

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКА

СОГЛАСОВАНО

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы

Декан физико-математического факультета

_____/ Нальгиева М. А.
от « 21 » 05 2024г.

_____/ Кульбужев Б. С.
от « 21 » 05 2024г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»
(индекс дисциплины по учебному плану, наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки –
03.03.02 **Физика**
(код, наименование)

Направленность: **Физика**

Квалификация выпускника – *бакалавр физики*

Форма обучения очная

Магас, 2024

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ, ФОРМИРУЕМЫХ ДИСЦИПЛИНОЙ

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
УК-1.	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие; УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи; УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов; УК-1.4. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения; УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	Знать теоретические основы, основные понятия, законы и модели основных разделов физики; Уметь понимать, излагать и критически анализировать физическую информацию. Пользоваться теоретическими основами, законами и моделями физики; Владеть физическими и математическими методами обработки и анализа информации в области основных разделов физики.
ОПК-1	Способен применять базовые знания в области физико-математических и естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями в области физико-математических наук, необходимыми для решения профессиональных задач. ОПК-1.2. Аргументированно применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера. ОПК-1.3. Обладает навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, решения профессиональных задач в области физики и смежных с ней естественнонаучных дисциплин.	Знает физические основы механики, молекулярной физики, природу колебаний и волн, основы термодинамики, электричества и магнетизма, оптики, основы атомной и ядерной физики, понимает широту и ограниченность применения физики исследованию процессов и явлений в природе и обществе. Умеет использовать теоретические знания при объяснении результатов экспериментов, применять знания в области физики для

			<p>освоения общепрофессиональных дисциплин и решения профессиональных задач, оценивает достоверность полученного решения задачи.</p> <p>Владеет навыками физических исследований, способен передавать результат проведенных исследований в виде конкретных рекомендаций в терминах предметной области знания.</p>
--	--	--	---

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных

	заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации.

Вопросы и задания для контроля работы студентов по дисциплине.

Вариант -1.

1. Решить систему линейных уравнений:

- а) методом Крамера;
 б) методом Гаусса;
 в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 2x - y = 0 \\ -x + y + z = 0 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 2x & -2 \\ 7 & x \end{vmatrix} > 5.$$

3. Вычислить определитель:

- а) по определению;
 б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 5 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -8 & -13 & -14 & -3 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 10 & 8 & 12 & 6 \\ 1 & 0 & 5 & 6 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B + 2 \cdot C^T = 3 \cdot x$$

Вариант -2.

1. Решить систему линейных уравнений:

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1 \\ x - 2y + 4z = 3 \\ 3x - y + 5z = 2 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Вычислить определитель:

- а) по определению;
- б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 9 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 5 & 5 \\ 3 & 5 & 6 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D^2 - 3 \cdot A \cdot C = 2 \cdot x^T.$$

Вариант -3.

1. Решить систему линейных уравнений:

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 17 & -7 \\ -1 & 13 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 7x^2 + 9x - 4 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & 2 & 8 \\ -1 & 0 & -4 & -1 \\ -2 & -4 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B \cdot E)^2 + C \cdot A = 4 \cdot x^T$$

Вариант -4.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -3x + y + 2z = 0 \\ x + 4y + 3z = 2 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 16 \\ 0 & -1 & 10 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 3x^2 + 3x - 7 \quad \text{и} \quad A = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -3 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C \cdot A - 2 \cdot B^T = \frac{1}{3} \cdot x.$$

Вариант -5.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ x - y + z = b \\ x + y - z = c \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = -x^2 - 2x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 5 \\ 5 & 7 & -11 \\ 6 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B \cdot C)^T + 2 \cdot A = \frac{1}{2} \cdot x$$

Вариант -6.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 0 & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix} < 1.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} ax & a^2 + x^2 & 1 \\ ay & a^2 + y^2 & 1 \\ az & a^2 + z^2 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = -3x^2 - 3x + 7 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4 \cdot (D \cdot A)^T + C = 4 \cdot x$$

Вариант -7

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - 4y + 9z = 28 \\ 7x + 3y - 6z = -1 \\ 7x + 9y - 9z = 5 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & x-1 \end{vmatrix} > 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} m+a & m-a & a \\ m+a & 2n-a & a \\ a & -a & a \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 9x^2 + 2x + 10 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & -7 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot B^2 + A^T \cdot C^T = E \cdot x$$

Вариант -8.

1. Решить систему линейных уравнений:

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - 3y + 2z = 2 \\ 3xy + z = 8 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 2x \\ 8 & 10 & -1 \\ 2 & -6 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Вычислить определитель:

- а) по определению;
- б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = -7x^2 - 7x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A^T - 3 \cdot C = 5 \cdot x$$

Вариант -9.

1. Решить систему линейных уравнений:

- а) методом Крамера;
 б) методом Гаусса;
 в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x - y + z = a \\ x + y - z = b \\ -x + y + z = c \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 3-x & 2 & -8 \\ 6 & -1 & -x \\ 5 & 1 & x+2 \end{vmatrix} = 10.$$

3. Вычислить определитель:

- а) по определению;
 б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 12 & 6 & -4 \\ 6 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = -9x^2 + 5x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -7 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(A \cdot B)^T - 3 \cdot C = x$$

Вариант -10.

1. Решить систему линейных уравнений:

- а) методом Крамера;
б) методом Гаусса;
в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 4 & x+4 & -1 \\ 2 & 4 & 6 \\ 10 & -9 & x+2 \end{vmatrix} > -3.$$

3. Вычислить определитель:

- а) по определению;
б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = -8x^2 - 7x + 3 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B - E)^T = C \cdot A + 2 \cdot x$$

Вопросы к коллоквиуму в 1 семестре

1. Множества, способы задания множеств, операции над множествами.
2. Свойства операций над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений на множестве.
4. Отношение эквивалентности: определение, классы эквивалентности, фактор-множество. Примеры.
5. Отношение порядка: определение, свойства, примеры.
6. Функциональные отношения: определение, свойства, примеры.
7. Отображения. Обратимые отображения. Композиция отображений.
8. Методы математической индукции. Примеры.

9. Бинарные операции: определение, виды бинарных операций, нейтральные элементы, симметричные элементы.
10. Группа: определение, свойства, примеры.
11. Подгруппа: определение, примеры. Изоморфизм групп. Примеры.
12. Кольцо: определение, свойства, примеры.
13. Поле: определение, свойства, примеры.
14. Упорядоченное поле.
15. Поле комплексных чисел (построение)

Вопросы для собеседования в 1 семестре.

1. Свойства операций над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.
2. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений на множестве.
3. Отношение эквивалентности: определение, классы эквивалентности, фактор-множество. Примеры.
4. Отношение порядка: определение, свойства, примеры.
5. Функциональные отношения: определение, свойства, примеры.
6. Отображения. Обратимые отображения. Композиция отображений.
7. Методы математической индукции. Примеры.
8. Бинарные операции: определение, виды бинарных операций, нейтральные элементы, симметричные элементы.
9. Группа: определение, свойства, примеры.
10. Подгруппа: определение, примеры. Изоморфизм групп. Примеры.
11. Кольцо: определение, свойства, примеры.
12. Поле: определение, свойства, примеры

Вопросы к зачету в 1 семестре

1. Множества, способы задания множеств, операции над множествами.
2. Свойства операций над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений на множестве.
4. Отношение эквивалентности: определение, классы эквивалентности, фактор-множество. Примеры.
5. Отношение порядка: определение, свойства, примеры.
6. Функциональные отношения: определение, свойства, примеры.
7. Отображения. Обратимые отображения. Композиция отображений.
8. Методы математической индукции. Примеры.
9. Бинарные операции: определение, виды бинарных операций, нейтральные элементы, симметричные элементы.
10. Группа: определение, свойства, примеры.
11. Подгруппа: определение, примеры. Изоморфизм групп. Примеры.
12. Кольцо: определение, свойства, примеры.
13. Поле: определение, свойства, примеры.
14. Упорядоченное поле.
15. Поле комплексных чисел (построение)
16. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
17. Возведение в степень и извлечение корня n -ой степени из комплексного числа.
18. Корни n -ой степени из 1. Первообразные корни n -ой степени из 1.
19. Системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений.
20. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
21. Однородные системы линейных уравнений. Свойства решений СЛОУ.
22. Векторное пространство: определение, свойства, примеры.

23. Линейная зависимость и независимость векторов: определение, свойства.
24. Дальнейшие свойства линейной зависимости.

Вопросы к коллоквиуму во 2 семестре

1. Строчечный и столбцовый ранги матрицы.
2. Элементарные преобразования матриц.
3. Операции над матрицами.
4. Свойства операций над матрицами.
5. Фактор-группа: построение, определение, свойства, примеры.
6. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу.
7. Вычисление обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
8. Свойства решений системы линейных однородных уравнений.
9. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений.
10. Нормальный делитель группы: определения и их равносильность.
11. Свойства нормальных делителей.
12. Доказать, что $E_n = L + LL$
13. Обратная матрица.
14. Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований.
15. Доказать, что $\dim(L_1 + L_2) = \dim L_1 + \dim L_2 - \dim L_1 \cap L_2$

Вопросы для собеседования во 2 семестре

1. Любые ли матрицы можно сложить, перемножить?
2. Всякая ли матрица обратима? Сформулируйте необходимое условие.
3. Перечислите свойства сложения матриц.
4. Перечислите свойства умножения матрицы на скаляр.
5. Перечислите свойства умножения матриц.
6. Перечислите свойства обратимых матриц.
7. Дайте определение перестановки, операции над подстановками.
8. Свойства умножения подстановок.
9. Чему равно количество перестановок элементов конечного множества?
10. Дайте понятие определителя квадратной матрицы.
11. Перечислите свойства определителей.
12. Докажите, что определитель меняет знак при перестановке строк.
13. Обоснуйте правило треугольников для определителей третьего порядка.

Вопросы к зачету во 2 семестре

1. Строчечный и столбцовый ранги матрицы.
2. Элементарные преобразования матриц.
3. Операции над матрицами.
4. Свойства операций над матрицами.
5. Фактор-группа: построение, определение, свойства, примеры.
6. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу.
7. Вычисление обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
8. Свойства решений системы линейных однородных уравнений.
9. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений.
10. Нормальный делитель группы: определения и их равносильность.
11. Свойства нормальных делителей.
12. Доказать, что $E_n = L + Lx$
13. Обратная матрица.

14. Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований.
15. Доказать, что $\dim(L_1 + L_2) = \dim L_1 + \dim L_2 - \dim L_1 \cap L_2$
16. Процесс ортогонализации.

Вопросы к экзамену 2 семестр.

1. Строчечный и столбцовый ранги матрицы. Элементарные преобразования матриц.
2. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы.
3. Критерий совместности системы линейных уравнений. Число решений системы линейных уравнений.
4. Теоремы об изоморфизме конечной циклической группы и группы корней n -ой степени из 1, бесконечной циклической группы и группы $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$
5. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами.
6. Теорема Лагранжа. Следствия.
7. Теорема о ранге произведения матриц.
8. Фактор-группа: построение, определение, свойства, примеры.
9. Перестановки и подстановки. Чётность перестановки.
10. Гомоморфизмы групп: определение, свойства. Ядро гомоморфизма.
11. Определитель квадратной матрицы: определение, простейшие свойства.
12. Пересечение и сумма подпространств. Примеры.
13. Миноры и алгебраические дополнения.
14. Прямая сумма подпространств: определение, признаки, примеры.
15. Теорема о ранге матрицы. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.
16. Евклидово векторное пространство: определение, свойства, примеры.
17. Вычисление обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
18. Ортогональное дополнение к подпространству: определение, свойства.
19. Группа: определение, простейшие свойства. Примеры.
20. Норма вектора: определение, свойства. Ортонормированный базис пространства.
21. Подгруппы. Необходимые и достаточные условия подгрупп.
22. Изоморфизм групп. Теорема Кэли.
23. Порядок элемента группы. Циклические группы.
24. Свойства решений системы линейных однородных уравнений. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений.
25. Смежные классы по подгруппе: определение, свойства, примеры.
26. Единичная матрица. Элементарные матрицы.
27. Нормальный делитель группы: определения и их равносильность. Свойства нормальных делителей.
28. Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований.
29. Теорема о гомоморфизмах (эпиморфизмах) групп.
- Подстановки n -ой степени. Свойства подстановок. Циклы.
30. Линейная оболочка системы векторов. Подпространство векторного пространства. Дальнейшие свойства определителей. Необходимое и достаточное условие равенства определителя нулю.
31. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу.
- Скалярное умножение векторов: определение, свойства, примеры.
32. Определитель произведения матриц.
33. Ортогональная система векторов. Ортогональный базис пространства. Процесс ортогонализации.
34. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.

Обобщённый закон ассоциативности.

35. Линейные отображения векторных пространств: определение, простейшие свойства, примеры. Способы задания линейных операторов. Матрица линейного оператора.

36. Связь между базисами векторного пространства. Связь между координатами вектора в различных базисах.

37. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Подобные матрицы. Равенство рангов подобных матриц.

38. Операции над линейными операторами. Алгебра линейных операторов. Образ, ядро, ранг, дефект линейного оператора. Невырожденные линейные операторы.

39. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов. Линейные операторы с простым спектром. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

Вопросы к коллоквиуму в 3 семестре

1. Свойства делимости в области целостности.
2. Свойства главных идеалов кольца. Простые и составные элементы области целостности.
3. Кольца главных идеалов, их свойства.
4. Факториальные кольца, их свойства. Примеры.
5. Евклидовы кольца. Свойства, примеры.
6. НОД в кольце главных идеалов, свойства.
7. НОК в кольце главных идеалов, свойства.
8. Построение кольца многочленов от одной переменной. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
9. Деление многочлена на двучлен. Теорема Безу. Схема Горнера.
10. Теорема о наибольшем возможном количестве корней многочлена.
11. Теорема о делении с остатком.
12. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД.

Вопросы для собеседования в 3 семестре

1. Неприводимые над полем многочлены. Свойства, примеры.
2. Формальная производная многочлена. Неприводимые кратные множители.
3. Кратные корни многочлена. Отделение кратных корней.
4. Построение кольца многочленов от нескольких переменных.
5. Лексикографическое упорядочение членов многочлена.
6. Симметрические многочлены. Основные леммы.
7. Основная теорема о симметрических многочленах. Алгоритм.
8. Многочлены над полем комплексных чисел. Леммы.
9. Многочлены над полем действительных чисел.
10. Решение уравнений 3 степени.
11. Решение уравнений 4 степени.
12. Отделение действительных корней многочлена. Теорема Штурма.
13. Многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.

Вопросы к экзамену 3 семестр.

1. Свойства делимости в области целостности.
2. Свойства главных идеалов кольца. Простые и составные элементы области целостности.
3. Кольца главных идеалов, их свойства.
4. Факториальные кольца, их свойства. Примеры.
5. Евклидовы кольца. Свойства, примеры.

6. НОД в кольце главных идеалов, свойства.
 7. НОК в кольце главных идеалов, свойства.
 8. Построение кольца многочленов от одной переменной. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
 9. Деление многочлена на двучлен. Теорема Безу. Схема Горнера.
- Теорема о наибольшем возможном количестве корней многочлена.
10. Теорема о делении с остатком.
- Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД.
11. Неприводимые над полем многочлены. Свойства, примеры.
- Формальная производная многочлена. Неприводимые кратные множители.
12. Кратные корни многочлена. Отделение кратных корней.
- Построение кольца многочленов от нескольких переменных.
13. Лексикографическое упорядочение членов многочлена.
 14. Симметрические многочлены. Основные леммы.
 15. Основная теорема о симметрических многочленах. Алгоритм.
 16. Результант многочленов. Исключение переменных с помощью результанта.
 17. Многочлены над полем комплексных чисел. Леммы.
 18. Основная теорема алгебры комплексных чисел.
 19. Многочлены над полем действительных чисел.
 20. Решение уравнений 3 степени.
 21. Решение уравнений 4 степени.
 22. Отделение действительных корней многочлена. Теорема Штурма.
 23. Многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.
 24. Простое алгебраическое расширение поля.
 25. Минимальный многочлен алгебраического над полем элемента, его свойства.
 26. Теорема о строении простого алгебраического расширения поля. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
 27. Конечное расширение поля. Теорема о конечном расширении.
 28. Составное алгебраическое расширение.
 29. Простота составного алгебраического расширения.