

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

СОГЛАСОВАНА

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы

Декан физико-математического факультета

_____/проф. И.А.Танкиев
от «27» февраля 2025г.

_____/Б.С. Кульбужев
от «14» марта 2025г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.05 Уравнения с частными производными

Направление подготовки

01.03.01 –МАТЕМАТИКА

Квалификация выпускника

БАКАЛАВР

Форма обучения

Очная

Магас, 2025г

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины являются:

1. фундаментальная подготовка в области уравнений в частных производных, находящих применение в механике, физике, технике, биологии, экологии.
2. Овладение аналитическими методами решения краевых задач математической физики. Задачей изучения дисциплины является: овладение основными понятиями, идеями и методами теории уравнений в частных производных.

Перечень профессиональных стандартов, обобщенных трудовых функций и трудовых функций, соответствующих профессиональной деятельности выпускников

Наименование документа	Код	Наименование базовой группы, должности (профессии) или специальности
ОКЗ	2320	Преподаватели в средней школе
	2340	Преподаватели в системе специального образования

Код и наименование профессионального стандарта	Обобщенные трудовые функции			Трудовые функции		
	Код	Наименование	Уровень квалификации	Наименование	Код	Уровень (подуровень) квалификации
01.001 Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании) (воспитатель, учитель)	А	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	6	Общепедагогическая функция. Обучение	А/01.6	6
				Воспитательная деятельность	А/02.6	6
				Развивающая деятельность	А/03.6	6
	В	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ	6	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования	В/03.6	6

Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина относится к блоку 1: «Дисциплины(модули)». К обязательной части. Читается в 6 семестре. Находится под индексом Б1.В.05.

2. Результаты освоения дисциплины (модуля) Уравнения с частными производными

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие; УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи; УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов; УК-1.4. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения; УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.
ПК-1	Способен определить общие формы и закономерности отдельной предметной области	ПК-1.1: Знает особенности современного этапа развития образования в мире, этапы развития математики. ПК-1.2: Умеет системно анализировать информацию, сопоставлять, делать выводы ПК-1.3: Владеет современными методами, методологией научно-исследовательской деятельности в области математики, демонстрирует понимание общей структуры данной дисциплины.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля) Уравнения с частными производными

4.1. Структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

Вид учебной работы	Всего	Порядковый номер семестра			
Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:	4 з.е.	6			
Курсовой проект (работа)	не предусмотрено				
Аудиторные занятия всего (в акад. часах), в том числе:					
Лекции	34	34			
Практические занятия, семинары	34	34			
Лабораторные работы					
Самостоятельная работа всего (в акад. часах), в том числе:	49	49			
КСР					
Экзамен	27	27			
Общая трудоемкость дисциплины	144	144			

[illegible]

[illegible]

	области и единственность решения задачи Коши. Построения решение задачи Коши для уравнения теплопроводности .																
	Раздел 5. Понятие корректной краевой задачи; примеры корректных и некорректных краевых задач.			2	2			8									
5.1	Понятие корректной краевой задачи. Примеры корректных и некорректных краевых задач.			2	2												
Общая трудоемкость, в часах		6	144	34	34	-	-	49	-			Промежуточная аттестация					
												Форма					
												Зачет					
												Зачет с оценкой					
												Экзамен					

4.2. Содержание дисциплины (модуля)

Раздел 1. Вывод уравнений колебаний струны, теплопроводности, Лапласа; постановка краевых задач, их физическая интерпретация.

Тема 1.1. Вывод уравнений колебаний струны, теплопроводности, Лапласа. Постановка краевых задач, их физическая интерпретация.

Раздел 2. Теорема Коши-Ковалевской; понятие характеристического направления, характеристики; приведение к каноническому виду и классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка.

Тема 2.1. Приведение к каноническому виду и классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка. Теорема Коши-Ковалевской.

Тема 2.2. Понятие характеристического направления, характеристики.

