

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА «Математический анализ»

СОГЛАСОВАНА

Руководитель образовательной программы
факультета

_____/проф. И.А.Танкиев

от «27» февраля 2025г.

УТВЕРЖДАЮ

Декан физико-математического

_____/Б.С. Кульбужев

от «14» марта 2025г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.03 Теория функции действительной переменной (Действительный анализ)

Направление подготовки

44.03.01. Педагогическое образование

Направленность (профиль подготовки)

Математика

Квалификация выпускника

БАКАЛАВР

Форма обучения

Очная

Магас, 2025г

1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: формирование обобщенных, систематизированных знаний в области теории функций действительного переменного для обеспечения возможности их использования при решении образовательных и профессиональных задач.

Задачи дисциплины:

- формирование в рамках и средствами изучаемого курса теории функций действительного переменного общепрофессиональных и профессионально важных компетенций студента для будущей педагогической деятельности;

-обеспечение условий для расширения и повышения общего уровня математических знаний посредством овладения основными понятиями и методами теории функций действительного переменного, обобщающих и углубляющих фундаментальные понятия классического математического анализа таких как: множество, мера, функция, пространство, интеграл;

-приобретение опыта использования математических средств и стандартных методов логического математического мышления теории функций действительного переменного при доказательстве теорем и утверждений, иллюстрирующих основные положения школьного курса математики;

-овладение навыками определять возможности и оценивать перспективы использования основных положений и методов теории функций действительного переменного с учетом решаемых прикладных задач, возникающих при организации учебно-исследовательской и проектной деятельности учащихся и преподавании элективных курсов в области математики.

Код и наименование профессионального стандарта	Обобщенные трудовые функции			Трудовые функции		
	Код	наименование	Уровень квалификации	наименование	код	Уровень (подуровень) квалификации
01.001 «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, Начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель,	А	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса в образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	6	Общепедагогическая функция. Обучение	А/01.6	6
			6	Воспитательная деятельность	А/02.6	6
			6	Развивающая деятельность	А/03.6	6
	В	Педагогическая деятельность по	5-6	Педагогическая деятельность по	В/01.5	5

учитель)»		проектированию и реализации основных общеобразовательных программ		реализации программ дошкольного образования		
			5-6	Педагогическая деятельность по реализации программ начального общего образования	В/02.6	6

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория функций действительного переменного» относится к обязательной части программы бакалавриата.

Для освоения учебного материала по дисциплине используются знания, умения, навыки, сформированные в процессе изучения дисциплин: «Математический анализ»; «Алгебра»; «Геометрия».

Знания, умения, навыки, сформированные в процессе изучения дисциплины необходимы для освоения следующих дисциплин: «Дифференциальные уравнения»; «Теория функций комплексного переменного»; «Приложения математического анализа»; «Основы физики», а также для прохождения учебной и производственной практик, подготовки к государственной итоговой аттестации.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Универсальные компетенции		
УК-6.	Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.1. Использует инструменты и методы управления временем при выполнении конкретных задач, проектов, при достижении поставленных целей; УК-6.2. Определяет приоритеты собственной деятельности, личностного развития и профессионального роста; УК-6.3. Оценивает требования рынка труда и предложения образовательных услуг для выстраивания траектории собственного профессионального роста; УК – 6.4. Строит

		профессиональную карьеру и определяет стратегию профессионального развития.
Профессиональные компетенции		
ПК-6.	Способен применять специальные предметные знания при реализации образовательного процесса	<p>ПК.-6.1. Ориентируется в закономерностях, принципах и уровнях формирования и реализации содержания образования в области физики и информатики; структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного предмета «математика» и «информатика»</p> <p>ПК.-6.2. Применяет специальные знания в области математики и информатики в образовательном процессе</p> <p>ПК -6.3. Производит отбор вариативного содержания учебного предмета с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной форм обучения математике и информатике</p>

4. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы (108 часов), включая промежуточную аттестацию.

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры			
			7			
Контактные часы	Всего:	72	72			
	Лекции (Лек)	24	24			
	Практические занятия	24	24			
	Лабораторные занятия (Лаб)					
	Индивидуальные занятия (ИЗ)					
Промежуточная аттестация	Экзамен (КПА)					
	Консультация к экзамену (Конс)					
	Курсовая работа (Кр)					
Самостоятельная работа студентов, в т.ч. с использованием электронного обучения (СР)		24	24			
Подготовка к экзамену (Контроль)						
Вид промежуточной аттестации		экзамен	экза			

	н	мен			
Общая трудоемкость (по плану)	72	72			

5. Содержание дисциплины по разделам (темам) и видам занятий

Наименование раздела (темы) дисциплины	Лекции	Практические занятия (в т.ч. семинары)	Лабораторные занятия	СРС	Всего	Планируемые результаты обучения	Формы текущего контроля
Семестр 7							
Тема 1. Элементы общей теории множеств	10	4		12	8	ОПК-8 УК-1	Собеседование, выполнение практических заданий
Тема 2. Элементы теории метрических пространств	10	14		12	2	ОПК-8 УК-1	Тест Собеседование
Тема 3. Введение в теорию интеграла	10	10		10	4	ОПК-8 УК-1	Тест Собеседование
Форма промежуточной аттестации: экзамен						ОПК-8 УК-1	Билеты, тест
Консультация к экзамену							
Подготовка к экзамену							
Всего за семестр:	24	24			24		
Итого:	24	24			24		

Планы проведения учебных занятий отражены в методических материалах (Приложение 1.).

6. Контроль качества освоения дисциплины

Контроль качества освоения учебного материала по дисциплине проводится в форме текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации в соответствии с «Положением о формах, периодичности и порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ГБОУ ВО ИнГУ», «Положением о рейтинговой системе учета учебных достижений студентов в ГБОУ ВО ИнГУ».

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений требованиям образовательной программы используются оценочные материалы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестаций (Приложение 2).

Уровень сформированности компетенции			
не сформирована	сформирована частично	сформирована в целом	сформирована полностью

«Не зачтено»	«Зачтено»		
«Неудовлетворительно»	«Удовлетворительно»	«Хорошо»	«Отлично»
Описание критериев оценивания			
<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - существенные пробелы в знаниях учебного материала; - допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы билета, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий; - непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий билета; - отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины; - отсутствие готовности (способности) к дискуссии и низкая контактности. 	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - знания теоретического материала; - неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов; - неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы; - недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины; - умение без грубых ошибок решать практические задания. 	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала; - твердые знания теоретического материала. - способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития; - правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы; - умение решать практические задания, которые следует выполнить; - владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины; <p>Возможны незначительные неточности в раскрытии отдельных положений вопросов билета, присутствует неуверенность в</p>	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала; - полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий в рамках обсуждаемых заданий; - способность устанавливать и объяснять связь практики и теории; - логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания билета, а также дополнительные вопросы экзаменатора; - умение решать практические задания; - наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам; - свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и

		ответах на дополнительные вопросы.	дополнительной литературы.
--	--	------------------------------------	----------------------------

7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

Учебно-методическое обеспечение дисциплины включает рабочую программу дисциплины, методические материалы, оценочные материалы.

Полный комплект методических документов размещен на ЭИОС ГБОУ ВО ИнГГУ.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся включает: учебники, учебные пособия, электронные образовательные ресурсы, методические материалы.

Самостоятельная работа обучающихся является формой организации образовательного процесса по дисциплине и включает следующие виды деятельности: поиск (подбор) и обзор научной и учебной литературы, электронных источников информации по изучаемой теме; работа с конспектом лекций, математическими справочниками, и др. источниками информации (конспектирование); составление плана и тезисов ответа; подготовка сообщения (доклада, реферата, эссе); выполнение индивидуальных заданий; подготовка к практическим, лабораторным занятиям и др.; подготовка к экзамену.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература:

1. Смолин, Ю. Н. Введение в теорию функций действительной переменной : учебное пособие / Ю.Н. Смолин. — 2-е изд., стер. — Москва : ФЛИНТА, 2017. — 517 с. — Текст : электронный // ЭБС Национальный цифровой ресурс «РУКОНТ» [сайт]. — URL: <https://rucont.ru/efd/246493>
2. Дополнительные главы теории обобщенных функций / А. Ю. Баев, М. Ш. Бурлуцкая, М. Б. Давыдова. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015. — 46 с. — Текст : электронный // ЭБС Национальный цифровой ресурс «РУКОНТ» [сайт]. — URL: <https://rucont.ru/efd/437006>

Дополнительная литература:

1. Ильин, В.А. Высшая математика: учебник. М: Проспект, 2014 НЭБ – Режим доступа: http://нэб.рф/catalog/000199_000009_007657834/
2. Пергунов, В. В. Математический анализ: учеб. пособие / В. В. Пергунов. — М.: ФЛИНТА, 2014. — 204 с. // ЭБС Национальный цифровой ресурс «РУКОНТ». - Режим доступа: <https://rucont.ru/efd/316430>.
3. Сафаров, Т.Г. Математический анализ. Часть 2 : учебное пособие / Т.Г. Сафаров. — Уфа : БГПУ имени М. Акмуллы, 2006. — 124 с. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/43310>

Периодические издания:

1. Математика в высшем образовании // ЭБС «ЛАНЬ». — Режим доступа: https://e.lanbook.com/journal/2368#journal_name.
2. Математика в школе. — 2008-2017. - № 1-10
3. Квант. — Режим доступа: <http://www.kvant.info/old.htm>
4. Инновационные образовательные технологии. — Режим доступа: <http://iedtech.ru/journal/>
5. Приложение математики в экономических и технических исследованиях // ЭБС «ЛАНЬ». — Режим доступа: https://e.lanbook.com/journal/2395#journal_name

Интернет-ресурсы:

ЭБС

1. ЭБС «Национальный цифровой ресурс «Рукоонт». <https://rucont.ru/>
2. ЭБС «Лань». <https://e.lanbook.com/>
3. Национальная электронная библиотека (НЭБ). <https://нэб.рф>
4. ЭБС «Юрайт» <https://biblio-online.ru/>
5. ЭБС «Айбукс.ру.» <https://ibooks.ru/home.php?routine=bookshelf>

6. ЭБС Бук он лайм. <http://book-online.com.ua/>

ЭОР

1. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. <http://window.edu.ru/catalog/>
2. Словари и энциклопедии. <https://dic.academic.ru/>
3. Педагогическая мастерская «Первое сентября». <https://fond.1sept.ru/>
4. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов.
http://fcior.edu.ru/catalog/srednee_obshee
5. Сайт Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов. <http://school-collection.edu.ru/>
6. Научная электронная библиотека eLibrary.ru. <https://elibrary.ru/>
7. «Научная электронная библиотека «Киберленинка». <https://cyberleninka.ru/>
8. Государственная публичная научно-техническая библиотека России. Ресурсы открытого доступа. <http://www.gpntb.ru/elektronnye-resursy-udalennogo-dostupa/1874-1024.html>.
9. Единая цифровая коллекция первоисточников научных работ удостоверенного качества «Научный архив». <https://научныйархив.рф>
10. Электронная база данных Университетская информационная система Россия (УИС РОССИЯ)
11. Библиотека академии наук (БАН). Ресурсы открытого доступа.
http://www.ras.ru/e_resours/resursy_otkrytogo_dostupa.php

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Занятия, текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация по дисциплине проводятся в учебных аудиториях, укомплектованных типовой мебелью для обучающихся и преподавателя, техническими и мультимедийными средствами обучения, включенными в локальную сеть вуза и с доступом к информационным ресурсам сети Интернет.

Рабочие места для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду вуза.

Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение:

1. Пакет программного обеспечения общего назначения Microsoft Office (MS Word, MS Microsoft Excel, MS PowerPoint).
2. Adobe Acrobat Reader.
3. Браузер (Internet Explorer, Mozilla Firefox, Google Chrome, Opera и др.).
4. Программа тестирования Айрен.

Рабочая программа по дисциплине «Действительный анализ» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование Математика

Программу составил:

Ст. преподаватель кафедры «Математический анализ» Оздоева Ева Висхаевна

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический анализ»

Протокол №6 от «27» февраля 2025г

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического факультета

Протокол № 7 от «13» марта 2025 г.

**Оценочные материалы по дисциплине
«Теория функций действительного переменного (действительный анализ)»**

1. Оценочные материалы для текущего контроля

Средствами оценки текущей успеваемости студентов по ходу освоения дисциплины являются перечень тестовых вопросов, ответы на которые дают возможность студенту продемонстрировать, а преподавателю оценить степень усвоения теоретических и фактических знаний:

1.1. Тестовые материалы

Тема «Элементы общей теории множеств»

1. Укажите для числовых множеств $A = \{1, 4, 6\}$ и $B = \{2, 3, 7, 10\}$ верные соотношения

1. $A \setminus B = A$
2. $A \cap B = \emptyset$
3. $A \cup B = A$
4. $B \setminus A = A$

2. Укажите для числовых множеств $A = \{1, 4, 6\}$ и $B = \{2, 3, 7, 10\}$ верные соотношения

1. $A \setminus B = A$
2. $B \setminus A = A$
3. $B \setminus A = B$
4. $A \setminus B = B$

3. Укажите для числовых множеств A и B действительных чисел: $A = [0, 7]$, $B = (2, 4]$ множество равное $A \setminus B$

1. \emptyset
2. $[0, 2) \cup (4, 7]$
3. $[0, 2] \cup (4, 7]$
4. $[0, 2] \cup [4, 7]$

4. Укажите для числовых множеств A и B действительных чисел: $A = [0, 7]$, $B = (5, 7]$ множество равное $A \setminus B$

1. $[0, 5]$
2. $[0, 5)$
3. $(0, 5]$
4. \emptyset

5. Укажите для числовых множеств A и B действительных чисел: $A = [0, 9]$, $B = (5, 7]$ множество равное $B \setminus A$

1. $[0, 5]$

2. $(0, 5]$

3. \emptyset

4. $[0, 5)$

6. Укажите для числовых множеств A и B действительных чисел: $A = [0, 7]$, $B = [0, 4]$. множество равно $A \setminus B$

1. $(4, 7)$

2. $(4, 7]$

3. $[4, 7]$

4. (4, 7)

7. Укажите для числовых множеств A и B действительных чисел: $A = [0, 7]$, $B = [0, 2]$.
множество равно $B \setminus A$

1. $[2, 7)$
2. \emptyset
3. $(2, 7)$
4. $(2, 7]$

8. Укажите для числовых множеств A и B действительных чисел: $A = [0, 7]$, $B = [2, 4]$.
множество равно $A \setminus B$

1. $[0, 2) \cup (4, 7]$

2. \emptyset

3. $(0, 2) \cup (4, 7)$

4. $[0, 2] \cup [4, 7]$

9. Укажите является ли верным утверждение : если к конечному множеству добавить
конечное число элементов, то получится конечное множество

1. да
2. нет

10. Укажите является ли верным утверждение: если из конечного множества
выбросить конечное число элементов, то получится конечное, либо пустое множество

1. да
2. нет

11. Укажите является ли верным утверждение: объединение конечного числа конечных
множеств есть множество конечное.

1. да
2. нет

12. Укажите является ли верным утверждение: объединение бесконечного числа
конечных множеств есть множество бесконечное

1. да
2. нет

13. Определите какова мощность множества всех треугольников на плоскости,
вершины которых имеют рациональные координаты

1. семейство треугольников счетно
2. семейство треугольников не счетно

14. Определите функцию, позволяющую установить взаимно однозначное соответствие
между множеством N всех натуральных чисел и множеством Q всех четных
положительных чисел.

1. функция $y = 2x$
2. функция $y = 2x + 1$
3. функция $y = x - 2$

15. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение
(биекцию) сегмента $[0, 1]$ на сегмент $[3 ; 7]$

1. функция $y = 4x + 7$
2. функция $y = 2x + 7$
3. функция $y = 7x + 2$

16. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение
(биекцию) сегмента $[0, 1]$ на сегмент $[2 ; 9]$

1. функция $y = 7x + 9$

2. функция $y = 2x + 9$
3. функция $y = 7x + 2$
17. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента $[0,1]$ на сегмент $[1 ; 3]$
1. функция $y = 2x + 1$
 2. функция $y = 2x - 1$
 3. функция $y = 3x + 1$
18. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента $[0,1]$ на сегмент $[12 ; 15]$
1. функция $y = 3x + 12$
 2. функция $y = 12x - 1$
 3. функция $y = 3x + 12$
19. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента $[0,1]$ на сегмент $[12 ; 15]$
1. функция $y = 3x + 12$
 2. функция $y = 12x - 1$
 3. функция $y = 3x + 12$
20. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента $[0,1]$ на сегмент $[4 ; 11]$
1. функция $y = 7x + 4$
 2. функция $y = -7x - 1$
 3. функция $y = 7x - 4$
22. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента $[0,1]$ на сегмент $[1 ; 5]$
1. функция $y = 4x + 1$
 2. функция $y = -4x - 1$
 3. функция $y = 4x - 4$
23. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал $(1 ; 2)$
1. функция $y = 1 + \arctgt$
 2. функция $y = 1 - 2 \arctgt$
 3. функция $y = 2 + \arctgt$
24. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал $(3 ; 5)$
1. функция $y = 3 + \frac{2}{3} \arctgt$
 2. функция $y = 3 - 5 \arctgt$
 3. функция $y = 5 + 3 \arctgt$
25. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал $(7 ; 9)$
1. функция $y = 7 + \frac{2}{7} \arctgt$
 2. функция $y = 7 - 2 \arctgt$
 3. функция $y = 9 + 3 \arctgt$
26. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал $(10 ; 15)$

1. функция $y = 10 + \frac{3}{10} \operatorname{arccctgt}$

2. функция $y = 7 - \frac{3}{10} \operatorname{arccctgt}$

3. функция $y = 9 + 3 \operatorname{arccctgt}$

27. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал $(8 ; 13)$

1. функция $y = 8 + \frac{5}{8} \operatorname{arccctgt}$

2. функция $y = 13 - \frac{13}{8} \operatorname{arccctgt}$

3. функция $y = 9 + 3 \operatorname{arccctgt}$

28. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал $(7 ; 10)$

1. функция $y = 7 + \frac{3}{7} \operatorname{arccctgt}$

2. функция $y = 7 - \frac{3}{7} \operatorname{arccctgt}$

3. функция $y = 3 + 7 \operatorname{arccctgt}$

29. Определить какова мощность множества всех последовательностей натуральных чисел, не содержащих числа 5

1. мощность континуума

2. конечная мощность

3. счетная мощность

30. Определить какова мощность множества всех последовательностей натуральных чисел, содержащих числа 9

1. мощность континуума

2. конечная мощность

3. счетная мощность

31. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал $(6 ; 11)$

1. функция $y = 6 + \frac{5}{6} \operatorname{arccctgt}$

2. функция $y = 11 - \frac{3}{6} \operatorname{arccctgt}$

3. функция $y = 6 + 11 \operatorname{arccctgt}$

32. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал $(3 ; 4)$

1. функция $y = 3 + \frac{1}{3} \operatorname{arccctgt}$

2. функция $y = 4 - \frac{1}{3} \operatorname{arccctgt}$

3. функция $y = 4 + 3 \operatorname{arccctgt}$

33. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал $(2 ; 11)$

1. функция $y = 2 + \frac{9}{2} \operatorname{arccctgt}$

2. функция $y = 2 - \frac{9}{2} \operatorname{arccctgt}$

3. функция $y = 4 + 3 \operatorname{arccctgt}$

34. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал $(1 ; 3)$

1. функция $y = 1 + 2 \operatorname{arccctgt}$

2. функция $y = 1 - 2 \operatorname{arccctgt}$

3. функция $y = 2 + \arccctgt$
35. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал $(1 ; 5)$
1. функция $y = 1 + 4\arccctgt$
2. функция $y = 1 - 4 \arccctgt$
3. функция $y = 4 + \arccctgt$
36. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал $(1 ; 6)$
1. функция $y = 1 + 5\arccctgt$
2. функция $y = 1 - 5 \arccctgt$
3. функция $y = 6 + \arccctgt$
37. Определить какова мощность множества всех треугольников на плоскости вершины которых имеют рациональные координаты
1. семейство треугольников счетно
2. семейство треугольников не является счетным
38. Установить какова мощность множества всех рациональных функций с целыми коэффициентами в числителе и знаменателе
1. семейство всех рациональных функций счетно
2. семейство всех рациональных функций не счетное
39. Определить каким является (счетным или не счетным) множество всех окружностей на плоскости, радиусы которых рациональны и координаты центра которых – рациональные числа
1. есть множество счетное
2. есть множество не счетное.
40. Определить какова мощность множества всех конечных десятичных дробей.
1. есть множество счетное
2. есть множество не счетное
41. .Определить какова мощность множества всех конечных p -ичных дробей при заданном $p > 1$.
1. есть множество счетное
2. есть множество не счетное
3. есть множество конечное
42. Определить какова мощность множества всех многочленов, коэффициентами которых служат алгебраические числа
1. есть множество счетное
2. есть множество не счетное
3. есть множество конечное
43. Определить какова мощность множества точек разрыва монотонной функции, заданной на сегменте $[a; b]$
1. есть множество счетное
2. есть множество не счетное
3. есть множество конечное
44. Определить какова мощность множества точек разрыва монотонной функции, заданной на сегменте $[a; b]$, конечно или счетно
1. есть множество счетное
2. есть множество не счетное
3. есть множество конечное
45. Определить какова мощность множества точек разрыва монотонной функции, определенной на всей числовой прямой
1. есть множество счетное
2. есть множество не счетное

3 есть множество. конечно.

46. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал $(6; 11)$

1. функция $y = 6 + \frac{5}{6} \arccctgt$

2. функция $y = 11 - \frac{3}{6} \arccctgt$

3. функция $y = 6 + 11 \arccctgt$

47. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал $(4; 5)$

1. функция $y = 4 + \frac{1}{4} \arccctgt$

2. функция $y = 4 - \frac{1}{3} \arccctgt$

3. функция $y = 4 + 5 \arccctgt$

48. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента $[0, 1]$ на сегмент $[12; 15]$

1. функция $y = 12 + \frac{3}{12} x$

2. функция $y = 12x - 1$

3. функция $y = 3x + 12$

49. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента $[0, 1]$ на сегмент $[10; 13]$

1. функция $y = 10x + \frac{3}{10} x$

2. функция $y = 12x - 1$

3. функция $y = 3x + 12$

50. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента $[0, 1]$ на сегмент $[4; 11]$

1. функция $y = 4 + \frac{7}{4} x$

2. функция $y = -7x - 1$

3. функция $y = 7x - 4$

51. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента $[0, 1]$ на сегмент $[2; 9]$

1. функция $y = 2 + \frac{7}{2} x$

2. функция $y = 2 - \frac{7}{2} x$

3. функция $y = 7x - 4$

52. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента $[0, 1]$ на сегмент $[4; 9]$

1. функция $y = 4 + \frac{5}{4} x$

2. функция $y = 4 - \frac{5}{4} x$

3. функция $y = 2 - \frac{7}{2} x$

53. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента $[0, 1]$ на сегмент $[3; 8]$

1. функция $y = 3 + \frac{5}{3} x$

2..функция $y = 3 - \frac{5}{3} x$

3. функция $y = 2 - \frac{7}{5}x$
54. Определить какова мощность множества всех трансцендентных (т.е. не алгебраических) чисел
1. мощность континуума
 2. конечная мощность
 3. счетная мощность
55. Определить какова мощность множества всех строго возрастающих последовательностей натуральных чисел
1. мощность континуума
 2. конечная мощность
 3. счетная мощность
56. Определить какова мощность множества всех последовательностей натуральных чисел
1. мощность континуума
 2. конечная мощность
 3. счетная мощность
57. Определить какова мощность множества всех последовательностей натуральных чисел, не содержащих числа 7
1. мощность континуума
 2. конечная мощность
 3. счетная мощность
58. Определить какова мощность множества всех последовательностей натуральных чисел, содержащих числа 3
1. мощность континуума
 2. конечная мощность
 3. счетная мощность
59. Определить какова мощность множеств всевозможных последовательностей рациональных чисел
1. мощность континуума
 2. конечная мощность
 3. счетная мощность
60. Определить какова мощность множества всевозможных многочленов (с произвольными вещественными коэффициентами)
1. мощность континуума
 2. конечная мощность
 3. счетная мощность
61. Определить какова мощность множества всех сегментов на числовой прямой
1. мощность континуума
 2. конечная мощность
 3. счетная мощность
62. Определить является ли метрическим пространством множество всех вещественных чисел, если под расстоянием между двумя числами x и y подразумевать число
- $$\rho(x, y) = \sin^2(x-y)$$
1. да, является метрическим пространством
 2. нет, не является метрическим пространством
63. Определить является ли метрическим пространством множество всех вещественных чисел, если под расстоянием между двумя числами x и y принять число:
- $$\rho(x, y) = |\arctg(x-y)|$$
1. да, является метрическим пространством
 2. нет, не является метрическим пространством

64. Определить является ли множество вещественных чисел метрическим пространством, если расстояние между элементами этого множества определить так

$$\rho(x, y) = \sqrt{|y - x|}$$

1. да, является метрическим пространством

2. нет, не является метрическим пространством

65. Определить является ли множество точек плоскости метрическим пространством, если расстояние между двумя точками $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$ плоскости определить формулой:

$$\rho(M_1, M_2) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

1. да, является метрическим пространством

2. нет, не является метрическим пространством

66. Является ли множество чисел E -вида $0, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \dots, \frac{1}{q}$, где n и q пробегает всевозможные натуральные числа. замкнутым множеством.

1. да, является замкнутым

2. нет, не является замкнутым

67. Определить, верно ли что производное множество суммы двух множеств A и B равно сумме производных от каждого множества в отдельности.

1. да, верно

2. нет, не верно

68. Определить справедливо ли утверждение: "производное множество от пересечения двух множеств $A \cap B$ равно пересечению производных от каждого множества в отдельности"

1. да, верно

2. нет, не верно

69. Определить является ли сумма конечного числа замкнутых множеств замкнутым множеством

1. да, является

2. нет, не является.

70. Определить является ли пересечение любой совокупности замкнутых множеств замкнутым

1. да, является 2. нет,

не является .

71. Определить верно ли, что замыкание любого множества замкнуто

1. да, является

2. нет, не является

72. Определить является объединение последовательности концентрических окружностей радиусов $r_1 < r_2 < \dots < r_n < \dots$ замкнутым множеством

1. да, является

2. нет, не является

73. Определить является объединение последовательность концентрических окружностей радиусов $r_1 > r_2 > \dots > r_n > \dots$ замкнутым множеством

1. да, является

2. нет, не является

74. Определить является объединение последовательности концентрических окружностей радиусов $r_1 < r_2 < \dots < r_n < \dots$ открытым множеством на плоскости

1. да, является

2. нет, не является

75. Определить является ли гиперболическая спираль $\rho = \varphi$ совершенным множеством I
да, является
2.нет, не является
76. Определить является ли пересечение двух совершенных множеств совершенным множеством
1 да, является
2.нет, не является
77. Определить является ли всегда сумма конечного числа совершенных множеств совершенным множеством
1 да, всегда является совершенным множеством 2.нет,
не всегда является совершенным множеством
78. Определить является ли сегмент $[a;b]$ на прямой связным множеством
1 да, является связным
2.нет, не является связным
79. Определить является ли луч $[a; +\infty)$ на прямой связным множеством
1 да, является связным
2.нет, не является связным
80. Определить является ли плоскость связным множеством
1 да, является связным 2.нет,
не является связным
81. Определить является ли пустое множество связным множеством
1 да, является связным 2.нет,
не является связным.

Критерии оценки

Текущая аттестация путем тестирования производится в сроки, установленные вузом по завершению темы учебной дисциплины. Оценка «отлично» выставляется при выполнении 90% тестовых заданий, «хорошо» - при выполнении 80% тестовых заданий и «удовлетворительно» - при выполнении 60% тестовых заданий.

1.2. Вопросы для собеседования

1. Что такое множество? Приведите примеры числовых множеств.
2. Как можно представить множества в виде диаграмм Эйлера – Венна?
3. Какие операции могут быть проведены над множествами?
4. Сформулируйте и докажите законы алгебры множеств.
5. Какие множества называются эквивалентными?
6. Какие множества называются счетными? несчетными?
7. Сформулируйте и докажите теорему об объединении конечного и счетного числа счетных множеств.
8. Что такое декартово произведение множеств?
9. Какими свойствами обладает декартово произведение счетных и несчетных множеств?
10. Дайте определение понятия мощности множества.
11. Сформулируйте алгоритм сравнения мощностей множеств.
12. Какими свойствами обладают множества мощности континуума?
13. Сформулируйте и докажите теорему о несчетности множества действительных чисел.
14. Сформулируйте и докажите теорему Кантора – Бернштейна.

15. Как построить множество с мощностью, большей мощности данного множества?
16. Сформулируйте основные принципы построения взаимно-однозначных соответствий (ВОС) между множествами. Приведите примеры.
17. Опишите строение открытых и замкнутых множеств на числовой прямой.
18. Какие множества называются совершенными?
19. Опишите построение канторова совершенного множества и его свойства.
20. Сформулируйте и докажите лемму Гейне – Бореля.
21. Что называют мерой промежутка на числовой прямой? Какими свойствами она обладает?
22. Сформулируйте определение меры множества на числовой прямой.
23. Дайте определение внешней и внутренней меры множества.
24. Какими свойствами обладают внешняя и внутренняя меры множества? Докажите их.
25. Дайте определение меры Лебега; сформулируйте и докажите ее свойства.
26. Сформулируйте теорему об измеримости множества по Лебегу; докажите ее необходимость.
27. Сформулируйте теорему об измеримости множества по Лебегу; докажите ее достаточность.
28. Сформулируйте и докажите теоремы об измеримости объединения и пересечения счетного числа измеримых множеств.
29. Сформулируйте и докажите утверждения об измеримости открытых и замкнутых множеств на числовой прямой.
30. Дайте определение меры Жордана; сформулируйте и докажите ее свойства.
31. Каков критерий измеримости множества по Жордану?
32. Верно ли, что множество, измеримое по Лебегу, будет измеримым по Жордану? Верно ли обратное утверждение? Подтвердите примерами.
33. Дайте определение измеримой функции. Приведите примеры.
34. Какими свойствами обладают измеримые функции? Докажите их.
35. Какие измеримые функции называются эквивалентными?
36. Сформулируйте и докажите утверждение об измеримости суммы, разности, произведения и частного двух измеримых функций.
37. Как строятся интегральные суммы Лебега? Сформулируйте и докажите их свойства.
38. Как строится интеграл Лебега? Сформулируйте и докажите его свойства.
39. В чем состоит теорема о полной аддитивности интеграла Лебега?
40. Сформулируйте основные способы вычисления интеграла Лебега.
41. Что такое «функция – срезка»? Каковы правила ее построения и применения для вычисления интеграла Лебега?
42. Проведите сравнение интегралов Римана и Лебега. В чем состоит их сходство и в чем состоит их различие?

Критерии оценки

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он проявил всестороннее, систематическое и глубокое знание материалов изученной дисциплины, умение свободно выполнять задания предусмотренной программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется студенту, проявившему творческие способности в понимании,

изложении и использовании материалов изученной дисциплины, безупречно ответившему на вопросы;

- оценка «хорошо» выставляется студенту, показавшему систематический характер знаний, по дисциплине, ответившему на все вопросы билета, но допустившему при этом не принципиальные ошибки;

- оценка «удовлетворительно» заслуживает студент, обнаруживший знание материала изученной дисциплины в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим погрешность в ответе на теоретические вопросы и/или при выполнении практических заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, либо неправильно выполнившему практическое задание, но по указанию преподавателя выполнившим другие задания из того же раздела дисциплины;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему серьезные проблемы в знаниях основного материала изученной дисциплины, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине, не ответившим на вопросы билета и дополнительные вопросы, и неправильно выполнившему практическое задание;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется также если студент:

- после начала собеседования (коллоквиума) отказался его сдавать;

- нарушил правила сдачи собеседования (коллоквиума) (списывал, подсказывал, обманом пытался получить более высокую оценку и т.д.)

2. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

2.1. Примерный перечень вопросов для экзамена.

1. Понятие множества. Операции над множествами.
2. Законы алгебры множеств.
3. Ограниченные множества. Точные верхние и нижние грани множеств.
4. Понятие эквивалентности и счетности множеств. Объединение конечного и счетного семейства счетных множеств.
5. Декартово произведение множеств.
6. Мощность множеств. Сравнение мощностей. Множества мощности континуума.
7. Несчетность множества действительных чисел.
8. Теорема Кантора – Бернштейна.
9. Построение мощностей, большей мощности данного множества.
10. Построение взаимно-однозначных соответствий между различными множествами мощности континуум.
11. Структура открытых и замкнутых множеств.
12. Совершенные множества. Канторово совершенное множество.
13. Лемма Гейне – Бореля.

14. Алгебра множеств. Понятия кольца и полукольца множеств.
15. Понятие меры множества на числовой прямой. Внешняя и внутренняя мера множества.
16. Мера Лебега. Свойства меры Лебега.
17. Критерий измеримости множества по Лебегу (необходимость).
18. Критерий измеримости множества по Лебегу (достаточность).
19. Измеримость объединения и пересечения счетного числа измеримых множеств.
20. Измеримость открытых и замкнутых множеств.
21. Понятие меры Жордана. Критерий измеримости множества по Жордану.
22. Свойства меры Жордана.
23. Измеримость по Лебегу множества, измеримого по Жордану.
24. Обобщение понятия меры.
25. Понятие измеримых функций.
26. Свойства измеримых функций. Понятие эквивалентности измеримых функций.
27. Измеримость суммы, разности, произведения и частного двух измеримых функций.
28. Последовательности измеримых функций.
29. Сходимость почти всюду и по мере.
30. Теоремы Егорова, Лузина и Фреше.
31. Суммы Лебега и их свойства.
32. Определение интеграла Лебега и его свойства.
33. Полная аддитивность интеграла Лебега.
34. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.
35. Теоремы Леви, Фату, Лебега.
36. Сравнение интегралов Римана и Лебега.
37. Понятие метрического пространства.
38. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах.
39. Эквивалентные метрики и нормы.
40. Предел последовательности в метрических пространствах.
41. Полные метрические пространства.
42. Фундаментальные последовательности в метрических пространствах.
43. Свойство Больцано – Вейерштрасса.
44. Примеры неполных пространств.
45. Теорема о неподвижной точке и принцип сжимающих отображений.

2.2. Типовые задачи (практические задания)

1. Докажите, что если множество $A \setminus B$ эквивалентно множеству $B \setminus A$, то множества A и B эквивалентны.
2. Докажите эквивалентность отрезка $[a, b]$ и интервала (a, b) .
3. Какова мощность множества рациональных чисел и множества алгебраических чисел.
4. Какова мощность множества иррациональных и трансцендентных чисел?
5. Какова мощность множества всех многочленов, коэффициентами которых служат рациональные числа?
6. Какова мощность множества всех комплексных чисел?
7. Какова мощность множества всех конечных десятичных дробей?

8. Какова мощность множества попарно не пересекающихся отрезков на числовой прямой?
9. Почему любое открытое множество и любое замкнутое множество на числовой прямой измеримы?
10. Может ли равняться нулю мера множества, которое содержит хотя бы одну внутреннюю точку?
11. Доказать справедливость формул де Моргана.
12. Доказать, что $(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C)$.
13. Установить взаимно однозначное соответствие между интервалом $(0, 1)$ и отрезком $[0, 1]$.
14. Установить взаимно однозначное соответствие между точками открытого прямоугольника $(a, b) \times (c, d)$ и точками плоскости.
15. Установить взаимно однозначное соответствие между замкнутым единичным кругом и дополнением к нему.
16. Установить взаимно однозначное соответствие между открытым единичным кругом и замкнутым единичным кругом.
17. Доказать, что два множества, эквивалентные третьему, в частности, любые два счетных множества, эквивалентны между собой.
18. Доказать, что множество всех многочленов с целыми коэффициентами счетно.
19. Доказать, что мощность любого отрезка или полу отрезка равна мощности континуума.
20. Доказать, что если $|A \setminus B| = |B \setminus A|$, то $|A| = |B|$.
21. Доказать, что если $A \subset B$ и $|A| = |A \cup C|$, то $|B| = |B \cup C|$.
22. Доказать с помощью теоремы Кантора – Бернштейна, что любой круг равномошен любому квадрату.
23. Доказать с помощью теоремы Кантора – Бернштейна эквивалентность плоскости и замкнутого квадрата на плоскости.
24. Какова мощность множества всех конечных десятичных дробей?
25. Какова мощность множества всех действительных чисел, заключенных между 0 и 1, в разложении которых в бесконечную дробь отсутствует цифра 5?
26. Доказать, что если множество A на прямой замкнуто и ограничено, то любая последовательность точек из A имеет предельную точку в A . Привести пример.
27. Доказать, что внутренность любого множества есть наибольшее открытое множество, содержащееся в нем.
28. Доказать, замыкание каждого множества замкнуто.
29. Доказать, что у любого множества на прямой положительной меры существует неизмеримое подмножество.
30. Верно, что объединение (пересечение) любого числа измеримых множеств есть множество измеримое?
31. Доказать, что всякое измеримое множество A положительной линейной меры имеет мощность континуум.
32. Доказать, что непрерывные на отрезке $[a, b]$ функции эквивалентны тогда и только тогда, когда они равны.
33. Доказать, что любая монотонная на отрезке $[a, b]$ функция измерима.

34. Доказать, что любая кусочно-монотонная на отрезке $[a, b]$ функция измерима.
35. Доказать, что произведение функции Дирихле на произвольную функцию есть функция измеримая.
36. Доказать, что любое конечное множество точек метрического пространства является замкнутым.
37. Пусть дано полное метрическое пространство X с метрикой ρ . Пусть отображение f из X в X таково, то для всех $x, y \in X$ существует $\alpha \in (0, 1)$, такое, что $\rho(f(x), f(y)) \leq \alpha \rho(x, y)$. Будет ли отображение f сжимающим?

По решению кафедры, экзамен по дисциплине «Теория функций действительного переменного» проводится в устной, письменной или иной форме по утвержденным заведующим кафедрой экзаменационным заданиям (билетам). Экзаменационные билеты в равной пропорции включают задачи, направленные на проверку знаний и умений по дисциплине, а также на оценку уровня сформированности компетенций, на формирование которых был направлен процесс изучения дисциплины

Пример экзаменационного билета Билет №1

1. Понятие множества. Операции над множествами.
2. Критерий измеримости множества по Лебегу (необходимость).
3. Доказать с помощью теоремы Кантора – Бернштейна, что любой круг равномошен любому квадрату.
4. Установить взаимно однозначное соответствие между множеством всех иррациональных чисел и множеством действительных чисел.

Критерии оценки

Оценка «отлично» ставится в случае выполнения практического задания, ответа на два вопроса и дополнительные два вопроса по темам дисциплины (или выполнения дополнительного практического задания).

Оценка «хорошо» ставится в случае ответа на два вопроса и выполнении практического задания.

Оценка «удовлетворительно» ставится в случае ответа хотя бы на один теоретический вопрос и выполнения практического задания.

Оценка «неудовлетворительно» ставится в случае если студент не дал ответ на вопросы. Экзамен по дисциплине без прохождения итогового контроля выставляется студенту при достижении им не менее 80 баллов («хорошо») и не менее 90 баллов («отлично») в соответствии с рейтинговой системой учета учебных достижений студентов. Оценка студенту выставляется при условии выполнения всех предусмотренных программой лабораторных работ, домашних заданий при выполнении не менее 80% тестовых заданий по запланированным темам дисциплины. Текущая аттестация производится в сроки, установленные вузом по завершению путем тестирования и собеседования. Обязательным условием положительной оценки является выполнение студентами всех аудиторных работ и домашних заданий, предусмотренных в соответствующих разделах рабочей программы.

Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой

