

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**КАФЕДРА ФИЗИКА**

**СОГЛАСОВАНО**

Руководитель образовательной программы

\_\_\_\_\_/ Нальгиева М. А.  
от « 21 » 05 2024г.

**УТВЕРЖДАЮ**

Декан физико-математического факультета

\_\_\_\_\_/ Кульбужев Б. С.  
от « 21 » 05 2024г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»**  
(индекс дисциплины по учебному плану, наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки –

**03.03.02      Физика**  
(код, наименование)

Направленность: **Физика**

Квалификация выпускника – *бакалавр физики*

Форма обучения очная

Магас, 2024

## ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ, ФОРМИРУЕМЫХ ДИСЦИПЛИНОЙ

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	В результате освоения дисциплины обучающийся <b>должен</b> :
УК-1.	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;</p> <p>УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи;</p> <p>УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов;</p> <p>УК-1.4. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения;</p> <p>УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p><b>Знать</b> теоретические основы, основные понятия, законы и модели основных разделов физики;</p> <p><b>Уметь</b> понимать, излагать и критически анализировать физическую информацию. Пользоваться теоретическими основами, законами и моделями физики;</p> <p><b>Владеть</b> физическими и математическими методами обработки и анализа информации в области основных разделов физики.</p>
ОПК-1	Способен применять базовые знания в области физико-математических и естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.	<p>ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями в области физико-математических наук, необходимыми для решения профессиональных задач.</p> <p>ОПК-1.2. Аргументированно применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера.</p> <p>ОПК-1.3. Обладает навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, решения профессиональных задач в области физики и смежных с ней естественнонаучных дисциплин.</p>	<p><b>Знает:</b> физические основы механики, молекулярной физики, природу колебаний и волн, основы термодинамики, электричества и магнетизма, оптики, основы атомной и ядерной физики, понимает широту и ограниченность применения физики исследованию процессов и явлений в природе и обществе.</p> <p><b>Умеет:</b> использовать теоретические знания при объяснении результатов экспериментов, применять знания в области физики для освоения общепрофессиональных дисциплин и решения профессиональных задач, оценивает достоверность полученного решения задачи.</p> <p><b>Владеет:</b> навыками физических исследований, способен передавать</p>

		результат проведенных исследований в виде конкретных рекомендаций в терминах предметной области знания.
--	--	---

### Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

#### Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

#### Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

## Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Вести конспект лекций. Лекции ведутся в отдельной общей тетради, рекомендуется оставлять место для заметок, например, в виде полей. Знание основного материала предыдущих лекция, включая знание основных определений и ключевых теорем. Рекомендуется выделять в тексте ключевые слова, определения, леммы и теоремы.
практические занятия	<p>В ходе подготовки к практическим занятиям изучить основную литературу, лекции. Внимательно слушать и конспектировать базовые примеры, разбираемые преподавателем. Задавать уточняющие вопросы в ходе решения базовых задач преподавателем. При решении домашних заданий периодически возвращаться к разобранным на практических занятиях задачах. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу.</p> <p>Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, непредставленными в списке рекомендованной литературы.</p>
самостоятельная работа	<p>Самостоятельная работа ведется в той же тетради, что и практические занятия. Самостоятельная работа - это отдельный блок который выделяется заголовком, например, "Домашнее задание". Рекомендуется прорабатывать материал непосредственно после практических занятий. При решении задач и примеров рекомендуется их выполнение по образцу из практического занятия. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу. Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы</p>
экзамен	<p>Подготовка к экзамену или зачету ведется на основе курса лекций или рекомендованной литературы. Необходимо знание и понимание всех понятий, определений, утверждений, лемм и теорем. Необходимо умение формулировать теоремы в форме непротиворечивых логических конструкций. Желательной уметь строить и приводить примеры к соответствующим определениям и утверждениям. Необходимо знание доказательства теорем и остальных утверждений.</p>

### 6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

#### **Контрольная работа №1**

1. Обед в университетской столовой состоит из трех блюд. Первое блюдо в меню может быть выбрано 5 способами, второе блюдо — 4, а третье блюдо — 3. Сколько дней студент может съедать новый обед, если любая комбинация блюд возможна, и один обед от другого должен отличаться хотя бы одним блюдом?
2. Пятеро гостей случайным образом рассаживаются за Столом, Сколькими способами можно их рассадить так, чтобы хотя бы 2 гостя поменялись местами {изменился порядок)?
3. Десять участников финала разыгрывают! одну золотую, одну серебряную и одну бронзовую медали. Сколькими способами эти награды могут быть распределены между спортсменами?
4. В полуфинальном забеге участвуют десять спортсменов, Три спортсмена» показавшие лучший результат, попадают в финал. Сколько существует различных троек финалистов?
5. Для автомобильных номеров используются 10 цифр и 28 букв. Каждый номер состоит из 3 букв и 4 цифр. Какое максимальное число машин может получить номера при такой системе нумерации?
6. В цветочном киоске продается 10 наименований цветов. Покупатель желает приобрести букет из 5 цветов. Сколько существует комбинаций таких букетов
7. Имеется шестизначная кодовая комбинация, состоящая из трех цифр 1, 3, 5, в которой цифра 1 встречается один раз, цифра 3 два раза и цифра 5 — три раза. Сколько существует комбинаций таких наборов?
8. Описать пространство элементарных событий следующего опыта — брошены две игральные кости.
9. Имеется колода тщательно перемешанных карт (36 листов). Наугад вытаскивается одна карта. Сколько в среднем надо провести опытов, чтобы этой картой был туз пиковый?
10. Рассмотрим игру в преферанс, когда старшие 32 карты карточной колоды случайным образом распределяются между тремя игроками, получающими по 10 карт, и «прикупом», куда кладут 2 карты. Какова вероятность того, что в прикупе окажутся 2 туза?
11. Предположим, что один из играющих имеет 5 старших карт одной масти (черви), исключая даму. При объявлении ранга игры участнику приходится учитывать возможность образования у одного из вистующих — противников — комбинации из трех оставшихся червей. Какова вероятность этого события?
12. В поступившей партии из 30 швейных машинок 10 машинок имеют внутренние дефекты. Какова вероятность того, что из партии в пять наудачу взятых машинок три окажутся бездефектными?

#### **Контрольная работа №2**

1. Найти вероятность того, что сумма двух случайно выбранных чисел от -1 до 1 больше нуля, а их произведение отрицательно.
2. Из промежутка  $[0; 2]$  наудачу выбраны два числа  $x$  и  $y$ . Найти вероятность того, что эти числа удовлетворяют неравенству:

$$x^2 \leq 4y \leq 4x.$$

#### **Контрольная работа №3**

1. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность появления хотя бы одной шестерки?

2. Подбрасываются 2 монеты. Найдите вероятность выпадения на обеих монетах герба.
3. Прибор, работающий в течение времени  $t$ , состоит из трех узлов, каждый из которых независимо от других может в течение времени  $t$  отказать. Отказ хотя бы одного узла приводит к отказу прибора. За время  $t$  вероятность безотказной работы узлов соответственно равна: 0,8; 0,9; 0,7. Какова надежность прибора (вероятность безотказной работы) за время  $t$ ?
4. Экзаменующимся по теории вероятностей было предложено 34 билета. Студент дважды извлекает по одному билету из предложенных (не возвращая их). Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен, если он подготовил лишь 30 билетов и в первый раз вытянул «неудачный» билет?
5. Имеются три одинаковые урны. В первой урне находятся два белых и один черный шар. Во второй урне — три белых и один черный, а в третьей урне — два белых и два черных. Какова вероятность того, что некто подойдет и из произвольной урны извлечет белый шар?
6. Представим себе странника, идущего из некоторого пункта  $O$  и на разветвлении дорог выбирающего наугад один из возможных путей. Какова вероятность того, что странник из пункта  $O$  попадет в пункт  $A$ ?

#### **Контрольная работа № 4**

1. Прибор может собираться из высококачественных деталей и из деталей обычного качества, 40 % приборов собирается из высококачественных деталей, и их надежность за время  $t$  равна 95 %. Приборы из обычных деталей за время  $t$  имеют надежность 0,7. Прибор испытан и за время  $t$  работал безотказно. Какова вероятность того, что он собран из высококачественных деталей?
2. В урне находятся три шара белого и черного цвета, причем распределение числа шаров по цветам неизвестно. В результате испытания из урны извлекли один шар.  
а) Сформулируйте гипотезы о содержимом урны до испытания и укажите их вероятности. б) Найдите вероятности гипотез после испытания, состоящего в извлечении из урны белого шара.
3. Три организации представили в налоговую инспекцию отчеты для выборочной проверки. Первая организация представила 15 отчетов, вторая — 10, третья — 25. Вероятности правильного оформления отчетов у этих организаций известны и соответственно равны: 0,9; 0,8 и 0,85. Наугад был выбран один отчет, и он оказался правильным, Какова вероятность того, что этот отчет принадлежит второй организации?

#### **Вопросы к зачёту:**

1. Случайные явления.
2. Статистический подход к понятию вероятности.
3. Классическая вероятность.
4. Геометрическая вероятность.
5. Парадокс де Мере.
6. Элементы комбинаторики: правило суммы и произведения; размещения, сочетания с повторением и без повторения, перестановки.
7. Схема случайного выбора с возвращением и без возвращения. Примеры.
8. Элементарные и случайные события.
9. Определения невозможного, достоверного событий, сумм, произведения, разности событий, противоположного события.
10. Понятие алгебры и сигма-алгебры событий.

11. Алгебраические операции над событиями.
12. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства. Примеры соответствующих пространств.
13. Понятие измеримого пространства.
14. Дополнительная аксиома непрерывности.
15. Аксиоматика Колмогорова.
16. Доказательство теоремы об эквивалентности аксиомы непрерывности (плюс конечной аддитивности) и аксиомы сигма-аддитивности.
17. Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.
18. Условная вероятность. Независимость событий.
19. Попарная независимость и независимость в совокупности. Пример С.Н. Бернштейна.
20. Вероятность произведения событий.
21. Независимость алгебр и сигма-алгебр.
22. Схема Бернулли как вероятностное пространство, описывающее независимые опыты.
23. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
24. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.
25. Обсуждение скорости сходимости и исследование различных вероятностей "успеха" в независимых испытаниях Бернулли.
26. Область применения доказанных предельных теорем.
27. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
28. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный.
29. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.
30. Математическое ожидание и его свойства для случаев дискретного и непрерывного распределений случайных величин.
31. Дисперсия и ее свойства. Моменты.
32. Коэффициенты асимметрии и эксцесса.
33. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышёва, правило "трёх сигм".
34. Задача регрессии. Условное математическое ожидание.
35. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Примеры случайных векторов.
36. Многомерные распределения.
37. Свойства совместных функции распределения и функции плотности.
38. Критерий независимости случайных величин.
39. Свойства независимых случайных величин.
40. Свертка функций распределения и функций плотности.
41. Смешанные моменты второго порядка для случайных величин.

#### **Вопросы к экзамену:**

42. Случайные явления.
43. Статистический подход к понятию вероятности.
44. Классическая вероятность.
45. Геометрическая вероятность.
46. Парадокс де Мере.

47. Элементы комбинаторики: правило суммы и произведения; размещения, сочетания с повторением и без повторения, перестановки.
48. Схема случайного выбора с возвращением и без возвращения. Примеры.
49. Элементарные и случайные события.
50. Определения невозможного, достоверного событий, сумм, произведения, разности событий, противоположного события.
51. Понятие алгебры и сигма-алгебры событий.
52. Алгебраические операции над событиями.
53. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства. Примеры соответствующих пространств.
54. Понятие измеримого пространства.
55. Дополнительная аксиома непрерывности.
56. Аксиоматика Колмогорова.
57. Доказательство теоремы об эквивалентности аксиомы непрерывности (плюс конечной аддитивности) и аксиомы сигма-аддитивности.
58. Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.
59. Условная вероятность. Независимость событий.
60. Парная независимость и независимость в совокупности. Пример С.Н. Бернштейна.
61. Вероятность произведения событий.
62. Независимость алгебр и сигма-алгебр.
63. Схема Бернулли как вероятностное пространство, описывающее независимые опыты.
64. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
65. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.
66. Обсуждение скорости сходимости и исследование различных вероятностей "успеха" в независимых испытаниях Бернулли.
67. Область применения доказанных предельных теорем.
68. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
69. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный.
70. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.
71. Математическое ожидание и его свойства для случаев дискретного и непрерывного распределений случайных величин.
72. Дисперсия и ее свойства. Моменты.
73. Коэффициенты асимметрии и эксцесса.
74. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышёва, правило "трёх сигм".
75. Задача регрессии. Условное математическое ожидание.
76. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Примеры случайных векторов.
77. Многомерные распределения.
78. Свойства совместных функции распределения и функции плотности.
79. Критерий независимости случайных величин.
80. Свойства независимых случайных величин.
81. Свертка функций распределения и функций плотности.
82. Смешанные моменты второго порядка для случайных величин.
83. Свойства ковариации и коэффициента корреляции.



84. Ковариационная и корреляционная матрицы, их свойства.
85. Многомерное нормальное распределение.
86. Некоррелированность и независимость случайных величин их соотношение.
87. Сходимость полиномиального распределения к многомерному нормальному распределению.
88. Предельные теоремы при минимальных условиях на случайные величины.
89. Закон больших чисел Чебышёва.
90. Сходимость частоты числа "успехов" в схеме Бернулли. Обобщение теорем.
91. Следствия из предельных теорем.
92. Философские аспекты предельных теорем в теории вероятностей, примеры применения законов больших чисел в различных областях знаний.
93. Ковариация случайных величин. Коэффициент корреляции.
94. Функции распределения вероятностей СВ.
95. Плотность распределения вероятностей НСВ и ее свойства.
96. Нормальное распределение: а) числовые характеристики; б) вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины; в) правило трех сигм.
97. Понятие о теореме Ляпунова.
98. Оценка отклонения теоретического распределения от нормального.
99. Функция одного случайного аргумента и ее распределение.
100. Математическое ожидание функции одного случайного аргумента.
101. Функция 2-х случайных аргументов. Устойчивость нормального распределения:  
а) Распределение «Хи-квадрат»; б) Распределение Стьюдента.
102. Системы 2-х случайных величин: а) Закон распределения вероятностей дискретной СВ; б) функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
103. Плотность совместного распределения вероятностей НСВ (двумерная плотность).
104. Вероятностный смысл двумерной СВ.
105. Свойства двумерной плотности вероятности.
106. Отыскания плотностей вероятности составляющих двумерной СВ.
107. Условные законы распределения составляющих системы дискретных СВ и НСВ.
108. Условное математическое ожидание.
109. Числовые характеристики систем двух СВ.
110. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.
111. Нормальный закон распределения на плоскости.
112. Линейная регрессия, линейная корреляция, нормальная корреляция.
113. Выборочный метод. Задачи математической статистики.
114. Генеральная и выборочная совокупность. Способы отбора.
115. Статистическое распределение выборки.
116. Эмпирическая функция распределения.
117. Полигон и дистограмма.
118. Статистические оценки параметров распределения. Выборочная средняя.
119. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних.
120. Групповая и общая средняя. Выборочная дисперсия.
121. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном  $\sigma$ , для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном  $\sigma$  (альфа), для оценки среднего квадратичного отклонения нормального распределения.
122. Метод наибольшего правдоподобия. Другие характеристики вариационного ряда.

123. Методы расчета сводных характеристик выборки: а) условные варианты; б) условные эмперические моменты; в) метод произведений для вычисления выборочных средней и дисперсий.