Раздел 3. Волновое уравнение; энергетические неравенства; единственность решения задачи Коши и смешанной задачи; вывод формул Кирхгофа и Пуассона, исследование этих формул; метод Фурье для уравнения колебаний струны, общая схема метода Фурье. Уравнения Лапласа и Пуассона; формулы Грина; фундаментальное решение оператора Лапласа; потенциалы; свойства гармонических функций; единственность решений основных краевых задач для уравнения Лапласа; функция Грина задачи Дирихле; решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре; единственность решения внешней задачи Дирихле; обобщенные решения краевых задач.

Тема 3.1. Волновое уравнение. Энергетические неравенства.

Тема 3.2. Единственность решения задачи Коши и смешанной задачи. Вывод формул Кирхгофа и Пуассона, исследование этих формул

Тема 3.3. Метод Фурье для уравнения колебаний струны, общая схема метода Фурье. Уравнения Лапласа и Пуассона. Формулы Грина.

Тема 3.4. Фундаментальное решение оператора Лапласа. Потенциалы. Свойства гармонических функций.

Тема 3.5. Единственность решений основных краевых задач для уравнения Лапласа. Функция Грина задачи Дирихле. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре.

Тема 3.6. Единственность решения внешней задачи Дирихле. Обобщенные решения краевых задач.

Раздел 4. Уравнение теплопроводности; принцип максимума в ограниченной области и единственность решения задачи Коши; построения решение задачи Коши для уравнения теплопроводности.

Тема 4.1. Уравнение теплопроводности. Принцип максимума в ограниченной области и единственность решения задачи Коши. Построения решение задачи Коши для уравнения теплопроводности .

Раздел 5. Понятие корректной краевой задачи; примеры корректных и некорректных краевых задач.

Тема 5.1. Понятие корректной краевой задачи. Примеры корректных и некорректных краевых задач.

Темы лабораторных работ (Лабораторный практикум)

Не предусмотрены учебным планом ООП

Примерная тематика курсовых работ

Не предусмотрены учебным планом ООП

5. Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены. В течение семестров студенты решают задачи, указанные преподавателем.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ п/п	Наименование раздела (темы)	Вид самостоятельной работы	Трудоемкость (в академических часах)
Раздел 1	Вывод уравнений колебаний струны, теплопроводности, Лапласа; постановка краевых задач, их физическая интерпретация.		
1.1	Вывод уравнений колебаний струны, теплопроводности, Лапласа. Постановка краевых задач, их физическая интерпретация.	Аудиторная работа	10
Раздел 2	Теорема Коши-Ковалевской; понятие характеристического направления, характеристики; приведение к каноническому виду и классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка.		
2.1	Приведение к каноническому виду и классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка. Теорема Коши-Ковалевской.	Теоретический тест	10
2.2	Понятие характеристического направления, характеристики.	Аудиторная работа	10
Раздел 3	Волновое уравнение; энергетические неравенства; единственность решения задачи Коши и смешанной задачи; вывод формул		

	<p>Кирхгофа и Пуассона, исследование этих формул; метод Фурье для уравнения колебаний струны, общая схема метода Фурье. Уравнения Лапласа и Пуассона; формулы Грина; фундаментальное решение оператора Лапласа; потенциалы; свойства гармонических функций; единственность решений основных краевых задач для уравнения Лапласа; функция Грина задачи Дирихле; решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре; единственность решения внешней задачи Дирихле; обобщенные решения краевых задач.</p>		
3.1	Волновое уравнение. Энергетические неравенства.	Аудиторная работа	10
3.2	Единственность решения задачи Коши и смешанной задачи. Вывод формул Кирхгофа и Пуассона, исследование этих формул	Аудиторная работа	10
3.3	Метод Фурье для уравнения колебаний струны, общая схема метода Фурье. Уравнения Лапласа и Пуассона. Формулы Грина.	Аудиторная работа	10
3.4	Фундаментальное решение оператора Лапласа. Потенциалы. Свойства гармонических функций.	Аудиторная работа	10
3.5	Единственность решений основных краевых задач для уравнения Лапласа. Функция Грина задачи Дирихле. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре.	Аудиторная работа	10
3.6	Единственность решения внешней задачи Дирихле. Обобщенные решения краевых	Контрольная работа	10

	задач.		
Раздел 4	Уравнение теплопроводности; принцип максимума в ограниченной области и единственность решения задачи Коши; построения решение задачи Коши для уравнения теплопроводности.		
4.1	Уравнение теплопроводности. Принцип максимума в ограниченной области и единственность решения задачи Коши. Построения решение задачи Коши для уравнения теплопроводности .	Аудиторная работа	10
Раздел 5	Понятие корректной краевой задачи; примеры корректных и некорректных краевых задач.		
5.1	Понятие корректной краевой задачи. Примеры корректных и некорректных краевых задач.	Аудиторная работа	8

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа является одним из видов учебной деятельности обучающихся, способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине осуществляется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия.

Виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы, их характер, учитывать специфику изучаемой учебной дисциплины, индивидуальные особенности обучающегося.

Контроль самостоятельной работы и оценка ее результатов организуется как единство двух форм:

1. самоконтроль и самооценка обучающегося;
2. контроль и оценка со стороны преподавателя.

Организация и руководство аудиторной самостоятельной работы

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Основными видами аудиторной работы самостоятельной работы являются:

- выполнение лабораторных и практических работ осуществляется на лабораторных и практических занятиях в соответствии с графиком учебного процесса. Для обеспечения самостоятельной работы преподавателями разрабатываются методические указания по выполнению лабораторной /практической работы.

Работа с литературой, другими источниками информации, в т.ч. электронными, может реализовываться на семинарских и практических занятиях. Данные источники информации могут быть представлены на бумажном и/или электронном носителе, в том числе, в сети Интернет.

Преподаватель формулирует цель работы с данным источником информации, определяет время на проработку документа и форму отчетности.

Само и взаимопроверка выполненных заданий чаще всего используется на семинарском, практическом и других видах занятий. Проблемная /ситуационная задача должна иметь четкую формулировку, к ней должны быть поставлены вопросы, ответы на которые необходимо найти и обосновать. Критерии оценки правильности решения проблемной/ситуационной задачи должны быть известны всем обучающимся.

Организация и руководство внеаудиторной работы

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

При предъявлении видов заданий на внеаудиторную самостоятельную работу рекомендуется использовать дифференцированный подход к уровню подготовленности обучающегося. Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель проводит консультацию с определением цели задания, его содержания, сроков выполнения, ориентировочного объема работы, основных требований к результатам работы, критериев оценки, форм контроля и перечня литературы. В процессе консультации преподаватель предупреждает о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания.

Для методического обеспечения и руководства самостоятельной работой в образовательном учреждении разрабатываются учебные пособия, методические рекомендации по самостоятельной подготовке к различным видам занятий с учетом специальности учебной дисциплины, особенностей контингента студентов, объема и содержания самостоятельной работы, форм контроля и т.п.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня подготовленности обучающихся.

Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть:

- для овладения знаниями: чтения текста; составления плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочникам; учебно-исследовательская работа; использование аудио и видеозаписей, компьютерной техники и Интернет ресурсов и др.;

- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции; повторная работа над учебным материалом; составление плана, тезисов ответа; составление таблиц, ребусов, кроссвордов, глоссария для систематизации учебного материала; изучение словарей, справочников; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста; подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции; подготовка

рефератов, докладов; составление биографий, заданий в тестовой форме и др.

- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; составление схем; решение ситуационных производственных задач; подготовка к деловым и ролевым играм; проектирование и моделирование разных видов и

компонентов профессиональной деятельности, подготовка презентаций, творческих проектов; подготовка курсовых и выпускных работ; опытно-экспериментальная работа; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности и др.

Для обеспечения внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине преподавателем разрабатывается перечень заданий для самостоятельной работы, который необходим для эффективного управления данным видом учебной деятельности обучающихся.

Преподаватель осуществляет управление самостоятельной работой, регулирует ее объем на одно учебное занятие и осуществляет контроль выполнения всеми студентами группы. Для удобства преподаватель может вести ведомость учета выполнения минимума заданий, необходимые для допуска к итоговой аттестации по дисциплине.

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Студент самостоятельно определяет режим своей внеаудиторной работы и меру труда, затрачиваемого на овладение знаниями и умениями по каждой дисциплине, выполняет внеаудиторную работу по индивидуальному плану, в зависимости от собственной подготовки, бюджета времени и других условий.

Ежедневно студент должен уделять выполнению внеаудиторной самостоятельной работы в среднем не менее 3 часов.

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультацией с целью уточнения задания, формы контроля выполненного задания.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Варианты контрольных работ.

Задание 1.

Определить тип уравнения и привести его к каноническому

виду а) $u_{xx} + 2u_{xy} - 3u_{yy} + 2u_x + 7u_y - 3u = 0$

б) $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} - 3u_x + 2u_y - 5u = 0$

в) $2u_{xx} + 6u_{xy} + 8u_{yy} + u_x + 5u_y - 2u = 0$

Задание 2.

Найти общее решение гиперболического уравнения

а) $u_{xx} + 4u_{xy} - 5u_{yy} = 0$

б) $u_{xx} + 2bu_{xy} + (b^2 - a^2)u_{yy} = 0$

Задание 3.

Найти общее решение параболического

уравнения а) $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} - u_x + u_y = 0$

б) $u_{xx} + 2bu_{xy} + b^2u_{yy} + au_x - abu_y = 0$

Задание 4.

Найти общее решение эллиптического уравнения

$$а) u_{xx} + 4u_{xy} + 5u_{yy} = 0$$

$$б) u_{xx} + 2bu_{xy} + (b^2 + a^2)u_{yy} = 0$$

Задание 5.

Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге

$$\Delta u = 0, \quad 0 \leq r \leq 1$$

$$u|_{r=1} = \sin^3 \varphi.$$

Задание 6.

Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Лапласа в цилиндре

$$\Delta u = 0, \quad 0 \leq r \leq 1, \quad 0 < z < 1$$

$$u|_{z=0} = 1 - r^2, \quad 0 \leq r < 1$$

$$u|_{z=1} = 0, \quad 0 \leq r < 1$$

$$u|_{r=1} = 0, \quad 0 < z < 1$$

Задание 7.

Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Лапласа в шаре

$$\Delta u = 0, \quad 0 \leq r < 1$$

$$u|_{r=1} = 3\cos^2 \vartheta.$$

Задание 8.

Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Гельмгольца в круге

$$\Delta u + 4u = 0, \quad 0 \leq r < 1$$

$$u|_{r=1} = \sin^3 \varphi$$

Задание 9.

Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Гельмгольца в шаре

$$\Delta u + 2u = 0, \quad 0 \leq r < 1$$

$$u|_{r=1} = 3\cos^2 \vartheta$$

Задание 10.

Струна длиной $l = 100$, закрепленная на концах $x = 0$ и $x = l$, в начальный момент оттянута в точке $x = 50$ см на расстояние $h = 2$ см, а затем опущена без толчка. Определить форму струны для любого момента времени t .

Задание 11.

В начальный момент струна, закрепленная на концах $x = 0$ и $x = l$, имела форму синусоиды $u = A \sin \frac{\pi x}{l}$, причем скорости точек ее были равны нулю. Найти форму струны в момент времени t .

Задание 12.

В начальный момент $t = 0$ точкам прямолинейной струны $0 < x < l$ сообщена скорость $\frac{\partial u}{\partial t} = 1$.

Найти

$\frac{\partial u}{\partial t}$

форму струны в момент времени t , если концы ее $x = 0$ и $x = l$ закреплены.

Вопросы к зачету:

1. Классификация уравнений. Общие понятия.
2. Линейные однородные уравнения 1-го порядка.
3. Типы уравнений 2-го порядка.
4. Преобразование уравнений 2-го порядка. Инвариантность типа уравнения.
5. Приведение уравнения к каноническому виду.
6. Понятие общего решения.
7. Основные уравнения математической физики.
8. Уравнение колебаний струны.
9. Уравнение колебаний мембраны.
10. Уравнение неразрывности при движении жидкости. Уравнение Лапласа.
11. Уравнение передачи тепла.
12. Постановка задач математической физики. Начальные и краевые условия.
13. Зависимость решения от предельных условий. Корректная постановка задачи Коши. Пример Адамара.
14. Формула Даламбера. Неограниченная струна.
15. Струна с двумя закрепленными концами и его решение методом Даламбера.
16. Первая краевая задача для гиперболических уравнений.
17. Сопряженные дифференциальные операторы.
18. Метод Римана.
19. Функция Римана для сопряженного уравнения.
20. Уравнение распространения тепла. Фундаментальное решение.
21. Уравнение распространения тепла. Решение задачи Коши.
22. Уравнения Лапласа и Пуассона. Фундаментальное решение. Формула Грина.
23. Решение задачи Дирихле для шара, поставленной для уравнения Пуассона.
24. Уравнение Лапласа в цилиндрических координатах. Решение задачи Дирихле для кольца с постоянными значениями искомой функции на внутренней и внешней окружностях.
25. Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (метод Фурье).
26. Метод Фурье. Разделение переменных. Решение уравнения: $\Delta u = \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial t}$.

Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые разделы	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Аудиторная контр.работа(пров ерка и оценка)	Раздел 1- Раздел 5	УК-1, ПК-1
2	Теоретический тест	Раздел 2	УК-1, ПК-1
3	Самостоятельное решение практических заданий (аудиторная)	Раздел 1- Раздел 5	УК-1, ПК-1
5	Зачёт с оценкой в 6 семестре	Раздел 1 - Раздел 5	УК-1, ПК-1

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) Уравнения с частными производными

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля) Уравнения с частными производными.

К основной (обязательной) литературе относятся учебники, учебные пособия, учебно-методическая литература и монографии, изучение которых является обязательным для овладения знаниями в полном объеме по дисциплине в соответствии с данной программой. К основной, прежде всего, относится литература, имеющая гриф Министерства образования и науки Российской Федерации или Учебно-методического объединения, рекомендующих издание к использованию в учебном процессе. В списке основной литературы указывается не более пяти источников, имеющих в достаточном количестве в фонде библиотеки. Если доступна электронная версия учебников, учебных пособий и т.д., следует указать для них режим доступа.

К дополнительной относится литература, рекомендуемая бакалаврам, магистрам для самостоятельного изучения при выполнении курсового проекта (работы), учебной научно-исследовательской работы, при написании рефератов, для подготовки к семинарам, практическим занятиям, лабораторным работам и другим учебным занятиям, а также для углубления и расширения знаний по данной дисциплине.

Все источники в основной и дополнительной литературе даются с полными библиографическими описаниями в соответствии с российским или западным стандартами оформления.

Для магистратуры обязательно наличие литературы на английском языке.

7.1. Учебная литература:

Основная литература:

1. Михайлов В.П. «Дифференциальные уравнения в частных производных». М., Наука, 2008.
2. Петровский И.Г. «Лекции об уравнениях с частными производными». М., Издательство Моск. ун-та, 2008
3. Соболев С.Л. «Уравнения математической физики». М., Наука, 2009.
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. «Уравнения математической физики». М., Наука, 2007.
5. Смирнов М.М. «Задачи по уравнениям математической физики». М., Наука, 2007.
6. Б.М. Будак, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов. «Сборник задач по математической физике». М., Наука, 2008.

Дополнительная литература:

1. Владимиров В.С. «Уравнения математической физики». М., Наука, 2008.
2. Бицадзе А.В. «Уравнения математической физики». М., Наука, 2007.
3. Несис Е.И. «Методы математической физики». М., Наука, 2008.
4. Владимиров В.С. «Сборник задач по уравнениям математической физики». М., Наука, 2008

7.2. Интернет-ресурсы

Поскольку в настоящее время при работе с информацией широко используются ресурсы телекоммуникационной сети «Интернет» (далее — сеть «Интернет»), то следует указать перечень сайтов, использующихся для получения дополнительных знаний по изучаемой дисциплине. Также следует указать адрес сайта, содержащего учебную информацию по курсу (при его наличии), принципы размещения в нем информации и способы работы с сайтом.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	<u>Exponenta</u> .ru	www.exponenta.ru	На сайте размещены электронные учебники, справочники, статьи, примерами применения математических пакетов в образовательном процессе, демо-версии по популярным математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
2.	<u>Math</u> .ru	www.math.ru	Математический сайт для школьников, студентов, учителей и всех, кто интересуется математикой.
3.	Математика	www.mathematics.ru	Учебный материал по различным разделам математики.
4.	Математика для студентов и прочее.	www.xplusy.isnet.ru	Содержит большое количество видеолекций для школьников, абитуриентов и студентов по математике и физике.

5.	Российское образование.	www.edu.ru	Федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
----	--------------------------------	--	---

7.3. Программное обеспечение:

1. Microsoft Excel
2. Microsoft Word
3. Microsoft PowerPoint

7.4. Материально-техническое обеспечение

В организации учебного процесса необходимыми являются средства, обеспечивающие аудиовизуальное восприятие учебного материала (специализированное демонстрационное оборудование):

1. Доска и мел (или более современные аналогии)
2. компьютерные и мультимедийные технологии
3. микрофон и соответствующие установки (для работы в больших аудиториях с многочисленными группами студентов)

Рабочая программа дисциплины **Уравнения в частных производных** составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **01.03.01 Математика** (уровень высшего образования бакалавриат), утвержденного Приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. N 8 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика" с учетом *примерной программы учебной дисциплины* из ПООП.

Программу составил:
Ст. преподаватель кафедры «Математический анализ» Оздоева Е.В.

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический
анализ» Протокол № 6 от «27» февраля 2025г

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического
факультета протокол № 7 от «13» марта 2024 г.

Приложение №1

1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

При освоении дисциплины (модуля) компетенции, закрепленные за ней, реализуются по темам (разделам) дисциплины (модуля), в определенной степени (полностью или в оговоренной части) и на определенном этапе

Таблица1.

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие; УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи; УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов; УК-1.4. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения; УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.
ПК-1	Способен определить общие формы и закономерности отдельной предметной области	ПК-1.1: Знает особенности современного этапа развития образования в мире, этапы развития математики. ПК-1.2: Умеет системно анализировать информацию, сопоставлять, делать выводы ПК-1.3: Владеет современными методами, методологией научно-исследовательской деятельности в области математики, демонстрирует понимание общей структуры данной дисциплины.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных

этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2.

Сопоставление шкал оценивания

4-балльная шкала (уровень)	Отлично (повышенный уровень)	Хорошо (базовый уровень)	Удовлетворительно (пороговый уровень)	Неудовлетворительно (уровень не сформирован)
освоения)				
100-балльная шкала	91-100	81-90	61-80	0-60
Бинарная шкала	Зачтено			Не зачтено

Таблица 3.

Оценивание ответа на вопросы по темам для устного опроса

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> - Полнота изложения теоретического материала; - Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий); - Самостоятельность ответа; - Культура речи. 	Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса
Хорошо (базовый уровень)		Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе.
Удовлетворительно (пороговый уровень)		Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании

		процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, недостаточным умением давать аргументированные
		ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.

Таблица 4.

Оценивание подготовки рефератов

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
-------------------------------------	------------	----------

Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> - Полнота изложения теоретического материала; - Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий); - Самостоятельность ответа; - Культура речи. 	выполнены все требования к написанию и защите реферата: обозначена проблема и обоснована её актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объём, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны правильные ответы на дополнительные вопросы
Хорошо (базовый уровень)		основные требования к реферату и его защите выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём реферата; имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы
Удовлетворительно (пороговый уровень)		имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты отсутствует вывод
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы

Таблица 5.

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

**Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов
Варианты контрольных работ.**

Задание 1.

Определить тип уравнения и привести его к каноническому

виду а) $u_{xx} + 2u_{xy} - 3u_{yy} + 2u_x + 7u_y - 3u = 0$

б) $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} - 3u_x + 2u_y - 5u = 0$

в) $2u_{xx} + 6u_{xy} + 8u_{yy} + u_x + 5u_y - 2u = 0$

Задание 2.

Найти общее решение гиперболического

уравнения а) $u_{xx} + 4u_{xy} - 5u_{yy} = 0$

б) $u_{xx} + 2bu_{xy} + (b^2 - a^2)u_{yy} = 0$

Задание 3.

Найти общее решение параболического

уравнения а) $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} - u_x + u_y = 0$

б) $u_{xx} + 2bu_{xy} + b^2u_{yy} + au_x - abu_y = 0$

Задание 4.

Найти общее решение эллиптического

уравнения а) $u_{xx} + 4u_{xy} + 5u_{yy} = 0$

б) $u_{xx} + 2bu_{xy} + (b^2 + a^2)u_{yy} = 0$

Задание 5.

Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге

$$\Delta u = 0, \quad 0 \leq r \leq 1$$

$$u \Big|_{r=1} = \sin^3 \varphi.$$

Задание 6.

Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Лапласа в цилиндре

$$\Delta u = 0, \quad 0 \leq r \leq 1, \quad 0 < z < 1$$

$$u \Big|_{z=0} = 1 - r^2, \quad 0 \leq r < 1$$

$$u|_{z=1} = 0, \quad 0 \leq r < 1$$

$$u|_{r=1} = 0, \quad 0 < z < 1$$

Задание 7.

Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Лапласа в шаре

$$\Delta u = 0, \quad 0 \leq r < 1$$

$$u|_{r=1} = 3\cos^2 \vartheta.$$

Задание 8.

Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Гельмгольца в круге

$$\Delta u + 4u = 0, \quad 0 \leq r < 1$$

$$u|_{r=1} = \sin^3 \varphi$$

Задание 9.

Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Гельмгольца в шаре

$$\Delta u + 2u = 0, \quad 0 \leq r < 1$$

$$u|_{r=1} = 3\cos^2 \vartheta$$

Задание 10.

Струна длиной $l = 100$, закрепленная на концах $x = 0$ и $x = l$, в начальный момент оттянута в точке $x = 50$ см на расстояние $h = 2$ см, а затем опущена без толчка. Определить форму струны для любого момента времени t .

Задание 11.

В начальный момент струна, закрепленная на концах $x = 0$ и $x = l$, имела форму синусоиды $u = A \sin \frac{\pi x}{l}$, причем скорости точек ее были равны нулю. Найти форму струны в момент времени t .

Задание 12.

В начальный момент $t = 0$ точкам прямолинейной струны $0 < x < l$ сообщена скорость $\frac{\partial u}{\partial t} = 1$.
Найти форму струны в момент времени t , если концы ее $x = 0$ и $x = l$ закреплены.

Вопросы к зачету:

1. 1 Классификация уравнений. Общие понятия.
2. Линейные однородные уравнения 1-го порядка.
3. Типы уравнений 2-го порядка.
4. Преобразование уравнений 2-го порядка. Инвариантность типа уравнения.
5. Приведение уравнения к каноническому виду.
6. Понятие общего решения.
7. Основные уравнения математической физики.
8. Уравнение колебаний струны.
9. Уравнение колебаний мембраны.
10. Уравнение неразрывности при движении жидкости. Уравнение Лапласа.
11. Уравнение передачи тепла.
12. Постановка задач математической физики. Начальные и краевые условия.
13. Зависимость решения от предельных условий. Корректная постановка задачи Коши. Пример Адамара.
14. Формула Даламбера. Неограниченная струна.
15. Струна с двумя закрепленными концами и его решение методом Даламбера.
16. Первая краевая задача для гиперболических уравнений .
17. Сопряженные дифференциальные операторы.
18. Метод Римана.
19. Функция Римана для сопряженного уравнения.
20. Уравнение распространения тепла. Фундаментальное решение.
21. Уравнение распространения тепла. Решение задачи Коши.
22. Уравнения Лапласа и Пуассона. Фундаментальное решение. Формула Грина.
23. Решение задачи Дирихле для шара, поставленной для уравнения Пуассона.
24. Уравнение Лапласа в цилиндрических координатах. Решение задачи Дирихле для кольца с постоянными значениями искомой функции на внутренней и внешней окружностях.
25. Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (метод Фурье).

26. Метод Фурье. Разделение переменных. Решение уравнения: $\Delta u \equiv \text{---}$

Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой

