

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**КАФЕДРА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

**СОГЛАСОВАНА**

**УТВЕРЖДАЮ**

Руководитель образовательной программы

Декан физико-математического факультета

\_\_\_\_\_/проф. И.А.Танкиев  
«27» февраля 2025г.

\_\_\_\_\_/Б.С. Кульбужев от  
от «14» марта 2025г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.14 Теория вероятностей и математическая статистика**

**Направление подготовки**

**01.03.01 –МАТЕМАТИКА**

Квалификация выпускника

**БАКАЛАВР**

Форма обучения

**Очная**

Магас, 2025г

## 1. Цели освоения дисциплины

**Целями освоения дисциплины ТВиМС** является формирование теоретических знаний в массовых случайных явлениях и присущих им закономерностях; практических навыков применения методов, приемов и способов научного анализа данных для определения обобщающих эти данные характеристик.

**Перечень профессиональных стандартов, обобщенных трудовых функций и трудовых функций, соответствующих профессиональной деятельности выпускников**

Наименование документа	Код	Наименование базовой группы, должности (профессии) или специальности
ОКЗ	2320	Преподаватели в средней школе
	2340	Преподаватели в системе специального образования

Код и наименование профессионального стандарта	Обобщенные трудовые функции			Трудовые функции		
	Код	Наименование	Уровень квалификации	Наименование	Код	Уровень (подуровень) квалификации
01.001 Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании) (воспитатель, учитель)	А	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	6	Общепедагогическая функция. Обучение	А/01.6	6
				Воспитательная деятельность	А/02.6	6
				Развивающая деятельность	А/03.6	6
	В	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ	6	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования	В/03.6	6

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина является одной из основных дисциплин базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла учебного плана подготовки бакалавра по направлению 01.03.01. «Математика». Дисциплина Б1.О.13 «ТВиМС» является логическим продолжением курса математического анализа. Для ее изучения необходимы базовые знания курсов математического анализа, алгебры и информатики.

### **3. Результаты освоения дисциплины (модуля) Б.1.О.13 Теория вероятностей и математическая статистика**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО (3++) по данному направлению:

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
<b>УК-1</b>	Способен осуществлять поиск, критический анализ информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p><b>УК-1.1.</b> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;</p> <p><b>УК-1.2.</b> Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи;</p> <p><b>УК-1.3.</b> Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов;</p> <p><b>УК-1.4.</b> При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения;</p> <p><b>УК-1.5.</b> Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p><b>знать:</b> Основные понятия теории вероятностей; - Аксиоматику теории вероятностей; - законы распределения, числовые характеристики случайных величин и характеристики связи; - законы больших чисел и центральную предельную теорему теории вероятностей; - основные понятия математической статистики; - методы оценивания законов распределения и их параметров; - принципы построения критериев для проверки гипотез.</p> <p><b>уметь:</b> - применять вероятностно-статистические методы и модели к решению практических задач; - строить оценки законов распределения, точечные и интервальные оценки их параметров; - формулировать гипотезы и осуществлять их проверку; - выявлять значимые связи между случайными величинами; - формулировать обоснованные выводы по результатам математической обработки выборочных данных. - использовать методы количественного анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования; - основные методы, способы и средства получения, хранения, переработки информации; - современные технические средства и информационные</p>

			<p>технологии для решения аналитических и исследовательских задач.</p> <p><b>владеть навыками:-</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- управления информацией с использованием прикладных программ деловой сферы своей деятельности; обобщения, анализа и систематизации информации; количественных и качественных методов анализа при принятии организационно - управленческих решений и построения экономиче-ских и финансовых моделей</li> <li>- вероятностно-статистическими методами решения прикладных задач;</li> <li>-</li> </ul>
<b>ОПК-2</b>	<p>Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении области</p>	<p><b>Знает:</b> Общие характеристики процессов сбора, передачи и обработки информации; современное состояние и тенденции развития технических и программных средств автоматизации и компьютеризации в области управления качеством</p> <p><b>Умеет:</b> Понимать и решать профессиональные задачи в области управления научно-исследова-тельской и производственной дея-тельности в соответствии с профилем подготовки</p> <p><b>Владеет:</b> Методами решения профес-сиональных задач с применением информационных технологий и соб-людением требований безопасности</p>	<p><b>знать:</b> определения и свойства основных объектов изучения теории вероятностей, а также формулировки наиболееважных утверждений, методы их доказательств, возмож-ные сферы приложений.</p> <p><b>уметь:</b> решать задачи вычисли-тельного и теоретического характера в области теории вероятностей, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям, доказывать как известные утверждения, так и родственные им новые, формали-зовать поставленную задачу на язык теории вероятностей.</p> <p><b>владеть:</b> Разнообразным математическим аппаратом, подбирая соче-тания различных методов, для описания и анализа вероятностных моделей.</p> <p><b>Должен демонстрировать способность и готовность:</b></p> <p><b>Знать:</b> Основные понятия теории вероятностей и математической статистики: вычислять интегралы, преобразовывать меру, диффере-нцировать, вычислять суммы рядов, определения и свойства матема-тических объектов, формулировки утверждений, методы их доказа-тельства, возможные сферы их при-ложения.</p>

			<p><b>Уметь:</b> Извлекать актуальную научно-техническую информацию из предложенной литературы, электронных библиотек и научных сайтов, решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории вероятностей, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиями, доказывать как известные утверждения, так и родственные им новые.</p> <p><b>Владеть:</b> Базовым математическим аппаратом, подбирая сочетания различных методов, для описания и анализа вероятностных моделей.</p>
--	--	--	---

#### 4. Структура и содержание дисциплины (модуля) Б.1.О.13 Теория вероятностей и математическая статистика

##### 4.1. Структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 часов.

Вид учебной работы	Всего	Порядковый номер семестра			
		4	5		
Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:	8 з.е.	3	5		
Курсовой проект (работа)	не предусмотрено				
Аудиторные занятия всего (в акад. часах), в том числе:	288	84	84		
Лекции	72	36	36		
Практические занятия, семинары	96	50	36		
Лабораторные работы					
Самостоятельная работа всего (в акад. часах), в том числе:	76	22	54		
КСР					
Экзамен	54		54		
Общая трудоемкость дисциплины	288	108	180		

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)		Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа	Самостоятельная работа	

			Всего	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Др. виды контакт. работы	Всего	Курсовая работа(проект)	Подготовка к экзамену	Другие виды самостоятельной работы	Собеседование	Коллоквиум	Проверка тестов	Проверка контролльн. работ	Проверка реферата	Проверка эссе и иных творческих работ	курсовая работа (проект) др.
<b>1.</b>	<b>Раздел 1. Введение в теорию вероятностей</b>																	
<b>1.1</b>	Тема 1.1. Предмет теории вероятностей.			1										4	4			
<b>1.2</b>	Тема 1.2. Элементы комбинаторики.			3	4						2			4	4			
<b>1.3</b>	Тема 1.3. Случайные события.			1	2						2			4	4			
<b>1.4</b>	Тема 1.4. Операции над событиями.			1	2						2			4	4			
<b>1.5</b>	Тема 1.5. Теоремы сложения и умножения вероятностей.			2	6						2			4	4			
<b>1.6</b>	Тема 1.6. Формула полной вероятности.			2	4						2			4	4			
<b>1.7</b>	Тема 1.7.Формула Байеса.			2	4						2			4	4			
<b>1.8</b>	Тема 1.8.Последовательность независимых испытаний (схема Бернулли).			2	4						2			4	4			
<b>2.</b>	<b>Раздел 2. Случайные величины.</b>																	
<b>2.1</b>	Тема 2.1. Случайные величины.			2	2								4					
<b>2.2</b>	Тема 2.2. Функция распределения случайных величин и ее свойства.			2	2						2		4					
<b>2.3</b>	Тема 2.3. Виды случайных величин.			2	4						2		4					
<b>2.4.</b>	Тема 2.4. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной			1	4						2		4					
<b>2.5.</b>	Тема 2.5. Числовые характеристики случайных величин.			1	4						2		4					
<b>2.6.</b>	Тема 2.6.Числовые характеристики случайных величин и их свойства.			2	2						2		4					
<b>2. 7.</b>	Тема 2. 7.Примеры основных распределений случайных величин			2	2								4					
<b>2. 8.</b>	Тема 2. 8.Закон больших чисел.			4	2						1							
<b>2.9.</b>	Тема 2.9. Центральные предельные теоремы			4	2													
<b>2. 10.</b>	Тема 2. 10.Ковариация случайных величин. Коэффициент корреляции.			2	4						4				5			

<b>2.11.</b>	Тема 2.11. Функции распределения вероятностей СВ.			2	2						5				5			
<b>2.12.</b>	Тема 2.12. Плотность распределения вероятностей НСВ и ее свойства.			2	2						6				5			
<b>2.13.</b>	Тема 2.13. Нормальное распределение: а) числовые характеристики; б) вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины; в) правило трех сигм.			2	2						6				5			
<b>2.14.</b>	Тема 2.14. Понятие о теореме Ляпунова. Оценка отклонения теоретического распределения от нормального. Асимметрия и эксцесс.			2	4						4				5			
<b>2.15.</b>	Тема 2.15. Функция одного случайного аргумента и ее распределение. Математическое ожидание функции одного случайного аргумента.			2	4						4				5			
<b>2.16.</b>	Тема 2.16. Функция 2-х случайных аргументов. Устойчивость нормального распределения. а) Распределение «Хи-квадрат»; б) Распределение Стьюдента.			2	2						4				5			
<b>2.17.</b>	Тема 2.17. Системы 2-х случайных величин: а) Закон распределения вероятностей дискретной СВ; б) функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.			2	2						4				5			
<b>2.18.</b>	Тема 2.18. Вероятность попадания случайной точки в полуполосу, в прямоугольник. Плотность совместного распределения вероятностей НСВ (двумерная плотность). Вероятностный смысл двумерной СВ.			2	2						4				5			
<b>2.19.</b>	Тема 2.19. Свойства двумерной плотности вероятности. Отыскания плотностей вероятности составляющих двумерной СВ.			2	2						2				5			
<b>2.20.</b>	Тема 2.20. Условные законы распределения составляющих системы дискретных СВ и НСВ. Условное математическое ожидание.			2							2				5			
<b>2.21.</b>	Тема 2.21. Числовые характеристики систем двух СВ. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.			2	4						2				5			
<b>2.22.</b>	Тема 2.22. Нормальный закон распределения на плоскости. Линейная регрессия, линейная корреляция, нормальная корреляция.			2	4						4				5			

<b>3.</b>	<b>Раздел 3. Элементы математической статистики. Выборочный метод</b>															
<b>3.1.</b>	Тема 3.1. Выборочный метод. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупность. Способы отбора. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и диграмма.			2	2						4		5			
<b>3.2.</b>	Тема 3.2. Статистические оценки параметров распределения. Выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних. Групповая и общая средняя. Выборочная дисперсия.			2	4						4		5			
<b>3.3.</b>	Тема 3.3. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном $\sigma$ , для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном $\sigma$ (альфа), для оценки среднего квадратического отклонения нормального распределения.			2	4						4					
<b>3.4.</b>	Тема 3.4. Метод наибольшего правдоподобия. Другие характеристики вариационного ряда.			2	2						4			5		
<b>3.5.</b>	Тема 3.5. Методы расчета сводных характеристик выборки: а) условные варианты; б) условные эмпирические моменты; в) метод произведений для вычисления выборочных средних и дисперсий.			2	2						2			5		
<b>3.6.</b>	Тема 3.6. Заключительная лекция по пройденному материалу.			2									5			
	Подготовка к экзамену															
	Общая трудоемкость, в часах			72	96											
												Промежуточная				
												Форма				
												Зачет				
												Зачет с оценкой				
												Экзамен				27

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля) Б.1.О.13 Теория вероятностей и математическая статистика

##### **Тема 1. Введение в теорию вероятностей. Экскурс в историю. Различные подходы к определению вероятности.**

Случайные явления. Статистический подход к понятию вероятности. Классическая вероятность. Геометрическая вероятность.

Парадокс де Мере. Элементы комбинаторики: правило суммы и произведения; размещения, сочетания с повторением и без повторения, перестановки. Схема случайного выбора с возвращением и без



возвращения.Примеры.

## **Тема 2. Понятие вероятностного пространства. Аксиомы теории вероятностей.**

Элементарные и случайные события. Определения невозможного, достоверного событий, сумм, произведения, разности событий, противоположного события. Понятие алгебры и сигма-алгебры событий. Алгебраические операции над событиями. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства. Примеры соответствующих пространств.

Понятие измеримого пространства. Дополнительная аксиома непрерывности. Аксиоматика Колмогорова. Доказательство теоремы об эквивалентности аксиомы непрерывности (плюс конечной аддитивности) и аксиомы сигма-аддитивности.

Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.

## **Тема 3. Условная вероятность. Независимость событий. Предельные теоремы в схеме Бернулли.**

Условная вероятность. Независимость событий. Парная независимость и независимость в совокупности. Пример С.Н. Бернштейна. Вероятность произведения событий. Независимость алгебр и сигма-алгебр. Схема Бернулли как вероятностное пространство, описывающее независимые опыты. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона. Обсуждение скорости сходимости и исследования различных вероятностей "успеха" в независимых испытаниях Бернулли. Область применения доказанных предельных теорем.

## **Тема 4. Случайные величины и их распределения.**

Случайные величины. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.

## **Тема 5. Числовые характеристики случайных величин.**

Математическое ожидание и его свойства для случаев дискретного и непрерывного распределений случайных величин. Дисперсия и ее свойства. Моменты.

Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышёва, правило "трёх сигм".

Задача регрессии. Условное математическое ожидание.

## **Тема 6. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Моментные характеристики случайных векторов.**

Случайные векторы. Независимость случайных величин. Примеры случайных векторов. Многомерные распределения. Свойства совместных функции распределения и функции плотности. Критерий независимости случайных величин. Свойства независимых случайных величин. Свертка функций распределения и функций плотности.

Смешанные моменты второго порядка для случайных величин. Свойства ковариации и коэффициента корреляции. Ковариационная и корреляционная матрицы, их свойства. Многомерное нормальное распределение. Некоррелированность и независимость случайных величин их соотношение. Сходимость полиномиального распределения к многомерному нормальному распределению.

## **Тема 7. Законы больших чисел Чебышёва. Закон больших чисел Я.Бернулли.**

Предельные теоремы при минимальных условиях на случайные величины. Закон больших чисел Чебышёва. Сходимость частоты числа "успехов" в схеме Бернулли. Обобщение теорем. Следствия из предельных теорем. Философские аспекты предельных теорем в теории вероятностей, примеры применения законов больших чисел в различных областях знаний.

## **Тема 8. Ковариация случайных величин. Коэффициент корреляции.**

**Тема 9.** Функции распределения вероятностей СВ. Плотность распределения вероятностей НСВ и ее свойства.

**Тема 10.** Нормальное распределение:

- а) числовые характеристики;
- б) вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины;
- в) правило трех сигм.

**Тема 11.** Понятие о теореме Ляпунова. Оценка отклонения теоретического распределения от нормального. Асимметрия и эксцесс.

**Тема 12.** Функция одного случайного аргумента и ее распределение. Математическое ожидание функции одного случайного аргумента.

**Тема 13.** Функция 2-х случайных аргументов. Устойчивость нормального распределения.

- а) Распределение «Хи-квадрат»;
- б) Распределение Стьюдента.

**Тема 14.** Системы 2-х случайных величин:

- а) Закон распределения вероятностей дискретной СВ;
- б) функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.

**Тема 15.** Вероятность попадания случайной точки в полуполосу, в прямоугольник.

Плотность совместного распределения вероятностей НСВ (двумерная плотность). Вероятностный смысл двумерной СВ.

**Тема 16.** Свойства двумерной плотности вероятности. Отыскания плотностей вероятности составляющих двумерной СВ.

**Тема 17.** Условные законы распределения составляющих системы дискретных СВ и НСВ. Условное математическое ожидание.

**Тема 18.** Числовые характеристики систем двух СВ. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.

**Тема 19.** Нормальный закон распределения на плоскости. Линейная регрессия, линейная корреляция, нормальная корреляция.

**Тема 20.** Выборочный метод. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупность. Способы отбора. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.

**Тема 21.** Статистические оценки параметров распределения. Выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних. Групповая и общая средняя. Выборочная дисперсия.

**Тема 22.** Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном  $\sigma$ , для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном  $\sigma$  (альфа), для оценки среднего квадратичного отклонения нормального распределения.

**Тема 23.** Метод наибольшего правдоподобия. Другие характеристики вариационного ряда.

**Тема 24.** Методы расчета сводных характеристик выборки:

- а) условные варианты;
- б) условные эмпирические моменты;
- в) метод произведений для вычисления выборочных средних и дисперсий.

## **5. Образовательные технологии**

В освоении дисциплины используются следующие образовательные технологии:

- практические (семинарские) занятия, дискуссий и обмена мнениями, разбора альтернативных ситуаций;
- индивидуальные консультации;
- самостоятельная работа студентов с учебной литературой и первоисточниками, с Интернет ресурсами;
- задачи (примеры);
- контрольные опросы (промежуточный контроль), зачет и экзамен.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Ингушский государственный университет» приказ от 30.10.2018 №807

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

### **Система и критерии оценивания**

Шкала оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций	
	Устное собеседование	Письменная работа
5 (отлично)	Полный, исчерпывающий ответ, явно демонстрирующий глубокое понимание предмета и широкую эрудицию в оцениваемой области. Критический, оригинальный подход к материалу.	Качество исполнения всех элементов задания полностью соответствует всем требованиям

4 (хорошо)	Ответ стандартный, в целом качественный, основан на всеобщих источниках информации. Присутствуют небольшие пробелы в знаниях или несущественные ошибки.	Задание выполнено в соответствии с поставленной задачей. Имеются отдельные несущественные ошибки или отступления от правил оформления.
3 (удовлетворительно)	Ответ неполный, основанный только на лекционных материалах. При понимании сущности предмета в целом существенные ошибки или пробелы в знаниях сразу по нескольким темам, незнание (путаница) важных терминов.	Задание выполнено полностью, но с многочисленными существенными ошибками. При этом нарушены правила оформления или сроки представления.
2 (неудовлетворительно)	Неспособность ответить на вопрос без помощи экзаменатора. Незнание значительной части принципиально важных элементов дисциплины. Многочисленные грубые ошибки	Отсутствие одного или нескольких обязательных элементов задания, либо многочисленные грубые ошибки в работе, либо грубое нарушение правил оформления.

#### 6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература (Указывается номер из раздела 7)	Количество часов (должно соответствовать указанному в таблице 4.1)
5-6	Тема 1.2.-1.5	Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем  Контрольная работа  Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой	О: [1-3]  Д: [1-3]	8 часов
8-9	Тема 1.6.-1.8.	Подготовка к практическим	О: [1-3]	6 часов

		занятиям по вопросам, предложенным преподавателем  Контрольная работа  Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой	Д: [1-3]	
10-11	Тема 1.1-1.8	Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем  Подготовка к тестированию  Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой	О: [1-3]  Д: [1-3]	4 часа
12-13	Тема 2.1-2.7	Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем  Самостоятельное решение практических заданий  Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой	О: [1-3]  Д: [1-3]	6 часов
25-26	Тема 2.10-2.13	Подготовка к практическим занятиям по вопросам,	О: [1-3]  Д: [1-3]	19 часов

		предложенным преподавателем  Самостоятельное решение практических заданий  Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой		
27-28	Тема 2.14-2.17	Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем  Самостоятельное решение практических заданий  Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой	О: [1-3]  Д: [1-3]	16 часов
29-30	Тема 2.18-2.20	Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем  Самостоятельное решение практических заданий  Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой	О: [1-3]  Д: [1-3]	8 часов
31-32	Тема 2.21-2.22	Подготовка к практическим занятиям по	О: [1-3]	6 часов

		<p>вопросам, предложенным преподавателем</p> <p>Самостоятельное решение практических заданий</p> <p>Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой</p>	Д: [1-3]	
33-35	Тема 3.1-3.2	<p>Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем</p> <p>Самостоятельное решение практических заданий</p> <p>Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой</p>		8 часов
36-39	Тема 3.3-3.5	<p>Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем</p> <p>Самостоятельное решение практических заданий</p> <p>Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой</p>		10 часов

## 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Вести конспект лекций. Лекции ведутся в отдельной общей тетради, рекомендуется оставлять место для заметок, например, в виде полей. Знание основного материала предыдущих лекций, включая знание основных определений и ключевых теорем. Рекомендуется выделять в тексте ключевые слова, определения, леммы и теоремы.
практические занятия	В ходе подготовки к практическим занятиям изучить основную литературу, лекции. Внимательно слушать и конспектировать базовые примеры, разбираемые преподавателем. Задавать уточняющие вопросы в ходе решения базовых задач преподавателем. При решении домашних заданий периодически возвращаться к разобранным на практических занятиях задачам. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу. Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, непредставленными в списке рекомендованной литературы.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа ведется в той же тетради, что и практические занятия. Самостоятельная работа - это отдельный блок который выделяется заголовком, например, "Домашнее задание". Рекомендуется прорабатывать материал непосредственно после практических занятий. При решении задач и примеров рекомендуется их выполнение по образцу из практического занятия. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу. Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы.
экзамен	Подготовка к экзамену или зачету ведется на основе курса лекций или рекомендованной литературы. Необходимо знание и понимание всех понятий, определений, утверждений, лемм и теорем. Необходимо умение формулировать теоремы в форме непротиворечивых логических конструкций. Желательно уметь строить и приводить примеры к соответствующим определениям и утверждениям. Необходимо знание доказательства теорем и остальных утверждений.

## 6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

### *Контрольная работа №1*

1. Обед в университетской столовой состоит из трех блюд. Первое блюдо в меню может быть выбрано 5 способами, второе блюдо — 4, а третье блюдо — 3. Сколько дней студент может съедать новый обед, если любая комбинация блюд возможна, и один обед от другого должен отличаться хотя бы одним блюдом?



2. Пятеро гостей случайным образом рассаживаются за Столом, Сколькими способами можно их рассадить так, чтобы хотя бы 2 гостя поменялись местами {изменился порядок)?
3. Десять участников финала разыгрывают одну золотую, одну серебряную и одну бронзовую медали. Сколькими способами эти награды могут быть распределены между спортсменами?
4. В полуфинальном забеге участвуют десять спортсменов, Три спортсмена» показавшие лучший результат, попадают в финал. Сколько существует различных троек финалистов?
5. Для автомобильных номеров используются 10 цифр и 28 букв. Каждый номер состоит из 3 букв и 4 цифр. Какое максимальное число машин может получить номера при такой системе нумерации?
6. В цветочном киоске продается 10 наименований цветов. Покупатель желает приобрести букет из 5 цветов. Сколько существует комбинаций таких букетов
7. Имеется шестизначная кодовая комбинация, состоящая из трех цифр 1, 3, 5, в которой цифра 1 встречается один раз, цифра 3 два раза и цифра 5 — три раза. Сколько существует комбинаций таких наборов?
8. Описать пространство элементарных событий следующего опыта — брошены две игральные кости.
9. Имеется колода тщательно перемешанных карт (36 листов). Наугад вытаскивается одна карта. Сколько в среднем надо провести опытов, чтобы этой картой был туз пиковый?
10. Рассмотрим игру в преферанс, когда старшие 32 карты карточной колоды случайным образом распределяются между тремя игроками, получающими по 10 карт, и «прикупом», куда кладут 2 карты. Какова вероятность того, что в прикупе окажутся 2 туза?
11. Предположим, что один из играющих имеет 5 старших карт одной масти (черви), исключая даму. При объявлении ранга игры участнику приходится учитывать возможность образования у одного из вистующих — противников — комбинации из трех оставшихся червей. Какова вероятность этого события?
12. В поступившей партии из 30 швейных машинок 10 машинок имеют внутренние дефекты. Какова вероятность того, что из партии в пять наудачу взятых машинок три окажутся бездефектными?

### **Контрольная работа №2**

1. Найти вероятность того, что сумма двух случайно выбранных чисел от -1 до 1 больше нуля, а их произведение отрицательно.
2. Из промежутка  $[0; 2]$  наудачу выбраны два числа  $x$  и  $y$ . Найти вероятность того, что эти числа удовлетворяют неравенству:

$$x^2 \leq 4y \leq 4x.$$

### **Контрольная работа №3**

1. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность появления хотя бы одной шестерки?
2. Подбрасываются 2 монеты. Найдите вероятность выпадения на обеих монетах герба.
3. Прибор, работающий в течение времени  $t$ , состоит из трех узлов, каждый из которых независимо от других может в течение времени  $t$  отказать. Отказ хотя бы одного узла приводит к отказу прибора. За время  $t$  вероятность безотказной работы узлов соответственно равна: 0,8; 0,9; 0,7. Какова надежность прибора (вероятность безотказной работы) за время  $t$  ?
4. Экзаменуемым по теории вероятностей было предложено 34 билета. Студент дважды извлекает по одному билету из предложенных (не возвращая их). Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен, если он подготовил лишь 30 билетов и в первый раз вытянул «неудачный» билет?
5. Имеются три одинаковые урны. В первой урне находятся два белых и один черный шар. Во второй урне — три белых и один черный, а в третьей урне — два белых и два черных. Какова вероятность того, что некто подойдет и из произвольной урны извлечет белый шар?
6. Представим себе странника, идущего из некоторого пункта О и на разветвлении дорог выбирающего наугад один из возможных путей. Какова вероятность того, что странник из пункта О попадет в пункт А?

### **Контрольная работа № 4**

1. Прибор может собираться из высококачественных деталей и из деталей обычного качества, 40 % приборов собирается из высококачественных деталей, и их надежность за время  $t$  равна 95 %. Приборы из обычных деталей за время  $t$  имеют надежность 0,7. Прибор испытан и за время  $t$  работал безотказно. Какова вероятность того, что он собран из высококачественных деталей?

2. В урне находятся три шара белого и черного цвета, причем распределение числа шаров по цветам неизвестно. В результате испытания из урны извлекли один шар. а) Сформулируйте гипотезы о содержимом урны до испытания и укажите их вероятности. б) Найдите вероятности гипотез после испытания, состоящего в извлечении из урны белого шара.
3. Три организации представили в налоговую инспекцию отчеты для выборочной проверки. Первая организация представила 15 отчетов, вторая — 10, третья — 25. Вероятности правильного оформления отчетов у этих организаций известны и соответственно равны: 0,9; 0,8 и 0,85. Наугад был выбран один отчет, и он оказался правильным, Какова вероятность того, что этот отчет принадлежит второй организации?

#### Вопросы к экзамену:

1. Случайные явления.
2. Статистический подход к понятию вероятности.
3. Классическая вероятность.
4. Геометрическая вероятность.
5. Парадокс де Мере.
6. Элементы комбинаторики: правило суммы и произведения; размещения, сочетания с повторением и без повторения, перестановки.
7. Схема случайного выбора с возвращением и без возвращения. Примеры.
8. Элементарные и случайные события.
9. Определения невозможного, достоверного событий, сумм, произведения, разности событий, противоположного события.
10. Понятие алгебры и сигма-алгебры событий.
11. Алгебраические операции над событиями.
12. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства. Примеры соответствующих пространств.
13. Понятие измеримого пространства.
14. Дополнительная аксиома непрерывности.
15. Аксиоматика Колмогорова.
16. Доказательство теоремы об эквивалентности аксиомы непрерывности (плюс конечной аддитивности) и аксиомы сигма-аддитивности.
17. Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.
18. Условная вероятность. Независимость событий.
19. Парная независимость и независимость в совокупности. Пример С.Н. Бернштейна.
20. Вероятность произведения событий.
21. Независимость алгебр и сигма-алгебр.
22. Схема Бернулли как вероятностное пространство, описывающее независимые опыты.
23. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
24. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.
25. Обсуждение скорости сходимости и исследование различных вероятностей "успеха" в независимых испытаниях Бернулли.
26. Область применения доказанных предельных теорем.
27. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства.

28. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный.
29. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.
30. Математическое ожидание и его свойства для случаев дискретного и непрерывного распределений случайных величин.
31. Дисперсия и ее свойства. Моменты.
32. Коэффициенты асимметрии и эксцесса.
33. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышёва, правило "трёх сигм".
34. Задача регрессии. Условное математическое ожидание.
35. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Примеры случайных векторов.
36. Многомерные распределения.
37. Свойства совместных функции распределения и функции плотности.
38. Критерий независимости случайных величин.
39. Свойства независимых случайных величин.
40. Свертка функций распределения и функций плотности.
41. Смешанные моменты второго порядка для случайных величин.
42. Свойства ковариации и коэффициента корреляции.
43. Ковариационная и корреляционная матрицы, их свойства.
44. Многомерное нормальное распределение.
45. Некоррелированность и независимость случайных величин их соотношение.
46. Сходимость полиномиального распределения к многомерному нормальному распределению.
47. Предельные теоремы при минимальных условиях на случайные величины.
48. Закон больших чисел Чебышёва.
49. Сходимость частоты числа "успехов" в схеме Бернулли. Обобщение теорем.
50. Следствия из предельных теорем.
51. Философские аспекты предельных теорем в теории вероятностей, примеры применения законов больших чисел в различных областях знаний.
52. Ковариация случайных величин. Коэффициент корреляции.
53. Функции распределения вероятностей СВ.
54. Плотность распределения вероятностей НСВ и ее свойства.
55. Нормальное распределение: а) числовые характеристики; б) вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины; в) правило трех сигм.
56. Понятие о теореме Ляпунова.
57. Оценка отклонения теоретического распределения от нормального.
58. Функция одного случайного аргумента и ее распределение.
59. Математическое ожидание функции одного случайного аргумента.
60. Функция 2-х случайных аргументов. Устойчивость нормального распределения: а) Распределение «Хи-квадрат»; б) Распределение Стюдента.
61. Системы 2-х случайных величин: а) Закон распределения вероятностей дискретной СВ; б) функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
62. Плотность совместного распределения вероятностей НСВ (двумерная плотность).
63. Вероятностный смысл двумерной СВ.
64. Свойства двумерной плотности вероятности.
65. Отыскания плотностей вероятности составляющих двумерной СВ.
66. Условные законы распределения составляющих системы дискретных СВ и НСВ.
67. Условное математическое ожидание.
68. Числовые характеристики систем двух СВ.
69. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.
70. Нормальный закон распределения на плоскости.

71. Линейная регрессия, линейная корреляция, нормальная корреляция.
72. Выборочный метод. Задачи математической статистики.
73. Генеральная и выборочная совокупность. Способы отбора.
74. Статистическое распределение выборки.
75. Эмпирическая функция распределения.
76. Полигон и диграмма.
77. Статистические оценки параметров распределения. Выборочная средняя.
78. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних.
79. Групповая и общая средняя. Выборочная дисперсия.
80. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном  $\sigma$ , для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном  $\sigma$  (альфа), для оценки среднего квадратичного отклонения нормального распределения.
81. Метод наибольшего правдоподобия. Другие характеристики вариационного ряда.
82. Методы расчета сводных характеристик выборки: а) условные варианты; б) условные эмпирические моменты; в) метод произведений для вычисления выборочных средних и дисперсий.

#### **Контроль освоения компетенций**

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1.	Аудиторная контрольная работа (проверка и оценка)	Раздел 1. Тема 1.2 – 1.5.	<b>ОПК-2</b> <b>Знает верно и в полном объеме:</b> основные понятия, методы и приемы теории вероятностей и математической статистики <b>Умеет верно и в полном объеме:</b> использовать в профессиональной деятельности математические методы при решении определенных задач <b>Владет навыками верно и в полном объеме:</b> методикой построения, анализа и моделирования математических моделей для оценки состояния и прогноза вероятностных состояний
		Раздел 2. Тема 1.6. – 1.8.	
		Раздел 3. Тема 2.10 - 2.13.	
		Раздел 4. Тема 2.14 - 2.16.	
		Раздел 5. Тема 2.17 - 2.19.	
		Раздел 6. Тема 2.10 - 2.13.	
		Раздел 7. Тема 2.14 - 2.16.	
		Раздел 8. Тема 2.17 - 2.19.	
2.	Тестирование. Подготовка к тестированию. (оценка результатов)	Раздел 1. Тема 1.1.- 1.8.	<b>ОПК-2</b> <b>Знает верно и в полном объеме:</b> основные понятия, методы и приемы теории вероятностей и математической статистики <b>Умеет верно и в полном объеме:</b> использовать в профессиональной деятельности математические методы при решении определенных задач <b>Владет навыками верно и в полном объеме:</b> методикой построения, анализа и моделирования математических моделей для оценки состояния и прогноза вероятностных состояний
		Раздел 2. Тема 2.20-2.22.	
		Раздел 3. Тема 3.4-3.5.	

3.	Самостоятельное решение практических заданий (аудиторная)	Раздел 2. Тема 2.1.- 2.7.	<b>ОПК-2</b> <b>Знает верно и в полном объеме:</b> основные понятия, методы и приемы теории вероятностей и математической статистики <b>Умеет верно и в полном объеме:</b> использовать в профессиональной деятельности математические методы при решении определенных задач <b>Владет навыками верно и в полном объеме:</b> методикой построения, анализа и моделирования математических моделей для оценки состояния и прогноза вероятностных состояний
		Раздел 3. Тема 3.1-3.2.	
		Раздел 3. Тема 3.6.-3.7.	
4.	Зачет	Раздел 1. Тема 1.1.- 2.9.	<b>ОПК-2</b> <b>Знает верно и в полном объеме:</b> основные понятия, методы и приемы теории вероятностей и математической статистики <b>Умеет верно и в полном объеме:</b> использовать в профессиональной деятельности математические методы при решении определенных задач <b>Владет навыками верно и в полном объеме:</b> методикой построения, анализа и моделирования математических моделей для оценки состояния и прогноза вероятностных состояний
5	Экзамен (экзаменационный билет)	Раздел 2. Тема 2.10-2.22. Раздел 3 . Тема 3.1-3.5.	<b>ОПК-2</b> <b>Знает верно и в полном объеме:</b> основные понятия, методы и приемы теории вероятностей и математической статистики <b>Умеет верно и в полном объеме:</b> использовать в профессиональной деятельности математические методы при решении определенных задач <b>Владет навыками верно и в полном объеме:</b> методикой построения, анализа и моделирования математических моделей для оценки состояния и прогноза вероятностных состояний

Таблица 6.1

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
--------	---

«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

**Таблица 6.2**

### **Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена**

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

## **7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов. Компьютерный класс.

## 7.1. Учебная литература:

### Основная литература

1. Шилова З.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / З.В. Шилова, О.И. Шилов. — Электрон. текстовые данные. — Саратов: Ай Пи Ар Букс, 2015. — 158 с. — 978-5-906-17262-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/33863.html>
2. Балдин К.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. — Электрон. текстовые данные. — М. : Дашков и К, 2014. — 473 с. — 978-5-394-02108-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/4444.html>
3. Логинов В.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : лекции для студентов, обучающихся по специальности 080100.62 (Экономика) / В.А. Логинов. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московская государственная академия водного транспорта, 2013. — 188 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/46854.html>

### Дополнительная литература

1. Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник для вузов / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. — Электрон. текстовые данные. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2012. — 352 с. — 5-238-00560-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/8599.html>
2. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.А. Гулай [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Ставрополь: Ставропольский государственный аграрный университет, АГРУС, 2013. — 257 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/47360.html>
3. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.С. Мхитарян [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. — 336 с. — 978-5-4257-0106-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17047.html>

## 7.2. Интернет-ресурсы

1. e-Library.ru [Электронный ресурс]: Научная электронная библиотека. — URL: <http://elibrary.ru/> (дата обращения 11.05.2018).
2. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка» [Электронный ресурс]. — URL: <http://cyberleninka.ru/> (дата обращения 11.05.2018).
3. Портал психологических изданий PsyJournals.ru <http://psyjournals.ru/index.shtml>
4. Электронный психологический журнал «Психологические исследования» <http://psystudy.ru/>
5. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» [Электронный ресурс]. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php> (дата обращения 11.07.2018). — Доступ к системе согласно правилам ЭБС и договором университета с ЭБС.
6. Электронно-библиотечная система IPRbooks [Электронный ресурс]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/> (дата обращения 11.07.2018). — Доступ к системе согласно правилам ЭБС и договором университета с ЭБС.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "

## 7.3. Программное обеспечение

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome



Adobe Reader XI или Adobe

Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Для подготовки презентаций и их демонстрации необходима программа Impress из свободного пакета офисных приложений OpenOffice (или иной аналог с коммерческой или свободной лицензией).

#### **7.4. Материально-техническое обеспечение:**

**Для освоения данной дисциплины необходимы:**

- мультимедийные средства обучения (компьютер и проектор, ресурсы Интернета);
- классическая доска;
- мел.

Рабочая программа дисциплины **Теория вероятностей и математическая статистика** составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **01.03.01 Математика** (уровень высшего образования бакалавриат), утвержденного Приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. N 8 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика" с учетом *примерной программы учебной дисциплины* из ПООП.

Программу составил:

Ст. преподаватель кафедры «Математический анализ» Цурова Ф.Дж.

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический анализ»

Протокол № 6 от «27» февраля 2025г

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического факультета  
протокол № 7 от «13» марта 2024 г.

## Приложение №1

### **1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

При освоении дисциплины (модуля) компетенции, закрепленные за ней, реализуются по темам (разделам) дисциплины (модуля), в определенной степени (полностью или в оговоренной части) и на определенном этапе

Таблица1.

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
-----------------	--------------------------	----------------------------------	--

<p><b>-1</b></p>	<p><b>УК</b></p> <p>Способен осуществлять поиск, критический анализ информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p><b>УК-1.1.</b> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;</p> <p><b>УК-1.2.</b> Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи;</p> <p><b>УК-1.3.</b> Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов;</p> <p><b>УК-1.4.</b> При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения;</p> <p><b>УК-1.5.</b> Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p><b>знать:</b></p> <p>Основные понятия теории вероятностей;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Аксиоматику теории вероятностей;</li> <li>- законы распределения, числовые характеристики случайных величин и их характеристики связи;</li> <li>- законы больших чисел и центральную предельную теорему теории вероятностей;</li> <li>- основные понятия математической статистики;</li> <li>- методы оценивания законов распределения и их параметров;</li> <li>- принципы построения критериев для проверки гипотез.</li> </ul> <p><b>уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять вероятностно-статистические методы и модели к решению практических задач;</li> <li>- строить оценки законов распределения, точечные и интервальные оценки их параметров;</li> <li>- формулировать гипотезы и осуществлять их проверку;</li> <li>- выявлять значимые связи между случайными величинами;</li> <li>- формулировать обоснованные выводы по результатам математической обработки выборочных данных.</li> <li>- использовать методы количественного анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования;</li> <li>- основные методы, способы и средства получения, хранения,</li> </ul>
------------------	---	---	--

			<p>переработки информации;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- современные технические средства и информационные технологии для решения аналитических и исследовательских задач.</li> </ul> <p><b>владеть навыками:-</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- управления информацией с использованием прикладных программ деловой сферы своей деятельности; обобщения, анализа и систематизации информации; количественных и качественных методов анализа при принятии организационно - управленческих решений и построения экономиче-ских и финансовых моделей</li> <li>- вероятностно-статистическими методами решения прикладных задач;</li> <li>-</li> </ul>
К-2	ОП Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении области	<p><b>Знает:</b> Общие характеристики процессов сбора, передачи и обработки информации; современное состояние и тенденции развития технических и программных средств автоматизации и компьютеризации в области управления качеством</p> <p><b>Умеет:</b> Понимать и решать профессиональные задачи в области управления научно-исследовательской и производственной дея-тельностью в соответствии с профилем подготовки</p> <p><b>Владет:</b> Методами решения профес-сиональных задач с применением информационных технологий и соб-людением требо-ваний безопасности</p>	<p><b>знать:</b> определения и свойства основных объектов изучения теории вероятностей, а также формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательств, возмож-ные сферы приложений.</p> <p><b>уметь:</b> решать задачи вычисли-тельного и теоретического характера в области теории вероятностей, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям, доказывать как известные утверждения, так и родственные им новые, формали-зовать поставленную задачу на язык теории вероятностей.</p> <p><b>владеть:</b> Разнообразным математиче-ским аппаратом, подбирая соче-тания различных</p>

		<p>методов, для описания и анализа вероятностных моделей.</p> <p><i>Должен демонстрировать способность и готовность:</i></p> <p><b>Знать:</b> Основные понятия теории вероятностей и математической статистики: вычислять интегралы, преобразовывать меру, дифференцировать, вычислять суммы рядов, определения и свойства математических объектов, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложения.</p> <p><b>Уметь:</b> Извлекать актуальную научно-техническую информацию из предложенной литературы, электронных библиотек и научных сайтов, решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории вероятностей, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятием, доказывать как известные утверждения, так и родственные им новые.</p> <p><b>Владеть:</b> Базовым математическим аппаратом, подбирая сочетания различных методов, для описания и анализа вероятностных моделей.</p>
--	--	---

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2.

### Сопоставление шкал оценивания

4-балльная шкала (уровень освоения)	Отлично (повышенный уровень)	Хорошо (базовый уровень)	Удовлетворительно (пороговый уровень)	Неудовлетворительно (уровень не сформирован)
100-балльная шкала	91-100	81-90	61-80	0-60
Бинарная шкала	Зачтено			Не зачтено

Таблица 3.

### Оценивание ответа на вопросы по темам для устного опроса

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Полнота изложения теоретического материала;</li> <li>- Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий);</li> <li>- Самостоятельность ответа;</li> <li>- Культура речи.</li> </ul>	Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса

Хорошо (базовый уровень)		Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе.
Удовлетворительно (пороговый уровень)		Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.



Таблица 4.

## Оценивание подготовки рефератов

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Полнота изложения теоретического материала;</li> <li>- Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий);</li> <li>- Самостоятельность ответа;</li> <li>- Культура речи.</li> </ul>	выполнены все требования к написанию и защите реферата: обозначена проблема и обоснована её актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объём, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны правильные ответы на дополнительные вопросы
Хорошо (базовый уровень)		основные требования к реферату и его защите выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём реферата; имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы
Удовлетворительно (пороговый уровень)		имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты

		отсутствует вывод
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы

Таблица 5.

#### Оценивание ответа на зачете

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Таблица 6.

#### Оценивание ответа на экзамене

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.

«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

**Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов**  
**Контрольная работа №1**

1. Обед в университетской столовой состоит из трех блюд. Первое блюдо в меню может быть выбрано 5 способами, второе блюдо — 4, а третье блюдо — 3. Сколько дней студент может съедать новый обед, если любая комбинация блюд возможна, и один обед от другого должен отличаться хотя бы одним блюдом?
2. Пятеро гостей случайным образом рассаживаются за Столом, Сколькими способами можно их рассадить так, чтобы хотя бы 2 гостя поменялись местами {изменился порядок}?
3. Десять участников финала разыгрывают! одну золотую, одну серебряную и одну бронзовую медали. Сколькими способами эти награды могут быть распределены между спортсменами?
4. В полуфинальном забеге участвуют десять спортсменов, Три спортсмена» показавшие лучший результат, попадают в финал. Сколько существует различных троек финалистов?
5. Для автомобильных номеров используются 10 цифр и 28 букв. Каждый номер состоит из 3 букв и 4 цифр. Какое максимальное число машин может получить номера при такой системе нумерации?
6. В цветочном киоске продается 10 наименований цветов. Покупатель желает приобрести букет из 5 цветов. Сколько существует комбинаций таких букетов

7. Имеется шестизначная кодовая комбинация, состоящая из трех цифр 1, 3, 5, в которой цифра 1 встречается один раз, цифра 3 два раза и цифра 5 — три раза. Сколько существует комбинаций таких наборов?
8. Описать пространство элементарных событий следующего опыта — брошены две игральные кости.
9. Имеется колода тщательно перемешанных карт (36 листов). Наугад вытаскивается одна карта. Сколько в среднем надо провести опытов, чтобы этой картой был туз пиковый?

10. Рассмотрим игру в преферанс, когда старшие 32 карты карточной колоды случайным образом распределяются между тремя игроками, получающими по 10 карт, и «прикупом», куда кладут 2 карты. Какова вероятность того, что в прикупе окажутся 2 туза?
11. Предположим, что один из играющих имеет 5 старших карт одной масти (черви), исключая даму. При объявлении ранга игры участнику приходится учитывать возможность образования у одного из вистующих — противников — комбинации из трех оставшихся червей. Какова вероятность этого события?
12. В поступившей партии из 30 швейных машинок 10 машинок имеют внутренние дефекты. Какова вероятность того, что из партии в пять наудачу взятых машинок три окажутся бездефектными?

### ***Контрольная работа №2***

1. Найти вероятность того, что сумма двух случайно выбранных чисел от -1 до 1 больше нуля, а их произведение отрицательно.
2. Из промежутка  $[0; 2]$  наудачу выбраны два числа  $x$  и  $y$ . Найти вероятность того, что эти числа удовлетворяют неравенству:

$$x^2 \leq 4y \leq 4x.$$

### ***Контрольная работа №3***

1. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность появления хотя бы одной шестерки?
2. Подбрасываются 2 монеты. Найдите вероятность выпадения на обеих монетах герба.
3. Прибор, работающий в течение времени  $t$ , состоит из трех узлов, каждый из которых независимо от других может в течение времени  $t$  отказать. Отказ хотя бы одного узла приводит к отказу прибора. За время  $t$  вероятность безотказной работы узлов соответственно равна: 0,8; 0,9; 0,7. Какова надежность прибора (вероятность безотказной работы) за время  $t$ ?
4. Экзаменуемым по теории вероятностей было предложено 34 билета. Студент дважды извлекает по одному билету из предложенных (не возвращая их). Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен, если он подготовил лишь 30 билетов и в первый раз вытянул «неудачный» билет?

5. Имеются три одинаковые урны. В первой урне находятся два белых и один черный шар. Во второй урне — три белых и один черный, а в третьей урне — два белых и два черных. Какова вероятность того, что некто подойдет и из произвольной урны извлечет белый шар?
6. Представим себе странника, идущего из некоторого пункта О и на разветвлении дорог выбирающего наугад один из возможных путей. Какова вероятность того, что странник из пункта О попадет в пункт А?

#### ***Контрольная работа № 4***

1. Прибор может собираться из высококачественных деталей и из деталей обычного качества, 40 % приборов собирается из высококачественных деталей, и их надежность за время  $t$  равна 95 %. Приборы из обычных деталей за время  $t$  имеют надежность 0,7. Прибор испытан и за время  $t$  работал безотказно. Какова вероятность того, что он собран из высококачественных деталей?
2. В урне находятся три шара белого и черного цвета, причем распределение числа шаров по цветам неизвестно. В результате испытания из урны извлекли один шар. а) Сформулируйте гипотезы о содержимом урны до испытания и укажите их вероятности. б) Найдите вероятности гипотез после испытания, состоящего в извлечении из урны белого шара.
3. Три организации представили в налоговую инспекцию отчеты для выборочной проверки. Первая организация представила 15 отчетов, вторая — 10, третья — 25. Вероятности правильного оформления отчетов у этих организаций известны и соответственно равны: 0,9; 0,8 и 0,85. Наугад был выбран один отчет, и он оказался правильным, Какова вероятность того, что этот отчет принадлежит второй организации?

#### **Вопросы к зачёту:**

1. Случайные явления.
2. Статистический подход к понятию вероятности.
3. Классическая вероятность.
4. Геометрическая вероятность.
5. Парадокс де Мере.
6. Элементы комбинаторики: правило суммы и произведения; размещения, сочетания с повторением и без повторения, перестановки.
7. Схема случайного выбора с возвращением и без возвращения. Примеры.
8. Элементарные и случайные события.
9. Определения невозможного, достоверного событий, сумм, произведения, разности событий, противоположного события.

10. Понятие алгебры и сигма-алгебры событий.
11. Алгебраические операции над событиями.
12. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства. Примеры соответствующих пространств.
13. Понятие измеримого пространства.
14. Дополнительная аксиома непрерывности.
15. Аксиоматика Колмогорова.
16. Доказательство теоремы об эквивалентности аксиомы непрерывности (плюс конечной аддитивности) и аксиомы сигма-аддитивности.
17. Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.
18. Условная вероятность. Независимость событий.
19. Попарная независимость и независимость в совокупности. Пример С.Н. Бернштейна.
20. Вероятность произведения событий.
21. Независимость алгебр и сигма-алгебр.
22. Схема Бернулли как вероятностное пространство, описывающее независимые опыты.
23. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
24. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.
25. Обсуждение скорости сходимости и исследование различных вероятностей "успеха" в независимых испытаниях Бернулли.
26. Область применения доказанных предельных теорем.
27. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
28. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный.
29. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.
30. Математическое ожидание и его свойства для случаев дискретного и непрерывного распределений случайных величин.
31. Дисперсия и ее свойства. Моменты.
32. Коэффициенты асимметрии и эксцесса.
33. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышёва, правило "трёх сигм".
34. Задача регрессии. Условное математическое ожидание.
35. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Примеры случайных векторов.
36. Многомерные распределения.
37. Свойства совместных функции распределения и функции плотности.
38. Критерий независимости случайных величин.
39. Свойства независимых случайных величин.
40. Свертка функций распределения и функций плотности.
41. Смешанные моменты второго порядка для случайных величин.

#### Вопросы к экзамену:

42. Случайные явления.
43. Статистический подход к понятию вероятности.
44. Классическая вероятность.
45. Геометрическая вероятность.
46. Парадокс де Мере.

47. Элементы комбинаторики: правило суммы и произведения; размещения, сочетания с повторением и без повторения, перестановки.
48. Схема случайного выбора с возвращением и без возвращения. Примеры.
49. Элементарные и случайные события.
50. Определения невозможного, достоверного событий, сумм, произведения, разности событий, противоположного события.
51. Понятие алгебры и сигма-алгебры событий.
52. Алгебраические операции над событиями.
53. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства. Примеры соответствующих пространств.
54. Понятие измеримого пространства.
55. Дополнительная аксиома непрерывности.
56. Аксиоматика Колмогорова.
57. Доказательство теоремы об эквивалентности аксиомы непрерывности (плюс конечной аддитивности) и аксиомы сигма-аддитивности.
58. Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.
59. Условная вероятность. Независимость событий.
60. Парная независимость и независимость в совокупности. Пример С.Н. Бернштейна.
61. Вероятность произведения событий.
62. Независимость алгебр и сигма-алгебр.
63. Схема Бернулли как вероятностное пространство, описывающее независимые опыты.
64. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
65. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.
66. Обсуждение скорости сходимости и исследование различных вероятностей "успеха" в независимых испытаниях Бернулли.
67. Область применения доказанных предельных теорем.
68. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
69. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный.
70. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.
71. Математическое ожидание и его свойства для случаев дискретного и непрерывного распределений случайных величин.
72. Дисперсия и ее свойства. Моменты.
73. Коэффициенты асимметрии и эксцесса.
74. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышёва, правило "трёх сигм".
75. Задача регрессии. Условное математическое ожидание.
76. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Примеры случайных векторов.
77. Многомерные распределения.
78. Свойства совместных функции распределения и функции плотности.
79. Критерий независимости случайных величин.
80. Свойства независимых случайных величин.
81. Свертка функций распределения и функций плотности.
82. Смешанные моменты второго порядка для случайных величин.
83. Свойства ковариации и коэффициента корреляции.
84. Ковариационная и корреляционная матрицы, их свойства.
85. Многомерное нормальное распределение.



86. Некоррелированность и независимость случайных величин их соотношение.
87. Сходимость полиномиального распределения к многомерному нормальному распределению.
88. Предельные теоремы при минимальных условиях на случайные величины.
89. Закон больших чисел Чебышёва.
90. Сходимость частоты числа "успехов" в схеме Бернулли. Обобщение теорем.
91. Следствия из предельных теорем.
92. Философские аспекты предельных теорем в теории вероятностей, примеры применения законов больших чисел в различных областях знаний.
93. Ковариация случайных величин. Коэффициент корреляции.
94. Функции распределения вероятностей СВ.
95. Плотность распределения вероятностей НСВ и ее свойства.
96. Нормальное распределение: а) числовые характеристики; б) вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины; в) правило трех сигм.
97. Понятие о теореме Ляпунова.
98. Оценка отклонения теоретического распределения от нормального.
99. Функция одного случайного аргумента и ее распределение.
100. Математическое ожидание функции одного случайного аргумента.
101. Функция 2-х случайных аргументов. Устойчивость нормального распределения: а) Распределение «Хи-квадрат»; б) Распределение Стьюдента.
102. Системы 2-х случайных величин: а) Закон распределения вероятностей дискретной СВ; б) функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
103. Плотность совместного распределения вероятностей НСВ (двумерная плотность).
104. Вероятностный смысл двумерной СВ.
105. Свойства двумерной плотности вероятности.
106. Отыскания плотностей вероятности составляющих двумерной СВ.
107. Условные законы распределения составляющих системы дискретных СВ и НСВ.
108. Условное математическое ожидание.
109. Числовые характеристики систем двух СВ.
110. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.
111. Нормальный закон распределения на плоскости.
112. Линейная регрессия, линейная корреляция, нормальная корреляция.
113. Выборочный метод. Задачи математической статистики.
114. Генеральная и выборочная совокупность. Способы отбора.
115. Статистическое распределение выборки.
116. Эмпирическая функция распределения.
117. Полигон и дистограмма.
118. Статистические оценки параметров распределения. Выборочная средняя.
119. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних.
120. Групповая и общая средняя. Выборочная дисперсия.
121. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном  $\sigma$ , для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном  $\sigma$  (альфа), для оценки среднего квадратичного отклонения нормального распределения.
122. Метод наибольшего правдоподобия. Другие характеристики вариационного ряда.
123. Методы расчета сводных характеристик выборки: а) условные варианты; б) условные эмпирические моменты; в) метод произведений для вычисления выборочных средней и дисперсий.

**Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений**

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой