15$

4)  $-37$

9. Частное  $\frac{z_2}{z_1}$  комплексных чисел  $z_1 = 3-i$  и  $z_2 = 1-7i$  равно ...

1)  $1-2i$

2)  $-0,4-2,2i$

3)  $1+2i$

4)  $-0,4-2i$

10. Установите соответствие между алгебраической формой комплексного числа и его тригонометрической формой.

1.  $z = 2+2i$

2.  $z = \sqrt{3}-i$

3.  $z = \frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ответ: (A)  $z = 2 \cos(-\frac{\pi}{6}) + i \sin(-\frac{\pi}{6})$  (2)

(B)  $z = 2 \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$

(C)  $z = 2 \sqrt{\frac{4}{4}} \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$  (1)

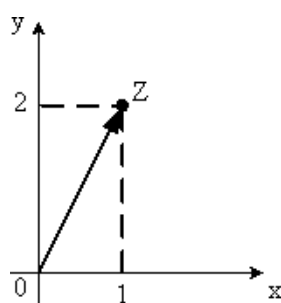
D)  $z = \left( \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right)$  (3)

E)  $z = \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$

11. Комплексное число  $2 - 5i - (1 + 2i) \cdot i$  равно ...

- 1)  $4 - 6i$
- 2)  $-6i$
- 3)  $4 - 4i$
- 4)  $2 - 8i$

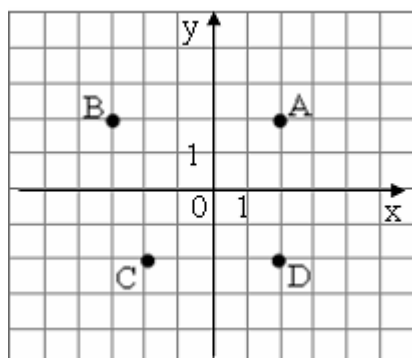
12. Алгебраическая форма комплексного числа, изображённого на рисунке



Имеет вид...

- 1)  $z = 1 + 2i$
- 2)  $z = 2 + i$
- 3)  $z = 1 - 2i$
- 4)  $z = \sqrt{3}$

13. Комплексные числа заданы точками на плоскости



Тогда комплексно-сопряженными числами являются...

- 1) A и D
- 2) A и B
- 3) A и C

4)  $D$  и  $C$

14. Действительная часть комплексного числа  $z = \left( \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)^2$  имеет вид...

1)  $\cos \pi$

2)  $\cos \frac{\pi}{2}$

3)  $\cos^2 \pi$

4)  $\cos^2 \frac{\pi}{2}$

15. Произведение комплексного числа  $z = 4 - 3i$  на сопряженное число  $\bar{z}$  равно...

1) 25

2)  $16 - 9i$

3) 5

4)  $8 - 6i$

16. Даны комплексные числа  $z_1 = 1 - i$  и  $z_2 = 3 + 4i$ . Тогда  $3z_1 - 2z_2$  равно...

1)  $-3 - 11i$

2)  $9 + 5i$

3)  $-3 + 5i$

4)  $-7i$

17. Значение комплексного числа  $(1 + i\sqrt{3})^9$ , вычисленное по формуле Муавра, равно...

1) -512

2) 521

3) -521

4) 512

18. Действительная часть комплексного числа  $(3 + 2i)^2$  равна ...

1) 5

2) -13

3) -5

4) 13

19. Если  $f(z) = 2z^2 + 4$ , тогда значение производной этой функции в точке  $z_0 = 2 + i$  равно...

1)  $8 + 4i$

2)  $2 + i$

3)  $4 + 4i$

4)  $8 + i$

20. Даны два комплексных числа  $z_1 = 5 + 4i$  и  $z_2 = 5 - 4i$ . Тогда квадратное уравнение, составленное из них, имеет вид:

1)  $z^2 - 10z + 41 = 0$

2)  $z^2 + 10z + 9 = 0$

3)  $z^2 - 10z - 9 = 0$

4)  $z^2 + 10z + 41 = 0$

21. Даны два комплексных числа  $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$  и  $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ . Тогда квадратное уравнение, составленное из них, имеет вид:

1)  $z^2 - 2z + 4 = 0$

2)  $z^2 + 2z - 2 = 0$

3)  $z^2 - 2z - 2 = 0$

4)  $z^2 + 2z + 4 = 0$

22. Действительная часть комплексного числа  $z = \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)^2$  имеет

1)  $\cos \frac{\pi}{3}$

2)  $\cos^2 \frac{\pi}{3}$

3)  $\cos \frac{\pi}{6}$

4)  $\cos^2 \frac{\pi}{6}$



Вариант 2

**23.** Произведение комплексных чисел  $z_1 = 3 - 2i$  и  $z_2 = 3 + 4i$  равно ...

- 1)  $17 + 6i$
- 2)  $1 + 6i$
- 3)  $1 + 18i$
- 4)  $17 - 18i$

**24.** Модуль комплексного числа  $3 + 4i$

- 1) 5 равен...
- 2) 3
- 3) 4
- 4) 7

**25.** Даны комплексные числа  $z_1 = 2 - i$  и  $z_2 = 3 + 5i$ . Тогда  $2z_1 - 3z_2$  равно...

- 1)  $-5 - 17i$
- 2)  $-5 + 13i$
- 3)  $-5 + 14i$
- 4)  $-5 + 3i$

**26.** Тригонометрическая форма комплексного числа, имеющего модуль  $\sqrt{2}$  и аргумент  $\frac{\pi}{4}$ , имеет вид...

- 1)  $z = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 2)  $z = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
- 3)  $z = \sqrt{2} \left( \cos \frac{3\pi}{4} - i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$
- 4)  $z = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$

27. Частное  $\frac{z_1}{z_2}$  комплексных чисел  $z_1 = 2 + 5i$  и  $z_2 = -1 - i$  равно....

- 1)  $-7 - 3i$
- 2)  $3 + 7i$
- 3)  $3 - 3i$
- 4)  $7 + 7i$

28. Комплексное число  $z = 1 - i\sqrt{3}$  в тригонометрической форме имеет вид ...

1)  $2 \left( \cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$

2)  $2 \left( \cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

3)  $4 \cos \frac{\pi}{3}$

4)  $2 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

29. Частное  $\frac{z_2}{z_1}$  комплексных чисел  $z_1 = -2 + i$  и  $z_2 = -4 + 7i$  равно ...

1)  $\cos \frac{\pi}{2}$

2)  $\cos^2 \frac{\pi}{2}$

3)  $\cos^2 \pi$

4)  $\cos \pi$

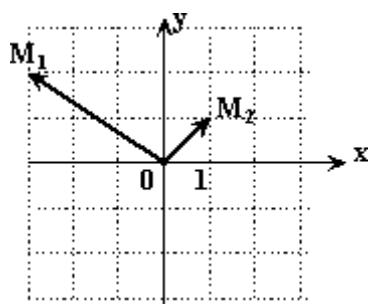
30. Действительная часть комплексного числа  $(5 - 2i)^2$  равна...

- 1) 21
- 2) 7
- 3) 29
- 4) -10

31. Конец радиус-вектора, задающего комплексное число  $z = -5 + 2i$ , лежит...

- 1) Во второй четверти
- 2) В первой четверти
- 3) В третьей четверти
- 4) В четвёртой четверти

32. Комплексные числа  $z_1$  и  $z_2$  заданы соответственно радиус-векторами  $\overline{OM_1}$  и  $\overline{OM_2}$ :



Тогда сумма  $z_1 + z_2$ , записанная в алгебраической форме, имеет вид...

- 1)  $-2 + 3i$
- 2)  $-3 + 2i$
- 3)  $1 + i$
- 4)  $2i$

33. Аргумент комплексного числа  $2 + 2i$  равен...

- 1)  $\frac{\pi}{4}$
- 2)  $\frac{3\pi}{4}$
- 3)  $\frac{\pi}{6}$
- 4)  $\frac{\pi}{3}$

34. Произведение комплексного числа  $z = 1 - 2i$  и сопряженного числа  $\bar{z}$  равно ...

- 1) 5
- 2) -3

3)  $-5$

4)  $1 - 4i$

35. Действительными решениями уравнения  $(1+i)x + (1-i)y = 3-i$  являются...

1)  $x = 1, y = 2$

2)  $x = 2,$

3)  $x = 3, y = 1$

4)  $x = 0,$   
 $y = 0$

$y = 3$

36. Даны два комплексных числа:  $z_1 = 2 + 3i$  и  $z_2 = 5 - 4i$ . Тогда действительная часть произведения  $z_1 z_2$  равна...

1) 10

2) 12

3) 22

4)  $-2$

37. Значение комплексного числа  $(-\sqrt{2} + i)^8$ , вычисленное по формуле Муавра, равно...

1) 81

2)  $-81$

3) 24

4)  $-24$

38. Значение функции  $f(z) = z^2$  в точке  $z_0 = 3 + 2i$  равно...

1)  $7 + 12i$

2)  $9 + 12i$

3)  $13 + 12i$

4)  $5 + 12i$

39. Установите соответствие между комплексным числом и его

аргументом 1.

$\sqrt{3} - i$

2.

$$-\sqrt{3} + i$$

$$-\sqrt{3} - i$$

Ответ:

A)  $\frac{11\pi}{6}$

B)  $\frac{2\pi}{3}$  (2)

C)  $\frac{5\pi}{6}$  (3)

D)  $\frac{7\pi}{6}$  (4)

E)  $\frac{\pi}{3}$

F)  $\frac{\pi}{6}$  (1)

**40.** Найти разность  $x - y$  из условия равенства двух комплексных чисел:

$$5x - 2y + (x + y)i = 4 + 5i.$$

1) -1

2) 1

3) 5

4) 9

**41.** Если  $z = 2 + 3i$ , то сопряжённое ему комплексное число  $\bar{z}$  равно...

1)  $3 - 2i$

2)  $2 - 3i$

3)  $-2 + 3i$

4)  $3 + 2i$

**42.** Установите соответствие между алгебраической формой комплексного числа и его тригонометрической формой

1)  $z = 1 + i \frac{\sqrt{3}}{2}$

2)  $z = 1 + i$

3)  $z = -2 + i \cdot 2\sqrt{3}$

Ответ:  $z = 4 \left( \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right)$

A)  $z = 4 \left( \cos\frac{2\pi}{3} + i \sin\frac{2\pi}{3} \right)$

B)  $z = 2 \left( \cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3} \right)$  (3)

C)  $z = \sqrt{2} \left( \cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4} \right)$  (1)

D)  $z = \sqrt{2} \left( \cos\frac{\pi}{6} + i \sin\frac{\pi}{6} \right)$  (2)

E)  $z = \sqrt{2} \left( \cos\frac{\pi}{6} + i \sin\frac{\pi}{6} \right)$

43. Даны два комплексных числа  $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$  и  $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ . Тогда квадратное уравнение, составленное из них, имеет вид:

1)  $z^2 - 2z + 4 = 0$

2)  $z^2 + 2z - 2 = 0$

3)  $z^2 - 2z - 2 = 0$

4)  $z^2 + 2z + 4 = 0$

$$z = \left( \cos\frac{\pi}{6} + i \sin\frac{\pi}{6} \right)^2$$

44. Действительная часть комплексного числа имеет

1)  $\cos\frac{\pi}{3}$

2)  $\cos^2\frac{\pi}{3}$

3)  $\cos\frac{\pi}{6}$

4)  $\cos^2\frac{\pi}{6}$

### Критерии оценки:

-оценка «отлично» выставляется студенту, если выполнены, верно - 86%-100 %;

-оценка «хорошо»- выполнены все задания, но допустил ошибки в решении заданий, либо недочеты, если выполнено 71%-85%;

-оценка «удовлетворительно»- выполнены все задания, допущены ошибки в заданиях, выполнены, верно -51%-70% .....

-оценка «неудовлетворительно», если выполнено, верно, менее половины заданий -0-50%.....

## **1.2. Вопросы для собеседования**

## **Раздел 1 и 2.**

### **Множества. Алгебраические структуры. Матрицы. Определители. СЛАУ**

1. Множества. Операции над множествами.
2. Свойства операций над множествами.
3. Алгебраические операции, группы, кольца, поля. (Общие сведения)
4. Общие сведения о матрицах.
5. Сложение и умножение матрицы на число.
6. Линейные комбинации столбцов (строк) матрицы.
7. Умножение матриц.
8. Элементарные преобразования матрицы.
9. Определители и алгебраические дополнения.
10. Миноры и алгебраические дополнения.
11. Разложения определителя по строке или столбцу. Теорема Лапласа
12. Вычисление определителей.
13. Ранг матрицы и ее свойства.
14. Обратная матрица и порядок ее получения
15. Системы линейных уравнений.
16. Критерий совместимости системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли).
17. Метод Гаусса.
18. Решение СЛАУ с помощью формул Крамера.
19. Решение СЛАУ методом обратной матрицы
20. Простейшие матричные уравнения.
21. Однородные системы линейных уравнений.

## **Раздел 3.**

### **Векторные пространства. Линейные операторы**

1. Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств.
2. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
3. Критерий линейной зависимости.
4. Достаточные условия линейной зависимости.
5. Определение базиса пространства. Размерность пространства.
6. Координаты вектора в данном базисе. Координаты суммы векторов, произведения вектора на число.
7. Матрица перехода от одного базиса линейного пространства к другому.  
Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
8. Определение подпространства линейного пространства. Примеры подпространств.  
Линейные оболочки системы векторов. Теорема о размерности линейной оболочки.
9. Изоморфизм линейных пространств.
10. Евклидовы и унитарные пространства. Примеры. Линейные нормированные пространства.
11. Ортонормированная система. Ортонормированный базис.
12. Понятие линейного оператора и основные операции над ними. Примеры линейных операторов. Линейное пространство  $L(x, y)$ .
13. Обратный оператор и его свойства. Критерий обратимости линейного оператора.
14. Матрица линейного оператора. Представление линейного оператора в данном базисе при помощи матрицы. Матрица суммы операторов, произведение оператора на число, произведение операторов и обратные операторы. Примеры.
15. Преобразование матрицы оператора при переходе от одного базиса к другому.  
Определитель линейного оператора.



16. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристическое уравнение. Теорема о нахождении собственных векторов линейного оператора.
17. Свойства собственных векторов линейного оператора.
18. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
19. Линейные формы в линейном пространстве. Преобразование коэффициентов линейной формы при переходе к новому базису.
20. Квадратичные формы в линейном пространстве. Приведение квадратичной формы к диагональному виду методом Лагранжа.
21. Закон инерции квадратичных форм.
22. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.

## **Разделы IV, V, VI**

### **Комплексные числа. Группы, кольца, поля. Кольцо многочленов**

1. Числовое поле. Поле комплексных чисел.
2. Алгебраическая форма комплексных чисел.
3. Операции над комплексными числами в алгебраической форме
4. Геометрическое представление комплексных чисел
5. Переход от алгебраической формы комплексных чисел к тригонометрической и  
 тельной
6. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.
7. Тригонометрическая форма комплексного числа.
8. Формула Муавра
9. Извлечение корня из комплексного числа
10. Бинарные операции.
11. Алгебраические операции
12. Понятия: группа, полугруппы.
13. Аксиомы группы
14. Понятия: нейтральные и симметричные элементы.
15. Понятие: гомоморфизм, изоморфизм.
16. Определение и общие свойства колец.
17. Аксиоматика кольца
18. Гомоморфизмы колец. Типы колец.
19. Понятие поля. Характеристики поля.
20. Аксиоматика поля
21. Многочлены от одной переменной.
22. Деление многочленов.
23. Теорема Безу
24. Корни многочлена
25. Кратные корни многочлена
26. Схема Горнера
27. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены.
28. Многочлены над числовым полем.

### **Критерии оценки:**

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он проявил всестороннее, систематическое и глубокое знание материалов изученной дисциплины, умение свободно выполнять задания предусмотренной программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется студенту, проявившему творческие способности в понимании,

изложении и использовании материалов изученной дисциплины, безупречно ответившему на вопросы;

- оценка «хорошо» выставляется студенту, показавшему систематический характер знаний, по дисциплине, ответившему на все вопросы билета, но допустившему при этом не принципиальные ошибки;

- оценка «удовлетворительно» заслуживает студент, обнаруживший знание материала изученной дисциплины в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим погрешность в ответе на теоретические вопросы и/или при выполнении практических заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, либо неправильно выполнившему практическое задание, но по указанию преподавателя выполнившим другие задания из того же раздела дисциплины;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему серьезные проблемы в знаниях основного материала изученной дисциплины, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине, не ответившим на вопросы билета и дополнительные вопросы, и неправильно выполнившему практическое задание.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется также если студент:

- после начала собеседования (коллоквиума) отказался его сдавать;
- нарушил правила сдачи собеседования (коллоквиума) (списывал, подсказывал, обманом пытался получить более высокую оценку и т.д.)

### **1.3. Критерии оценки реферата**

- оценка «отлично» (5 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; выбор способов решения задачи грамотный; рассуждения носят аргументированный характер; предложенные способы решения задачи имеют профессиональную направленность; студент проявляет творческий подход к решению поставленных задач, отсутствуют ошибки;

- оценка «хорошо» (4 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; в выборе способов решения задачи допускает незначительные неточности, рассуждения аргументированы; решения носят осознанный характер;

- оценка «удовлетворительно» (3 балла) выставляется, если знания и представления студента по предложенной задаче носят разрозненный характер; в выборе способов решения задачи допущены ошибки; решения носят ограниченный, репродуктивный характер;

- оценка «неудовлетворительно» (0 баллов) выставляется, если студент имеет существенные пробелы в знаниях и представлениях по предложенной задаче; при выборе способов решения задачи допущены ошибки; рассуждения бездоказательны.

**1.4. Критерии оценки лабораторной работы**

Не предусмотрено

**1.5. Критерии оценки презентации**

Не предусмотрено

**1.6. Критерии оценки портфолио**

Не предусмотрено

**2. Оценочные материалы для промежуточной аттестации**

1 семестр	Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$
	При каких значениях параметра $\lambda$ система векторов $a_1, a_2, a_3$ является линейно зависимой? $a_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} \lambda \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$
	Найдите матрицу перехода $P_{e \rightarrow u}$ от базиса $\{e_1, e_2\}$ к базису $\{u_1, u_2\}$ : $e_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}, u_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 14 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$
2 семестр	Даны четыре вектора $X_1, X_2, X_3, X_4$ . Требуется найти все значения $z$ , при которых вектор $X_4$ линейно выражается через векторы $X_1, X_2, X_3$ . $\begin{cases} X_1 = \{3, -1, 0\}; \\ X_2 = \{3, -2, 1\}; \\ X_3 = \{0, 1, -1\}; \\ X_4 = \{5, 3, z\}. \end{cases}$
	Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}$
3 семестр	Даны комплексные числа $z_1 = 2 - 5i$ и $z_2 = 1 - 3i$ . $\frac{z_1}{z_2}$ Найти а) $z_1 + z_2$ , б) $z_1 - z_2$ , в) $z_1 \cdot z_2$ , г) $z_1 \cdot \overline{z_1}$ , д) $\overline{z_2}$ .
	Решить уравнение $(2-3i)x + (1+4i)y = 3-10i$
	Выяснить, образует ли группу множество матриц порядка $n$ , где $n > 1$ , относительно умножения.

**Критерии оценки:**

- оценка «отлично» (5 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; выбор способов решения задачи грамотный; рассуждения носят аргументированный характер; предложенные способы решения задачи

имеют профессиональную направленность; студент проявляет творческий подход к решению поставленных задач, отсутствуют ошибки;

- оценка «хорошо» (4 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; в выборе способов решения задачи допускает незначительные неточности, рассуждения аргументированы; решения носят осознанный характер;

- оценка «удовлетворительно» (3 балла) выставляется, если знания и представления студента по предложенной задаче носят разрозненный характер; в выборе способов решения задачи допущены ошибки; решения носят ограниченный, репродуктивный характер;

- оценка «неудовлетворительно» (0 баллов) выставляется, если студент имеет существенные пробелы в знаниях и представлениях по предложенной задаче; при выборе способов решения задачи допущены ошибки; рассуждения бездоказательны.

## **2.1. Примерный перечень вопросов для экзамена (зачета).**

1. Множества. Операции над множествами.
2. Свойства операций над множествами.
3. Алгебраические операции, группы, кольца, поля. (Общие сведения)
4. Общие сведения о матрицах.
5. Сложение и умножение матрицы на число.
6. Линейные комбинации столбцов (строк) матрицы.
7. Умножение матриц.
8. Элементарные преобразования матрицы.
9. Определители и алгебраические дополнения.
10. Миноры и алгебраические дополнения.
11. Разложения определителя по строке или столбцу. Теорема Лапласа
12. Вычисление определителей.
13. Ранг матрицы и ее свойства.
14. Обратная матрица и порядок ее получения
15. Системы линейных уравнений.
16. Критерий совместимости системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли).
17. Метод Гаусса.
18. Решение СЛАУ с помощью формул Крамера.
19. Решение СЛАУ методом обратной матрицы
20. Простейшие матричные уравнения.
21. Однородные системы линейных уравнений.
22. Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств.
23. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
24. Критерий линейной зависимости.
25. Достаточные условия линейной зависимости.
26. Определение базиса пространства. Размерность пространства.
27. Координаты вектора в данном базисе. Координаты суммы векторов, произведения вектора на число.
28. Матрица перехода от одного базиса линейного пространства к другому. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
29. Определение подпространства линейного пространства. Примеры подпространств. Линейные оболочки системы векторов. Теорема о размерности линейной оболочки.

30. Изоморфизм линейных пространств.
31. Евклидовы и унитарные пространства. Примеры. Линейные нормированные пространства.
32. Ортонормированная система. Ортонормированный базис.
33. Понятие линейного оператора и основные операции над ними. Примеры линейных операторов. Линейное пространство  $L(x, y)$ .
34. Обратный оператор и его свойства. Критерий обратимости линейного оператора.
35. Матрица линейного оператора. Представление линейного оператора в данном базисе при помощи матрицы. Матрица суммы операторов, произведение оператора на число, произведение операторов и обратные операторы. Примеры.
36. Преобразование матрицы оператора при переходе от одного базиса к другому. Определитель линейного оператора.
37. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристическое уравнение. Теорема о нахождении собственных векторов линейного оператора.
38. Свойства собственных векторов линейного оператора.
39. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
40. Линейные формы в линейном пространстве. Преобразование коэффициентов линейной формы при переходе к новому базису.
41. Квадратичные формы в линейном пространстве. Приведение квадратичной формы к диагональному виду методом Лагранжа.
42. Закон инерции квадратичных форм.
43. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.
44. Числовое поле. Поле комплексных чисел.
45. Геометрическое представление комплексных чисел и операции над ними.
46. Тригонометрическая форма комплексного числа.
47. Понятие перестановки и подстановки.
48. Бинарные операции. Понятия: полугруппы, обратимые элементы.
49. Понятие группы. Гомоморфизм. Изоморфизм.
50. Определение и общие свойства колец.
51. Гомоморфизмы колец. Типы колец.
52. Понятие поля. Характеристики поля.
53. Многочлены от одной переменной.
54. Деление многочленов.
55. Теорема Безу
56. Схема Горнера
57. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены.
58. Многочлены над числовым полем.

#### **Критерии оценки:**

- оценка «отлично» (5 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; выбор способов решения задачи грамотный; рассуждения носят аргументированный характер; предложенные способы решения задачи имеют профессиональную направленность; студент проявляет творческий подход к решению поставленных задач, отсутствуют ошибки;

- оценка «хорошо» (4 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; в выборе способов решения задачи допускает незначительные неточности, рассуждения аргументированы; решения носят осознанный характер;

- оценка «удовлетворительно» (3 балла) выставляется, если знания и представления студента по предложенной задаче носят разрозненный характер; в выборе

способов решения задачи допущены ошибки; решения носят ограниченный, репродуктивный характер;

оценка «неудовлетворительно» (0 баллов) выставляется, если студент имеет существенные пробелы в знаниях и представлениях по предложенной задаче; при выборе способов решения задачи допущены ошибки; рассуждения бездоказательны.

## 2.2. Типовые задачи (практические задания)

### № 1. Множества

#### ВАРИАНТ 1

1. А- множество букв в слове «абракадабра», В- множество букв в слове «абрикос», С- множество букв в слове « рок», а D- множество цифр в числе 12112212. Укажите элементы следующих множеств : а)  $A \cup B$ ; б)  $A \cap B$ ; в)  $A \setminus B$ ; г)  $C \times D$  ; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2. С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства  $(A \setminus B) \cap C = C \setminus (C \cap B)$ , если  $A \cap B \neq \emptyset$ ,  $C \subset A$ ,  $C \cap B \neq \emptyset$

#### ВАРИАНТ 2

1. А-множество цифр в числе 37453754, В- множество цифр в числе 873908839, С- множество цифр в числе 898898, а D- множество букв в слове «тур». Укажите элементы следующих множеств : а)  $A \cup B$ ; б)  $A \cap B$ ; в)  $A \setminus B$ ; г)  $C \times D$  ; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2. С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства  $(C \setminus B) \cap A = (A \setminus B) \cap C$ , если  $B \cap C \neq \emptyset$ ,  $B \subset A$ ,  $C \subset A$

#### ВАРИАНТ 3

1. А- множество букв в слове «мороженое», В- множество букв в слове «ремонт», С- множество букв в слове «мор», а D- множество цифр в числе 2233232332. Укажите элементы следующих множеств : а)  $A \cup B$ ; б)  $A \cap B$ ; в)  $A \setminus B$ ; г)  $C \times D$  ; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2. С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства  $C \setminus A \setminus B = (A \cup B \cup C) \setminus (A \cup B)$ , если  $A \cap B \cap C \neq \emptyset$

#### ВАРИАНТ 4

1. А- множество цифр в числе 129112298 , В- множество цифр в числе 45999485, С- множество цифр в числе 44545», а D- множество букв в слове «сон ». Укажите элементы следующих множеств : а)  $A \cup B$ ; б)  $A \cap B$ ; в)  $A \setminus B$ ; г)  $C \times D$  ; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2. С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства  $A \cap (C \setminus B) = C \cap (A \setminus B)$ , если  $A \subset C$ ,  $B \subset A$

#### ВАРИАНТ 5

1. А- множество букв в слове «агрегат», В- множество букв в слове «автомат», С- множество букв в слове « ватт», а D- множество цифр в числе «3344434». Укажите элементы следующих множеств : а)  $A \cup B$ ; б)  $A \cap B$ ; в)  $A \setminus B$ ; г)  $C \times D$  ; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2. С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства  $B \setminus (B \cap A) = C \cap (B \setminus A)$ , если  $B \subset C$ ,  $B \cap A \neq \emptyset$ ,  $A \cap C \neq \emptyset$

#### ВАРИАНТ 6

1. А- множество цифр в числе 55791991 , В- множество цифр в числе 17722121, С- множество цифр в числе 22221, а D- множество букв в слове «век ». Укажите элементы следующих множеств : а)  $A \cup B$ ; б)  $A \cap B$ ; в)  $A \setminus B$ ; г)  $C \times D$  ; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2. С помощью диаграмм Эйлера-Венна проверьте справедливость равенства:  
 $C \cap B = (A \cap B \cap C) \cup (B \cap C \setminus A)$ , если  $A \cap B \cap C \neq \emptyset$

#### ВАРИАНТ 7

1. А- множество букв в слове «лекция», В- множество букв в слове «стекло», С- множество букв в слове «лот», а D- множество цифр в числе 4455545. Укажите элементы следующих множеств : а)  $A \cup B$ ; б)  $A \cap B$ ; в)  $A \setminus B$ ; г)  $C \times D$  ; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2. С помощью диаграмм Эйлера-Венна проверьте справедливость равенства:  
 $A \setminus (A \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ , если  $B \cap C \neq \emptyset$ ,  $B \subset A$ ,  $C \subset A$

#### ВАРИАНТ 8

1. А- множество цифр в числе 242464466, В- множество цифр в числе 55664465, С- множество цифр в числе 45544, а D- множество букв в слове «кот ». Укажите элементы следующих множеств : а)  $A \cup B$ ; б)  $A \cap B$ ; в)  $A \setminus B$ ; г)  $C \times D$  ; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2. С помощью диаграмм Эйлера-Венна проверьте справедливость равенства:  
 $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$ , если  $A \cap B \neq \emptyset$ ,  $C \subset (A \cap B)$

#### ВАРИАНТ 9

1. А-множество букв в слове «библиотека», В- множество букв в слове «фонотека», С- множество букв в слове « нота», а D- множество цифр в числе 556556. Укажите элементы следующих множеств : а)  $A \cup B$ ; б)  $A \cap B$ ; в)  $A \setminus B$ ; г)  $C \times D$  ; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2. С помощью диаграмм Эйлера-Венна проверьте справедливость равенства:  
 $(B \setminus A) \setminus C = B \setminus (A \cup C)$ , если  $A \cap B \neq \emptyset$ ,  $B \cap C \neq \emptyset$ ,  $A \cap C = \emptyset$

#### ВАРИАНТ 10

1. А- множество цифр в числе 9986776, В- множество цифр в числе 23282988, С- множество цифр в числе 3222332, а D- множество букв в слове «кит ». Укажите элементы следующих множеств : а)  $A \cup B$ ; б)  $A \cap B$ ; в)  $A \setminus B$ ; г)  $C \times D$  ; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2. С помощью диаграмм Эйлера-Венна проверьте справедливость равенства:  
 $A \cap (B \cap C) = B \setminus (A \setminus C)$ , если  $C \subset B$ ,  $B \subset A$

### № 2. Матрицы. Определители

В-1

1. Вычислить матрицу:

$$D = 4C - (AB)^T, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 4 \\ 6 & 1 \\ 2 & 7 \\ -1 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & 11 & 16 \\ 2 & -7 & 7 & 7 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение:  $\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

В-2

1. Вычислить матрицу:

$D = (3BC)^T - 2A^2$ , где  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -2 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & -1 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель:  $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 \\ 5 & 9 & 7 & 8 \\ 6 & 12 & 13 & 9 \\ 4 & 6 & 6 & 5 \end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы:  $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу:  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение:  $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

В-3



1. Вычислить матрицу:  $D=2A^TB+3C^2$ , где  $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,

$$C=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель:  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы:  $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу:  $A=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение:  $XX\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

В-4

1. Вычислить матрицу:  $D=(A+2E)^T-BC^T$ , где  $A=\begin{pmatrix} 2 & 4 & -5 \\ 0 & 1 & 6 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

$$C=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 4 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель:  $\begin{vmatrix} -2 & 5 & 4 & -7 \\ -5 & 2 & 3 & 6 \\ 3 & 7 & -1 & 0 \\ 6 & -6 & 2 & 4 \end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы:

$$\begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 8 & 5 & -3 & 4 \\ 3 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу  $A = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 8 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение:  $X \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -4 & 7 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$

В-5

1. Вычислить матрицу:  $D = (BC)^T - 6A^2$ , где  $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

$C = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы:  $A = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 0 & 0 & 3 & 3 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу:  $A = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -1 & 2 & 6 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение:  $X \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$

В- 6

1. Вычислить матрицу:  $D = BC + (3A^2)^T$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 3 \\ -2 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & 3 & 2 \\ -2 & -2 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение:  $X \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 6 & 8 \end{vmatrix}$

B-7

1. Вычислить матрицу:  $D = ABC - (2E)^T$ , где

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 \\ & & \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 7 \\ 1 & -4 & -3 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \\ 5 & -2 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу:  $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение:  $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -5 & -5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

В-8

1. Вычислить матрицу:

$D=ABC-(2E)^T$ , где  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель:  $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу:  $A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение:  $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

В-9

1. Вычислить матрицу:  $D=(A+2E)^T-BC^T$ , где  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,

$C = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель:  $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 & 2 \\ 8 & 5 & -3 & 4 \\ 3 & 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу:  $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение:  $X \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

В-10

1. Вычислить матрицу:

$D = (BC)^T - 6A^2$ , где  $A = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы:

$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу:

$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение:

$\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

### № 3. СЛАУ

В-1

1. Решить методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_3 = 15 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 14 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера: 
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса: 
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$$

4. Найти ФСР: 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 5x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 0 \\ 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

В- 2

1. Решить методом обратной матрицы: 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 1 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера: 
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6 \\ x - 2x - x = 5 \\ 3^1x + 4^2x - 3^2x = 13 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса: 
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x - 2x + x = 9 \\ x - 4x - 2x = 3 \end{cases}$$

4. Найти ФСР: 
$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ 9x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 7x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$

В- 3

1. Решить методом обратной матрицы: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 4x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера: 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса: 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$$

4. Найти ФСР: 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

В- 4

1. Решить методом обратной матрицы: 
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -2 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера: 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_3 = 15 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 14 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса: 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_2 + 4x_3 = -6 \\ x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$$

4. Найти ФСР: 
$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 - 7x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

В-5

1. Решить методом обратной матрицы: 
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера: 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 1 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса: 
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

4. Найти ФСР: 
$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 + x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1^2 + 2x_2^2 + 7x_3^3 - 4x_4^4 + x_5^5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

В- 6

1. Решить методом обратной матрицы: 
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ x_1^2 - 4x_2^2 - 2x_3^2 = 3 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 4x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса: 
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13 \end{cases}$$

4. Найти ФСР: 
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 + 4x_4 - 4x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - 3x_4 - x_5 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 3x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$$

В- 7

К-2

1. Решить методом обратной матрицы: 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера: 
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -2 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса: 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$$

4. Найти ФСР: 
$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

В-8

1. Решить методом обратной матрицы: 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_2 + 4x_3 = -6 \\ x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера: 
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса: 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_3 = 15 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 14 \end{cases}$$

4. Найти ФСР: 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

В-9

1. Решить методом обратной матрицы: 
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ x_1^3 - 4x_2^2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса: 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 1 \end{cases}$$

4. Найти ФСР: 
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

В-10



1. Решить методом обратной матрицы: 
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13 \end{cases}$$
2. Решить с помощью формул Крамера: 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$$
3. Решить методом Гаусса: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 4x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$$
4. Найти ФСР: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_4 = 0 \end{cases}$$

#### № 4. Векторные пространства

В-1. Образуется ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов  $a$  и  $b$  и произведение любого элемента  $a$  на любое число  $\lambda$  ?

Множество всех векторов трехмерного пространства, координаты которых – целые числа; сумма  $a + b$ , произведение  $\lambda \cdot a$ .

В-2. Образуется ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов  $a$  и  $b$  и произведение любого элемента  $a$  на любое число  $\lambda$  ?

Множество всех векторов, лежащих на одной оси; сумма  $a + b$ , произведение  $\lambda \cdot a$ .

В-3. Образуется ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов  $a$  и  $b$  и произведение любого элемента  $a$  на любое число  $\lambda$  ?

Множество всех векторов трехмерного пространства; сумма  $a \cdot b$ , произведение  $\lambda \cdot a$ .

В-4. Образуется ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов  $a$  и  $b$  и произведение любого элемента  $a$  на любое число  $\lambda$  ?

Множество всех упорядоченных наборов из  $n$  чисел  $a = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $b = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ ; сумма  $(x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$ , произведение  $(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$ .

В-5. Образуется ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов  $a$  и  $b$  и произведение любого элемента  $a$  на любое число  $\lambda$  ?

Множество всех упорядоченных наборов из  $n$  чисел  $a = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $b = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ ; сумма  $(x_1 y_1, x_2 y_2, \dots, x_n y_n)$ , произведение  $(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$ .

В-6. Образуется ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов  $a$  и  $b$  и произведение любого элемента  $a$  на любое число  $\lambda$  ?

Множество всех диагональных матриц  $a = (a_{ik})$ ,  $b = (b_{ik})$ ,  $i, k = 1, 2, \dots, n$ ; сумма  $(a_{ik} + b_{ik})$ , произведение  $(\lambda a_{ik})$ .

В-7. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов  $a$  и  $b$  и произведение любого элемента  $a$  на любое число  $\lambda$  ?

Множество всех квадратных матриц  $a = (a_{ik})$ ,  $b = (b_{ik})$ ,  $i, k = 1, 2, \dots, n$ ; сумма  $(a_{ik} + b_{ik})$ , произведение  $(\lambda \cdot a_{ik})$ .

В-8. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов  $a$  и  $b$  и произведение любого элемента  $a$  на любое число  $\lambda$  ?

Множество всех невырожденных матриц  $a = (a_{ik})$ ,  $b = (b_{ik})$ ,  $i, k = 1, 2, \dots, n$ ; сумма  $(a_{ik}) \cdot (b_{ik})$ , произведение  $(\lambda a_{ik})$ .

В-9. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов  $a$  и  $b$  и произведение любого элемента  $a$  на любое число  $\lambda$  ?

Множество всех симметричных матриц  $a = (a_{ik})$  ( $a_{ik} = a_{ki}$ ),  $b = (b_{ik})$  ( $b_{ik} = b_{ki}$ ),  $i, k = 1, 2, \dots, n$ ; сумма  $(a_{ik} + b_{ik})$ , произведение  $(\lambda a_{ik})$ .

В-10. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов  $a$  и  $b$  и произведение любого элемента  $a$  на любое число  $\lambda$  ?

Множество всех целых чисел; сумма  $a + b$ , произведение  $\lambda \cdot a$ .

**Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений**

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой