

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКА

СОГЛАСОВАНО

Руководитель образовательной программы

_____/ Нальгиева М. А.
от « 21 » 05 2024г.

УТВЕРЖДАЮ

Декан физико-математического факультета

_____/ Кульбужев Б. С.
от « 21 » 05 2024г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Векторный и тензорный анализ»
(индекс дисциплины по учебному плану, наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки –
03.03.02 Физика
(код, наименование)

Направленность: **Физика**

Квалификация выпускника – *бакалавр физики*

Форма обучения очная

Магас, 2024

Фонд оценочных средств по дисциплине «Векторный и тензорный анализ» включает все виды оценочных средств, позволяющих проконтролировать освоение обучающимися профессиональных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций, предусмотренных Федеральным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 Физика (квалификация «Бакалавр») и рабочей программой дисциплины «Векторный и тензорный анализ».

Назначение фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) составляется в соответствии с требованиями ФГОС ВО для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Векторный и тензорный анализ» на соответствие их учебных достижений поэтапным требованиям соответствующей основной профессиональной образовательной программы (ОПОП). ФОС является составной частью рабочей программы дисциплины.

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Векторный и тензорный анализ» включает в себя: перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОПОП; описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания; типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения ОПОП; методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Фонд оценочных средств сформирован на основе ключевых принципов оценивания:

- валидности: объекты оценки должны соответствовать поставленным целям обучения;
- надежности: использование единообразных стандартов и критериев для оценивания достижений;
- объективности: разные студенты должны иметь равные возможности добиться успеха.

Основными параметрами и свойствами ФОС являются:

- предметная направленность (соответствие предмету изучения конкретной учебной дисциплины);
- содержание (состав и взаимосвязь структурных единиц, образующих содержание теоретической и практической составляющих учебной дисциплины);
- объем (количественный состав оценочных средств, входящих в ФОС);
- качество оценочных средств и ФОС в целом, обеспечивающее получение объективных и достоверных результатов при проведении контроля с различными целями.

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ, ФОРМИРУЕМЫХ ДИСЦИПЛИНОЙ

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
УК-1.	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие; УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи;	Знать теоретические основы, основные понятия, законы и модели основных разделов физики; Уметь понимать, излагать и критически анализировать физическую

	для решения поставленных задач	<p>УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов;</p> <p>УК-1.4. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения;</p> <p>УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p>информацию. Пользоваться теоретическими основами, законами и моделями физики;</p> <p>Владеть физическими и математическими методами обработки и анализа информации в области основных разделов физики.</p>
<i>ОПК-1</i>	Способен применять базовые знания в области физико-математических и естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.	<p>ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями в области физико-математических наук, необходимыми для решения профессиональных задач.</p> <p>ОПК-1.2. Аргументированно применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера.</p> <p>ОПК-1.3. Обладает навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, решения профессиональных задач в области физики и смежных с ней естественнонаучных дисциплин.</p>	<p>Знает физические основы механики, молекулярной физики, природу колебаний и волн, основы термодинамики, электричества и магнетизма, оптики, основы атомной и ядерной физики, понимает широту и ограниченность применения физики исследованию процессов и явлений в природе и обществе.</p> <p>Умеет использовать теоретические знания при объяснении результатов экспериментов, применять знания в области физики для освоения общепрофессиональных дисциплин и решения профессиональных задач, оценивает достоверность полученного решения задачи.</p> <p>Владеет навыками физических исследований, способен передавать результат проведенных исследований в виде конкретных рекомендаций в терминах предметной области знания.</p>

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства задани оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа является одним из видов учебной деятельности обучающихся, способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине осуществляется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия.

Виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы, их характер, учитывать специфику изучаемой учебной дисциплины, индивидуальные особенности обучающегося.

Контроль самостоятельной работы и оценка ее результатов организуется как единство двух форм:

- 1.самоконтроль и самооценка обучающегося;
- 2.контроль и оценка со стороны преподавателя.

Организация и руководство аудиторной самостоятельной работы

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Основными видами аудиторной работы самостоятельной работы являются:

- выполнение лабораторных и практических работ осуществляется на лабораторных и практических занятиях в соответствии с графиком учебного процесса. Для обеспечения самостоятельной работы преподавателями разрабатываются методические указания по выполнению лабораторной /практической работы.

Работа с литературой, другими источниками информации, в т.ч. электронными, может реализовываться на семинарских и практических занятиях. Данные источники информации могут быть представлены на бумажном и/или электронном носителях, в том числе, в сети Интернет.

Преподаватель формулирует цель работы с данным и источником информации, определяет время на проработку документа и форму отчетности.

Само и взаимопроверка выполненных заданий чаще всего используется на семинарском, практическом и других видах занятий. Проблемная /ситуационная задача должна иметь четкую формулировку, к ней должны быть поставлены вопросы, ответы на которые необходимо найти и обосновать. Критерии оценки правильности решения проблемной/ситуационной задачи должны быть известны всем обучающимся.

Организация и руководство внеаудиторной работы

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

При предъявлении видов заданий на внеаудиторную самостоятельную работу рекомендуется использовать дифференцированный подход к уровню подготовленности обучающегося. Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель проводит консультацию с определением цели задания, его содержания, сроков выполнения, ориентировочного объема работы, основных требований к результатам работы, критериев оценки, форм контроля и перечня литературы. В процессе консультации преподаватель предупреждает о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания.

Для методического обеспечения и руководства самостоятельной работой в образовательном учреждении разрабатываются учебные пособия, методические рекомендации по самостоятельной подготовке к различным видам занятий с учетом специальности учебной дисциплины, особенностей контингента студентов, объема и содержания самостоятельной работы, форм контроля и т.п.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня подготовленности обучающихся.

Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть:

- для овладения знаниями: чтения текста; составления плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочникам; учебно-исследовательская работа; использование аудио и видеозаписей, компьютерной техники и Интернет-ресурсов и др.;

- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции; повторная работа над учебным материалом; составление плана, тезисов ответа; составление таблиц, ребусов, кроссвордов, глоссария для систематизации учебного материала; изучение словарей, справочников; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста; подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции; подготовка рефератов, докладов; составление биографий, заданий в тестовой форме и др.

- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; составление схем; решение ситуационных производственных задач; подготовка к деловым и ролевым играм; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности, подготовка презентаций, творческих проектов; подготовка курсовых и выпускных работ; опытно-экспериментальная работа; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности и др.

Для обеспечения внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине преподавателем разрабатывается перечень заданий для самостоятельной работы, который необходим для эффективного управления данным видом учебной деятельности обучающихся.

Преподаватель осуществляет управление самостоятельной работой, регулирует ее объем на одно учебное занятие и осуществляет контроль выполнения всеми студентами группы. Для удобства преподаватель может вести ведомость учета выполнения минимума заданий, необходимые для допуска к итоговой аттестации по дисциплине.

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Студент самостоятельно определяет режим своей внеаудиторной работы и меру труда, затрачиваемого на овладение знаниями и умениями по каждой дисциплине, выполняет внеаудиторную работу по индивидуальному плану, в зависимости от собственной подготовки, бюджета времени и других условий.

Ежедневно студент должен уделять выполнению внеаудиторной самостоятельной работы в среднем не менее 3 часов.

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультацией с целью уточнения задания, формы контроля выполненного задания.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Определение множества, подмножества. Множество, ограниченное сверху (снизу), просто ограниченное.
2. Определение точной верхней (нижней) грани множества.
3. Определение простой, сложной, обратной функции.
4. Определение четной, нечетной и периодической функции.
5. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной функции в точке, на отрезке $[a, b]$
6. Способы задания функции.
7. Определение последовательности.
8. Определение последовательности, ограниченной сверху (снизу), просто ограниченной.
9. Определение бесконечно большой (б. б.) последовательности (бесконечный предел).
10. Определение бесконечно малой (б. м.) последовательности (нулевой предел)
11. Доказать теорему о сумме двух б.м. последовательностей.
12. Доказать теорему о разности двух б.м. последовательностей.
13. Доказать теорему об ограниченности двух б.м. последовательностей.

14. Доказать теорему о произведении б.м. на ограниченную последовательность.
15. Доказать теорему о переходе б.м. в б.б. последовательность и наоборот.
16. Определение сходящейся последовательности (конечный предел).
17. Доказать основную теорему о сходящейся последовательности.
18. Доказать теорему о единственности предела сходящейся последовательности.
19. Доказать теорему об ограниченности сходящейся последовательности.
20. Доказать теорему об арифметических действиях со сходящимися последовательностями.
21. Достаточные условия отсутствия предела последовательности.
22. Определение расходящейся последовательности.
23. Доказать отсутствие предела последовательности

$$(-1)^n, \left\{ 2^{n(-1)^n} \right\}, \left\{ \sin\left(\frac{\pi}{2}n\right) \right\}, \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right) \right\}.$$

24. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной последовательности.
25. Определение невозрастающей, неубывающей, монотонной последовательности.
26. Доказать теорему о сходимости монотонной ограниченной последовательности.

$$27. \text{ Теорема о сходимости последовательности } \left\{ \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \right\}.$$

28. Доказать теорему о пределе промежуточной последовательности.
29. Определение конечного и бесконечного пределов функции в точке.
30. Достаточные условия отсутствия предела функции.
31. Найти предел функции $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, при $x \rightarrow \infty$.
32. Определение б.м. и б.б. функции в точке.
33. Определение б.м. функций одного порядка.
34. Определение эквивалентных б.м. функций.
35. Определение б.м. функции более высокого порядка малости.
36. Свойства значка $\circ ()$.
37. Определение б.б. функций одного порядка роста.
38. Определение б.б. функции более высокого порядка роста.
39. Доказать первую теорему о существовании предела функции в точке.
40. Теорема об арифметических действиях с пределами функций.
41. Определение односторонних (правого и левого) пределов функции в точке.
42. Вторая теорема о существовании предела функции в точке.
43. Доказать теорему об арифметических действиях с непрерывными функциями.
44. Доказать первый замечательный предел.
45. Доказать второй замечательный предел.
46. Таблица эквивалентных функций.
47. Первое и второе определения непрерывной функции в точке.
48. Исследовать на непрерывность функцию $y = \sin nx$, $y = \cos nx$, $y = x^3$, $y = x^4$, $y = e^{nx}$ при $x \in R$.
49. Исследовать на непрерывность функцию $y = \ln x$ при $x > 0$.
50. Определение односторонней (левой и правой) непрерывности функции в точке.
51. Теорема о непрерывности функции в точке.

- Классификация точек разрыва функции.
- Исследовать на непрерывность функции:

$$y = \sin \frac{1}{x}, y = \cos \frac{1}{x}, y = e^{1/x}, y = \frac{1}{1 + 2^{1/x}}, y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}, y = \operatorname{arcctg} \frac{1}{x} \text{ в точке } x=0.$$

- Доказать теорему о непрерывности сложной функции в точке.
- Определение производной функции. Ее геометрический и физический смысл.

- Уравнение касательной и нормали к графику функции.

52. Определение дифференцируемой функции.

53. Доказать теорему о дифференцируемости функции.

54. Доказать теорему о непрерывности дифференцируемой функции.

55. Определение дифференциала функции.

56. Доказать теорему о производной суммы и разности двух функций.

57. Доказать теорему о производной произведения двух функций.

58. Доказать теорему о производной частного двух функций.

59. Исходя из определения, найти производную функции

$$y = x^a, y = x^3, y = x^4, y = \sin ax, y = \sin(ax^2), y = \cos ax, y = \cos(ax^2), y = e^{ax}, y = e^{-ax^2}, y = 2^{-ax^2}, y = \ln nx$$

65. Таблица производных элементарных функций.

66. Доказать теорему о производной сложной функции.

67. Доказать теорему о производной обратной функции.

68. Исходя из теоремы о производной обратной функции, найти производную функции $y = \arctg x, y = \operatorname{arccotg} x, y = \arcsin x, y = \arccos x$.

69. Определение параметрически заданной функции.

70. Первая производная параметрически заданной функции.

71. Односторонние (левая и правая) производные функции в точке.

72. Теорема о существовании производной функции в точке.

73. Найти производную функции $y = |x|, y = \sqrt[3]{x^2}, y = \sqrt[5]{x^4}$ в точке $x=0$.

74. Доказать инвариантность формы первого дифференциала.

75. Свойства первых дифференциалов.

76. Таблица первых дифференциалов.

77. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной функции в точке.

78. Доказать теорему о достаточных условиях монотонности дифференцируемой функции в точке.

79. Определение точек локального максимума, минимума, экстремума функции.

80. Доказать теорему Ферма (о необходимых условиях экстремума дифференцируемой функции).

81. Определение стационарной точки дифференцируемой функции.

82. Доказать теорему Ролля (о нуле производной).

83. Доказать теорему Лагранжа (формула конечных приращений).

84. Доказать теорему Коши (обобщенная формула конечных приращений).

85. Правило Лопиталя.

86. Формула Тейлора.

87. Написать первые три ненулевых члена ряда Тейлора функции $y = x^4, y = x^5$ в точке $x_0 = 1$.

88. Формула Маклорена.

89. Написать первые три ненулевых члена ряда Маклорена функции $y = (x-1)^4, y = (x-1)^5, y = (x-1)^6$.

90. Доказать теорему о необходимых условиях экстремума функции.

91. Определение критической точки функции.

92. Доказать теорему о достаточных условиях экстремума функции.

93. Определение выпуклой (вогнутой) дифференцируемой функции.

94. Теорема о достаточных условиях выпуклости (вогнутости) дифференцируемой функции.

95. Определение точки перегиба дифференцируемой функции.

96. Необходимые условия точки перегиба дифференцируемой функции.

97. Достаточные условия точки перегиба дифференцируемой функции.

98.Определение наклонной (правой, левой) и вертикальной асимптот графика функции.

99.Теорема о наклонной асимптоте графика функции.

Дополнительные вопросы

1. Всякая ли дифференцируемая функция является непрерывной?
2. Всякая ли непрерывная функция является дифференцируемой?
3. Всякая ли дифференцируемая в точке функция имеет касательную к графику в этой точке?
4. Всякая ли стационарная точка является критической?
5. Всякая ли критическая точка является стационарной?
6. Существует ли касательная к графику дифференцируемой функции в точке перегиба?
7. В любой ли критической точке существует касательная к графику?
8. В любой ли стационарной точке существует касательная к графику?

Контрольные работы

Векторный и тензорный анализ

Вариант 1.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты A(1,-1,0), B(2,3,1), C(-1,1,1), D(4,3,-5)

Задание 2.

Просуммировать выражение с -символом: $A_{ikl}\delta_{im}\delta_{mj}\delta_{kn}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $A_{ik}B_k$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $rot[\vec{r}, [\vec{a}, \vec{r}]]$

Задание 5.

Записать матрицу поворота на угол $\pi/4$ вокруг оси X.

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_i C_i x_i$$

Задание 7.

Определить, образует ли векторное пространство

а) множество упорядоченных пар действительных чисел (x, y);

б) множество комплексных чисел?

Если ответ положительный, то определить размерность пространства, дать возможное определение скалярного произведения его элементов, предложить (ортонормированный) базис.

Вариант 2.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты A(2,0,3), B(1,1,1), C(4,6,6), D(-1,2,3)

Задание 2.

Просуммировать выражение с -символом: $A_{ikl}B_{lm}\delta_{li}\delta_{kn}\delta_{mp}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: A_jB_k

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $\text{rot}[\vec{a}, \vec{r}]$

Задание 5.

Записать матрицу поворота на угол $\pi/2$ вокруг оси X .

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \sum_i x_i x_i$$

Задание 7.

Определить, образует ли векторное пространство

а) множество комплексных матриц 2×2 ;

б) множество непрерывных на промежутке $x \in [0, 1]$ функций;

Если ответ положительный, то определить размерность пространства, дать возможное определение скалярного произведения его элементов, предложить (ортонормированный) базис.

Вариант 3.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты A(-3,1,1), B(0,-4,-1), C(5,1,3), D(4,6,-2)

Задание 2.

Просуммировать выражение с δ -символом: $\delta_{il}\delta_{ki}\delta_{lj}\delta_{kj}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $\delta_{ik} B_{nl}$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $\text{rot} \frac{[\vec{a}, \vec{r}]}{r^3}$

Задание 5.

Проверить свойство ортогональности матрицы поворота на угол $\pi/3$ вокруг оси Z .

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{i,k} C_{ik} x_i x_{i,k}$$

Задание 7.

Доказать, что определитель матрицы поворота равен единице.

Вариант 4.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты A(2,1,-4), B(-3,-5,6), C(0,-3,-1), D(-5,2,-8)

Задание 2.

Просуммировать выражение с δ -символом: $C_{ikm} \delta_{ki} \delta_{ml}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $A_{kl} B_i C_m$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $\text{rot} [\vec{r}, [\vec{b}, \vec{r}]]$

Задание 5.

Построить матричное представление группы перестановок трех чисел (1,2,3).

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{i,k} A_i \sin x_k$$

Задание 7.

Показать, что единственным «изотропным» вектором (компоненты которого одинаковы во всех системах координат) является нулевой вектор.

Вариант 5.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты A(1,1,4), B(2,1,2), C(1,-1,2), D(6,-3,8)

Задание 2.

Просуммировать выражение с -символом: $T_{ijk} A_{im} \delta_{il} \delta_{km} \delta_{jp}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $T_{ilm} B_m C_i$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $\text{grad } r$

Задание 5.

Построить таблицу умножения группы C_4 .

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{i,k} A_i \sin x_k^2$$

Задание 7. Параллелепипед построен на трёх некомпланарных векторах a, b, c . Найти площади его диагональных сечений и объем.

Вариант 6.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты A(0,-1,2), B(3,2,1), C(-1,2,1), D(3,3,-5)

Задание 2.

Просуммировать выражение с -символом: $T_{ijkm} \delta_{il} \delta_{jl} \delta_{kj}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $T_{ijk} A_{ik} B_{jl}$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $\text{div } \varphi(r) \vec{r}$

Задание 5.

Записать матрицу поворота на угол $\pi/3$ вокруг оси X.

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_i C_i x_i$$

Задание 7.

Определить, образует ли векторное пространство

- а) множество упорядоченных пар действительных чисел (x, y) ;
- б) множество комплексных чисел?

Если ответ положительный, то определить размерность пространства, дать возможное определение скалярного произведения его элементов, предложить (ортонормированный) базис.

Вариант 7.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты

A(1,0,2), B(1,-1,1), C(2,6,6), D(-1,5,3)

Задание 2.

Просуммировать выражение с -символом: $C_{ijk}\delta_{jm}\delta_{ml}\delta_{li}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $T_{mn}D_{kl}$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $\text{rot}\varphi(r)\vec{r}$

Задание 5. Найти функцию $\varphi(r)$, удовлетворяющую уравнению $\text{div}\varphi(r)r = 0$.

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial^2}{\partial x_k^2} \sum_i x_i x_i$$

Задание 7. Найти значения коэффициентов Ламэ для сферической системы координат

Вариант 8.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты

A(-3,2,1), B(0,-3,-1), C(2,1,3), D(5,6,-2)

Задание 2.

Просуммировать выражение с -символом: $A_{ik}B_{ml}C_{jnt}\delta_{it}\delta_{kl}\delta_{mp}\delta_{ip}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $C_{lmnp}D_{imp}$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $\text{rot}\frac{1}{2}(\vec{a} \times \vec{r}), \vec{a} = \text{const}$

Задание 5.

Проверить свойство ортогональности матрицы поворота на угол $\pi/4$ вокруг оси Z.

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{i,k} C_{ik} x_i x_{i,k}$$

Задание 7. Показать, что последовательно сделанные преобразования двумерного поворота с углами φ_1 и φ_2 эквивалентны одному повороту с углом $(\varphi_1 + \varphi_2)$.

Вариант 9.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты

A(2,1,-2), B(-2,-5,6), C(0,-6,-1), D(-5,3,-8)

Задание 2.

Просуммировать выражение с -символом: $\delta_{ij}\delta_{jk}\delta_{kl}\delta_{lm}\delta_{mi}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $C_{ijk}\delta_{jm}\delta_{km}$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $\text{div} [\vec{r}, [\vec{b}, \vec{r}]]$

Задание 5.

Построить матричное представление группы перестановок трех чисел (2,3,4).

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \sum_{i,k} A_i \sin x_i$$

Задание 7. Найти поток радиус-вектора через замкнутую поверхность цилиндра радиуса a и высотой h .

Вариант 10.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты A(1,2,6), B(3,1,3), C(1,-3,2), D(6,-3,8)

Задание 2.

Просуммировать выражение с -символом: $A_{ik}B_{ml}\delta_{im}\delta_{kl}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $T_{ijk}A_{ik}B_{jl}$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $\text{grad} \frac{1}{r}$

Задание 5.

Построить матричное представление группы C_4 .

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{i,k} A_i \cos x_k^2$$

Задание 7.

Найти поток радиус-вектора через замкнутую поверхность конуса с радиусом основания a и высотой h .

Вопросы

"Векторный и тензорный анализ"

1. Определение скаляра и вектора. Примеры.
2. Сложение, вычитание векторов, заданных геометрически. Примеры.
3. Умножение вектора на скаляр. Коллинеарность и компланарность векторов. Равенство векторов. Три рода векторов (спинальный, аксиальный, полярный). Единичные векторы. Примеры.
4. Противоположный вектор. Дистрибутивный и коммутативные законы умножения векторов на скаляр.
5. Вектора по трем некомпланарным векторам. Примеры.
6. Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Правая и левая системы координат.
7. Аналитическое выражение равенства, сложения и вычитания векторов.
8. Равнодействующая нескольких сил (в статике): геометрически и в проекциях.

9. Найти координаты точки пересечения медиан треугольника с вершинами А,В,С.
10. Скалярное произведение 2-х векторов заданных геометрически. Коммутативность, дистрибутивность и ассоциативность.
11. Скалярное произведение 2-х векторов заданных координатами . Условия инвариантности, перпендикулярности. Примеры.
12. Преобразование координат от одной системы к другой. Таблица перехода.
13. Векторное произведение двух векторов, заданных геометрически. Запись, свойства. Пример.
14. Векторное произведение векторов заданных координатами . Свойства. Пример.
15. Смешанное произведение 3-х векторов заданных геометрически. Пример.
16. Смешанное произведение в координатах. Пример.
17. Двойное векторное произведение: определение, формула Лагранжа.
18. Тождество Ли-Якоби.
19. Вектор-функция: геометрически; в координатах. Годограф, чертеж. Пример.
20. Предел и непрерывность вектор -функции скалярного аргумента. Пример.
21. Производная по направлению. Градиент.
22. Интеграл вектор -функции скалярного аргумента.
23. Скалярное поле. Линии уровня.
24. Векторное поле: определение, геометрически и в координатах.
25. Что такое тензор, и где используется. Тензор нулевого ранга.
26. Что такое тензор. Тензор первого ранга.
27. Что такое тензор. Тензор второго ранга.
28. Прямое и обратное преобразование двух базисов с общим началом.
29. Контравариантные и ковариантные векторы. Сокращенные обозначения Эйнштейна.

7.1. Учебная литература:

а) основная литература:

1. Акивис М.А., Тензорное исчисление [Электронный ресурс]: Учеб. пособ. / Акивис М. А., Гольдберг В. В. - 3-е изд., перераб - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 304 с. - ISBN 5-9221-0424-1 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922104241.html>
2. Краснов М.Л. Векторный анализ: Задачи и примеры с подробными решениями: книга была допущена М-вом высшего и среднего специального образования СССР в качестве учеб. пособ. для вузов . - изд. 2-е ; испр. - М.: Едиториал УРСС, 2002. - 144 с. - (Вся высшая математика в задачах). - ISBN 5-354-00014-9 : 107-50. (14 экз)

б) дополнительная литература:

1. Киреев И.В., Тензорный анализ и дифференциальная геометрия [Электронный ресурс]: учеб. пособие / И.В. Киреев, Л.В. Кнауб, Д.В. Левчук, Я.Н. Нужин - Красноярск : СФУ, 2017. - 102 с. - ISBN 978-5-7638-3622-6 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785763836226.html>

7.2. Интернет-ресурсы

Название ресурса	Ссылка/доступ
Электронная библиотека онлайн «Единое окно к Образовательным ресурсам»	http://window.edu.ru
«Образовательный ресурс России»	http://school-collection.edu.ru
Федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы,	http://www.edu.ru –

тесты ЕГЭ, ГИА	
Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР)	http://fcior.edu.ru -
ЭБС "КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА". Электронная библиотека технического вуза	http://polpred.com/news
Издательство «Лань». Электронно-библиотечная система	http://www.studentlibrary.ru -
Издательство «Лань». Электронно-библиотечная система	http://e.lanbook.com -
Еженедельник науки и образования Юга России «Академия»	http://old.rsue.ru/Academy/Archives/Index.htm
Научная электронная библиотека «e-Library»	http://elibrary.ru/defaultx.asp -
Электронно-библиотечная система IPR books	http://www.iprbookshop.ru -
Электронно-справочная система документов в сфере образования «Информо»	http://www.informio.ru
Информационно-правовая система «Консультант-плюс»	Сетевая версия, доступна со всех компьютеров в корпоративной сети ИнГГУ
Информационно-правовая система «Гарант»	Сетевая версия, доступна со всех компьютеров в корпоративной сети ИнГГУ

7.3. Программное обеспечение

Для проведения лекционных и лабораторных занятий рекомендуется использовать программное обеспечение: операционная система ОС Windows 7 и выше, пакет Microsoft Office 2010 и выше, обслуживающие программы и среды разработки программ по выбору преподавателей.