

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
Кафедра «Информационные системы и технологии»**

**СОГЛАСОВАНО**

Руководитель образовательной программы

\_\_\_\_\_/М.Х. Мальсагов  
«20» мая 2024г.

**УТВЕРЖДАЮ**

И.о. декана физико-математического  
факультета

\_\_\_\_\_/Б.С.Кульбужев  
«23» мая 2024г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Б1.В.ДВ.03.01 «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

**Направление подготовки**

**09.03.02 Информационные системы и технологии**

**Направленность (профиль подготовки)**

**Информационные системы и технологии**

**Квалификация выпускника**

**Бакалавр**

**Форма обучения**

**Очная, заочная, очно-заочная**

## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

В процессе освоения образовательной программы компетенции формируются по следующим этапам:

начальный этап дает общее представление о виде деятельности, основных закономерностях функционирования объектов профессиональной деятельности, методов и алгоритмов решения практических задач;

основной этап позволяет решать типовые задачи, принимать профессиональные и управленческие решения по известным алгоритмам, правилам и методикам;

завершающий этап предполагает готовность решать практические задачи повышенной сложности, нетиповые задачи, принимать профессиональные и управленческие решения в условиях неполной определенности, при недостаточном документальном, нормативном и методическом обеспечении.

При освоении дисциплины (модуля) компетенции, закрепленные за ней, реализуются по темам (разделам) дисциплины (модуля), в определенной степени (полностью или в оговоренной части) и на определенном этапе, что приведено в таблице 1.

**Таблица 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы**

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
УК-6	УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК 6.1: Использует инструменты и методы управления временем при выполнении конкретных задач, проектов при достижении поставленных целей; УК 6.2: Определяет приоритеты собственной деятельности, личностного развития и профессионального роста. УК 6.3: Оценивает требования рынка труда и предложения образовательных услуг для выстраивания траектории собственного	Знать: Цели и задачи научных исследований по направлению деятельности, базовые принципы и методы их организации; основные источники научной информации и требования к представлению информационных материалов; способы определения видов и типов профессиональных задач, структурирование задач различных групп, формулировка известных утверждений, следствий из них

		<p>профессионального роста; профессиональную карьеру и определяет стратегию профессионального развития</p>	<p>Уметь: Составлять общий план работы по заданной теме, предлагать методы и способы обработки результатов, проводить исследования по согласованному с руководителем плану, представлять полученные результаты, выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов задач, встречающихся в математике.</p>
--	--	--	--

ОПК-1	<p>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1. Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.</p> <p>ОПК-1.2. Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования.</p>	<p>Владеть: систематическими знаниями по направлению деятельности; углубленными знаниями по выбранной направленности подготовки, базовыми навыками проведения научно-исследовательских работ по предложенной теме.</p>
-------	--	--	--

## 2. Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	<p>Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.</p>
«Не зачтено»	<p>Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.</p>

### **3. Методические указания по организации самостоятельной работы**

Самостоятельная работа является одним из видов учебной деятельности обучающихся, способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине осуществляется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия.

Виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы, их характер, учитывать специфику изучаемой учебной дисциплины, индивидуальные особенности обучающегося.

Контроль самостоятельной работы и оценка ее результатов организуется как единство двух форм:

- 1.самоконтроль и самооценка обучающегося;
- 2.контроль и оценка со стороны преподавателя.

#### **Организация и руководство аудиторной самостоятельной работы**

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Основными видами аудиторной работы самостоятельной работы являются:

- выполнение лабораторных и практических работ осуществляется на лабораторных и практических занятиях в соответствии с графиком учебного процесса. Для обеспечения самостоятельной работы преподавателями разрабатываются методические указания по выполнению лабораторной /практической работы.

Работа с литературой, другими источниками информации, в т.ч. электронными, может реализовываться на семинарских и практических занятиях. Данные источники информации могут быть представлены на бумажном и/или электронном носителях, в том числе, в сети Интернет.

Преподаватель формулирует цель работы с данным и источником информации, определяет время на проработку документа и форму отчетности.

Само и взаимопроверка выполненных заданий чаще всего используется на семинарском, практическом и других видах занятий. Проблемная /ситуационная задача должна иметь четкую формулировку, к ней должны быть поставлены вопросы, ответы на которые необходимо найти и обосновать. Критерии оценки правильности решения проблемной/ситуационной задачи должны быть известны всем обучающимся.

#### **Организация и руководство внеаудиторной работы**

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

При предъявлении видов заданий на внеаудиторную самостоятельную работу рекомендуется использовать дифференцированный подход к уровню подготовленности обучающегося. Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель проводит консультацию с определением цели задания, его содержания, сроков выполнения, ориентировочного объема работы, основных требований к результатам работы, критериев оценки, форм контроля и перечня литературы. В процессе консультации преподаватель предупреждает о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания.

Для методического обеспечения и руководства самостоятельной работой в образовательном учреждении разрабатываются учебные пособия, методические рекомендации по самостоятельной подготовке к различным видам занятий с учетом специальности учебной дисциплины, особенностей контингента студентов, объема и содержания самостоятельной работы, форм контроля и т.п.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня подготовленности обучающихся.

Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть:

- для овладения знаниями: чтения текста; составления плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочникам; учебно-исследовательская работа; использование аудио и видеозаписей, компьютерной техники и Интернет ресурсов и др.;

- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции; повторная работа над учебным материалом; составление плана, тезисов ответа; составление таблиц, ребусов, кроссвордов, глоссария для систематизации учебного материала; изучение словарей, справочников; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста; подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции; подготовка рефератов, докладов; составление биографий, заданий в тестовой форме и др.

- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; составление схем; решение ситуационных производственных задач; подготовка к деловым и ролевым играм; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности, подготовка презентаций, творческих проектов; подготовка курсовых и выпускных работ; опытно-экспериментальная работа; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности и др.

Для обеспечения внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине преподавателем разрабатывается перечень заданий для самостоятельной работы, который необходим для эффективного управления данным видом учебной деятельности обучающихся.

Преподаватель осуществляет управление самостоятельной работой, регулирует ее объем на одно учебное занятие и осуществляет контроль выполнения всеми студентами группы. Для удобства преподаватель может вести ведомость учета выполнения минимума заданий, необходимые для допуска к итоговой аттестации по дисциплине.

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Студент самостоятельно определяет режим своей внеаудиторной работы и меру труда, затрачиваемого на овладение знаниями и умениями по каждой дисциплине, выполняет внеаудиторную работу по индивидуальному плану, в зависимости от собственной подготовки, бюджета времени и других условий.

Ежедневно студент должен уделять выполнению внеаудиторной самостоятельной работы в среднем не менее 3 часов.

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультацией с целью уточнения задания, формы контроля выполненного задания.

#### **4. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов**

##### **Перечень примерных вопросов и заданий для самостоятельной работы:**

1. Какое уравнение называется обыкновенным дифференциальным уравнением? Порядок дифференциального уравнения. Что называют решением дифференциального уравнения?

2. Какое уравнение называется уравнением первого порядка в частных производных? Понятие полного интеграла. Линейные и нелинейные задачи.
3. Геометрическая интерпретация уравнения первого порядка и его решения. Поле направлений, интегральные кривые О.Д.У.?
4. Какое уравнение называется уравнением с разделяющимися переменными? Метод решения дифференциального уравнения с разделяющимися переменными?
5. Какие уравнения первого порядка называются линейными? Линейные однородные и неоднородные уравнения? Методы их решения. Уравнение Бернулли и его решение?
6. Какое дифференциальное уравнение называется однородным уравнением первого порядка? Методы его решения.
7. что такое полный дифференциал? Уравнения в полных дифференциалах? Методы их решения.
8. что такое математическая модель? Этапы построения математической модели процесса или явления? Примеры простейших моделей на базе дифференциальных уравнений первого порядка?
9. простейшие уравнения высших порядков и их решения методом понижения порядка?
10. линейные дифференциальные уравнения второго порядка и их решения? Какие линейные уравнения называются однородными и неоднородными? Теорема о структуре решения линейного однородного и неоднородного уравнения? Решения неоднородного уравнения в случае специальной правой части, методом вариации произвольных постоянных?
11. математические модели на базе уравнений второго порядка? Примеры моделей. Краевые задачи.

### **Вопросы к зачету:**

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений – порядок уравнения, геометрическая интерпретация уравнения и его решения, и т.д. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
2. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, стандартный вид и методы решения.
3. Линейные уравнения первого порядка-стандартный вид и методы решения. Уравнение Бернулли.
4. Однородные дифференциальные уравнения – стандартный вид и методы их решения.
5. Уравнения в полных дифференциалах - стандартный вид и методы их решения.
6. Простейшие уравнения первого порядка не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро-стандартный вид и методы их решения.

7. Простейшие уравнения высших порядков-стандартный вид и методы их решения.
8. Линейные однородные уравнения второго порядка-теорема о строении решения и методы его решения.
9. Линейные неоднородные уравнения второго порядка –теорема о строении общего решения и методы решения вариацией произвольных постоянных.
10. Линейные неоднородные уравнения со специальной правой частью.
11. Общие понятия о системах дифференциальных уравнений. Нормальные системы дифференциальных уравнений.
12. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка. Классификация краевых задач-линейная, однородная и неоднородная краевая задача.
13. Приближенное интегрирование систем дифференциальных уравнений и уравнений высших порядков. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов.
14. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка. Уравнения линейные относительно производных (частные случаи интегрирования).

## **Контрольные и индивидуальные задания**

### **Образцы индивидуальных заданий**

#### **Дифференциальные уравнения первого порядка**

1. С помощью изоклин изобразить схематически решение уравнения  

$$2(y + y') = x + 2.$$
2. Решить уравнения, при необходимости сведя их к уравнениям с разделяющимися переменными
  1.  $(x^3 + 2x)y^2 dy = x dx$ ;    2.  $dy = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}} dx$ ;    3.  $\frac{y'}{y} = x \cos^2 y$ ;
  4.  $y'x^2e^y = e^{-y}$ ,  $y(1) = 0$ ;    5.  $2(x + y)dy + (3x + 3y - 1)dx = 0$ ,  $y(0) = 2$ .
3. Решить однородные уравнения
  1.  $x^2 y' - y^2 = 2x^2$ ;    2.  $xy' = y(\ln y - \ln x)$ ;    3.  $xydy - y^2 dx = (x + y)^2 e^{-y/x} dx$ ;
  4.  $y' = \frac{x + 2y - 3}{4x - y - 3}$ ;    5.  $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$ ,  $y(0) = 1$ .
4. Решить уравнения, при необходимости сведя их к линейным

1.  $y' + 2xy = xe^{-x^2}$ ; 2.  $2ydx + (y^2 - 6x)dy = 0$ ; 3.  $xy' = y + x^2 \cos x$ ;  
 4.  $(x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x$ ,  $y(2) = 1,5$ ; 5.  $y' + 2xy = xe^{-x^2} \sin x$ ,  $y(0) = 1$ .

5. Решить уравнение Бернулли

1.  $y' = x^3 y^3 - xy$ ; 2.  $xy + 2y = x^5 y$ ; 3.  $2(xy' + y) = y^2 \ln x$ ,  $y(1) = 2$ .

6. Решить уравнение в полных дифференциалах

1.  $(y + \frac{2}{x^2})dx + (x + \frac{3}{y^2})dy = 0$ ; 2.  $\frac{3x^2 + y}{y^2} dx = \frac{2x^3 + xy + 2y^3}{y^3} dy$ .

7. Найти интегрирующий множитель и общее решение уравнения

$$(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2ydy = 0.$$

8. Определить тип уравнения и указать способ его решения:

1.  $xy' - xe^{x/y} = 2$ ; 2.  $xydx + (x+1)dy = 0$ ; 3.  $xy' + 3xy^3 = 2y$ ;

4.  $dy + (3y - e^{3x})dx = 0$ ; 5.  $(x^3 + y^2)dx + 2xydy = 0$ .

9. Найти общее и особое (если оно существует) решения уравнений

1.  $(xy^2 + x)dx + (y^3 - x^3 y^3)dy = 0$ ; 2.  $xy' + y = y^2$ ; 3.  $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$ ;

4.  $y' = \frac{y}{x}(1 + \ln y - \ln x)$ ; 5.  $xe^{y^2} dx + (x^2 ye^{y^2} + y^2 y)dy = 0$ .

10. Решить задачу Коши

1.  $y' + \frac{2x}{1+x^2} y = \frac{2x^2}{1+x^2}$ ,  $y(0) = \frac{2}{3}$ ; 2.  $3y' + 2xy = 2xy^{-2} e^{-2x^2}$ ,  $y(0) = 1$ ;

3.  $ydx = (3y \cos 2y - 2y^2 \sin 2y - x)dy$ ,  $y(16) = \pi$ .

11. Решить уравнения

1.  $y = x + y' - \ln y'$ ; 2.  $x[(y')^2 - 1] = 2y'$ ; 3.  $y = xy' - (y')^2$ .

## Дифференциальные уравнения высших порядков

1. Решить уравнения, понизив их порядок

1.  $y'' + 2xy' = 0$ ; 2.  $(y-1)y'' = 2(y')^2$ ;

3.  $y''' + 3y'y'' = 0$ ; 4.  $yy'' = 2x(y')^2$ ,  $y(2) = 2$ ,  $y'(2) = 0,5$ .

1. Найти общее решение уравнения

1.  $y'' - 2y' + 4y = 0$ ; 2.  $y'' + 6y' + 9y = 0$ ; 3.  $y'' + 4y = 0$ .

2. Решить задачу Коши



$$1. 3y'' - 2y' - 8y = 0, y(1) = 1, y'(1) = 2; \quad 2. y'' + y = 0, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2, y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1.$$

3. Найти общее решение уравнения

$$2y'' + y' - y = f(x),$$

если

$$1. f(x) = 3x^2 - 1; \quad 2. f(x) = 3e^{-x}; \quad 3. f(x) = 2\sin x; \quad 4. f(x) = e^x \cos 2x.$$

4. Найти решение задачи Коши

$$y'' + \frac{1}{4}y = \frac{1}{4}\frac{x}{2}, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2, y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2},$$

методами Лагранжа и Коши.

5. Найти общее решение

$$1. y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x + 20)e^x; \quad 2. y^{(4)} - y''' = 5(x + 2)^3;$$

$$3. (4x + 3)^2 y'' + (4x + 3)y' - 16y = 0; \quad 4. x^2 y'' - 3xy' + 3y = -\ln x.$$

## Системы дифференциальных уравнений

1. Найти решения линейных систем

$$1) \begin{cases} \dot{x} = -8x + 4y \\ \dot{y} = 3x - 4y \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \dot{x} = 6x + 5y \\ \dot{y} = -x + 2y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 0 \\ y(0) = 1. \end{matrix}$$

$$3) \begin{cases} \dot{x} = 5x - 2y \\ \dot{y} = 2x + y \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \dot{x} = 6x + 4y + 2t \\ \dot{y} = -x + 10y - 1 \end{cases}.$$

2. Решить систему дифференциальных уравнений методом Лагранжа

$$\begin{cases} x' = -4x + y, \\ y' = -6x + y + \frac{1}{1 + e^{2t}}. \end{cases}$$

3. Решить разными методами (или методом исключений, или методом Эйлера, или матричным методом) две системы дифференциальных уравнений  $\vec{x}' = A\vec{x}$ , где

$$1) A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 5; \quad 2) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & -4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \lambda_1 = -2, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 2.$$

Записать матрицант каждой системы и найти их фундаментальные системы решений.

4. Решить систему дифференциальных уравнений

$$x'' - y'' + y' + x - 3y = 0,$$

$$4y'' - 2x'' - x' - 2x + 5y = 0.$$

### **Образцы контрольных заданий**

#### **Контрольная работа по теме**

#### **«Дифференциальные уравнения первого порядка»**

#### **Вариант № 1**

I. Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

1.  $(y + y \ln x)dx - (x - xy)dy = 0.$

2.  $y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2x^2}{1+x^2}.$

3.  $(xy^2 + \frac{x}{y^2})dx + (x^2y - \frac{x^2}{y^3})dy = 0.$

II. Найти частные решения

1.  $xy' - y = x \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right), \quad y(1) = 1.$

2.  $e^y dx = (2y - xe^y)dy, \quad y(-1) = 0.$

#### **Контрольная работа по теме**

#### **«Дифференциальные уравнения высших порядков»**

#### **Вариант №1**

I. Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

1.  $y'' = y' + x.$

2.  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}.$

**II. Решить задачу Коши:**

1.  $yy'' + (y')^2 = 0$ .  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 1$ .

2.  $y'' - y' = e^{-x} + 2x$ .  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ .

**Контроль освоения компетенций**

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые разделы	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Аудиторная контр. работа (проверка и оценка)	Раздел 1-Раздел 3 в 3-м семестре	УК-6, ОПК-1
2	Тестирование. Подготовка к тестированию (оценка результатов)	Раздел 1-Раздел 3 в 3-м семестре	УК-6, ОПК-1
3	Самостоятельное решение практических заданий (аудиторная)	Раздел 1-Раздел 3 в 3-м семестре	УК-6, ОПК-1
4	Теоретический тест	Раздел 1-Раздел 3 в 3-м семестре	УК-6, ОПК-1
5	Экзамен во третьем семестре	Раздел 1- Раздел 3	УК-6, ОПК-1