

**АННОТАЦИЯ**  
**рабочей программы учебной дисциплины**  
**Б1.О.06.01 «Математический анализ»**  
**Направление подготовки бакалавриата 03.03.02 Физика**

1.	<p><b>Целями освоения дисциплины (модуля) «Математический анализ»</b> - ознакомление с фундаментальными методами исследования переменных величин посредством анализа основы которого составляет теория дифференциального и интегрального исчисления. Объектами изучения в данной дисциплине являются, прежде всего, функции. С их помощью могут быть сформулированы как закон природы, так и разнообразные процессы, происходящие в экономике, природе, технике. Отсюда объективная важность математического анализа как средства изучения функций. Дисциплина «Математический анализ» отражает важное направление развития современной математике, в ней рассматриваются вопросы, связанные с методом вычислений. Задачи курса развить математический кругозор студентов. Обучить студентов важнейшим теоретическим положениям математического анализа, аналитическим методам, выработать у них навыки решения конкретных задач, требующих, исследования функций, связанных с ними величин.</p>		
2.	<p><b>Место дисциплины в структуре ОПОП ВО бакалавриата</b>  Дисциплина является одной из основных дисциплин базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла учебного плана подготовки бакалавра по направлению 01.03.01. «Математика». Дисциплина «Математический анализ» является логическим продолжением курса элементарной математики. Для ее изучения необходимы базовые знания: алгебры, элементарных функций, умение дифференцировать. Данная дисциплина является предшествующей для изучения следующих дисциплин: «Теория вероятностей, математическая статистика, случайные процессы», «Аналитическая геометрия», «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Интегральные уравнения и вариационное исчисление».</p>		
3.	<b>Результаты освоения дисциплины (модуля) «Математический анализ»</b>		
	<b>Код и наименование компетенций</b>	<b>Индикаторы</b>	<b>Дескрипторы</b>
	<b>Универсальные компетенции (УК)</b>		
	<p>УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;  УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи;  УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов;  УК-1.4. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения;  УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p><b>Знает</b> основные принципы самовоспитания и самообразования, профессионального и личностного развития, исходя из этапов карьерного роста и требований рынка труда;  <b>Умеет</b> планировать свое рабочее время и время саморазвития. Формулировать цели личностного и профессионального развития в условиях их достижения, исходя из тенденций развития области профессиональной деятельности индивидуально-личностных особенностей;  <b>Владеет</b> практическим опытом получения дополнительного образования, изучения дополнительных образовательных программ;</p>

	ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических или естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Знает основные понятия, определения, свойства математических объектов, формулировки и методы доказательств математических утверждений; ОПК-1.2 Умеет доказывать утверждения, решать задачи в области математических наук; ОПК-1.3. Владеет навыками применения математического аппарата в других дисциплинах и профессиональной деятельности;	Знает: Методы исследования, применяемые в математическом анализе, комплексном и функциональном анализе, алгебре, аналитической геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, дискретной математике и математической логике, теории вероятностей, математической статистике и случайных процессах, численных методах, теоретической механике			
<b>4.</b>	<b>Структура и содержание дисциплины</b>					
	<b>4.1. Структура дисциплины (модуля)</b>					
	<b>Вид учебной работы</b>	<b>Всего</b>	<b>Порядковый номер семестра</b>			
			<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
	Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:	10 з.е.	3	4	3	
	Аудиторные занятия всего (в акад. часах), в том числе:	184	68	86	68	
	Лекции	70	18	16	36	
	Практические занятия, семинары	114	32	50	32	
	Самостоятельная работа всего (в акад. часах), в том числе:	149	58	51	32	
	Экзамен			27		
	Общая трудоемкость дисциплины	360	108	144	108	
	<b>4.2. Содержание дисциплины</b>					
	<b>1 СЕМЕСТР</b>					
	<b>Раздел 1</b>					
	<b>Тема 1.1.</b> Элементы теории множеств					
	1. Свойства теоретико-множественных операций. Функции. Свойства образов и прообразов.					
	2. Метод математической индукции.					
	3. Мощность множеств. Счётные и несчётные множества. Теорема Кантора.					
	<b>Тема 1.2.</b> Действительные числа					
	1. Модуль вещественного числа. Неравенства с модулем.					
	2. Геометрическая интерпретация вещественных чисел. Предельные точки, открытые и замкнутые множества на числовой прямой. Расширенная числовая прямая.					
	3. Нахождение граней числовых множеств.					
	<b>Тема 1.3.</b> Числовые функции					
	1. Числовые функции. Монотонные, чётные, нечётные, периодические функции. Основные элементарные функции и их графики.					
	2. Решение функциональных неравенств методом интервалов.					
	3. Построение графиков функций.					
	<b>Раздел 2</b>					
	<b>Тема 2.1.</b> Предел числовой последовательности					
	1. Нахождение пределов числовых последовательностей. Таблица эквивалентных последовательностей. Сравнение роста последовательностей.					
	2. Последовательности и частичные пределы. Верхний и нижний пределы последовательности.					
	<b>Тема 2.2.</b> Предел числовой функции					
	1. Нахождение пределов числовых функций. Таблица эквивалентных функций. Сравнение роста					

функций.

2. Разложение основных элементарных функций до первого порядка малости.
3. Односторонние пределы. Бесконечные пределы функции. Частичные пределы, верхний и нижний пределы функции.

### **Тема 2.3. Непрерывные функции**

1. Исследование функции на непрерывность. Классификация точек разрыва.
2. Свойства непрерывных функций.

### **Раздел 3**

#### **Тема 3.1. Производные и дифференциалы**

1. Производная функции, её геометрический и физический смысл.
2. Техника дифференцирования функций.
3. Геометрические приложения производной. Приближенное вычисление значений функций с помощью дифференциалов.
4. Высшие производные. Высшие дифференциалы. Формула Лейбница.

#### **Тема 3.2. Основные теоремы о дифференцируемых функциях**

1. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Теорема Дарбу о промежуточных значениях производной.

#### **Тема 3.3. Правила Лопиталя**

1. Первое правило Лопиталя
- Второе правило Лопиталя
- Неопределенности других видов.

#### **Тема 3.4. Формула Тейлора**

1. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора. Применение формулы Тейлора для вычисления пределов. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

#### **Тема 3.5. Приложения дифференциального исчисления к исследованию функций.**

1. Нахождение промежутков монотонности и локальных экстремумов функции.
2. Нахождение глобальных экстремумов функции, непрерывной на отрезке. Нахождение точных граней функции.
3. Нахождение выпуклых функций и точек перегиба.
4. Неравенство Йенсена и его применения.
5. Асимптоты функции. Построение графиков функций с помощью производных.

#### **Тема 3.6. Общее понятие предела: предел по базе.**

1. Понятие базы. Примеры баз. Предел числовой функции по базе. Свойства функций, имеющих предел по базе.
2. Предел по Гейне. Эквивалентность двух определений предела в случае счётно-порождённых баз. Эквивалентные базы, фильтры.

## **2 СЕМЕСТР**

### **Раздел 1**

#### **Тема 1.1. Неопределённый интеграл**

1. Основные определения. Свойства неопределенного интеграла. Таблица первообразных основных элементарных функций.
2. Интегрирование методом замены и методом подведения функции под знак дифференциала.
3. Интегрирование функций по частям.
4. Интегрирование рациональных функций.
5. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.
6. Дифференциальный бином.
7. Интегрирование квадратичных иррациональностей. Подстановки Эйлера.
8. Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка.

### **Раздел 2**

#### **Тема 2.1. Определённый интеграл**

1. Нахождение определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница. Замена переменных и интегрирование по частям в определенном интеграле.
2. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах. Вычисление объемов тел и площадей поверхностей вращения. Нахождение центра масс.
3. Интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность интеграла по верхнему пределу.

Дифференцирование интеграла по переменному пределу.

**Тема 2.2. Несобственные интегралы**

1. Вычисление несобственных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница.
2. Исследование на сходимость интегралов от знакопостоянных функций с одной особой точкой.
3. Исследование на сходимость интегралов от знакопостоянных функций с несколькими особыми точками.
4. Исследование на сходимость интегралов от знакопеременных функций. Признаки Абеля и Дирихле сходимости несобственного интеграла.
5. Абсолютная сходимость несобственных интегралов. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.

**Тема 2.3. Метрические пространства**

1. Понятие метрического пространства. Понятие нормированного пространства. Примеры метрических и нормированных пространств.
2. Окрестности. Открытые и замкнутые множества, связь между ними. Внутренность, производное множество, замыкание, внешность, граница.
3. Предел функции со значениями в метрическом пространстве. Свойства предела. Предел последовательности. Предел функции в точке.

**Тема 2.4. Компактность в метрических пространствах**

1. Полные пространства. Примеры полных пространств.
2. Предкомпактные и компактные множества. Критерий компактности метрического пространства. Компактность в терминах покрытий.

**Тема 2.5. Непрерывные отображения метрических пространств**

1. Непрерывность в точке. Непрерывность на множестве. Локальные свойства непрерывных функций.
2. Основные теоремы о непрерывных функциях. Свойства функций, непрерывных на компактах.
3. Принцип сжимающих отображений и его применения.

**Раздел 3**

**Тема 3.1. Производные и дифференциалы функций многих переменных.**

1. Нахождение частных производных и дифференциалов первого порядка. Исследование функций на дифференцируемость.
2. Геометрический смысл частных производных. Касательная плоскость, поверхность уровня, градиент.
3. Нахождение частных производных и дифференциалов высших порядков.
4. Формула Тейлора для функций многих переменных. Использование формулы Тейлора для приближенных вычислений.

**Тема 3.2. Локальные экстремумы функций многих переменных**

1. Нахождение локальных экстремумов функций многих переменных.

**Тема 3.3. Неявные функции**

1. Нахождение частных производных и дифференциалов неявной функции. Исследование на экстремум неявно заданной функции.
2. Нахождение частных производных и дифференциалов система неявных функций. Геометрические приложения теории неявных функций.
3. Замена переменных в дифференциальных выражениях.

**Тема 3.4. Условный экстремум**

1. Нахождение условных экстремумов методом свободных дифференциалов и методом множителей Лагранжа

**3 СЕМЕСТР**

**Раздел 1**

**Тема 1.1. Числовые ряды**

1. Исследование сходимости знакопостоянных рядов. Признаки сравнения. Интегральный признак Коши-Маклорена.
2. Исследование сходимости знакопеременных рядов. Признаки Лейбница, Абеля и Дирихле. Абсолютная сходимость рядов.
3. Исследование сходимости двойных и повторных рядов.
4. Исследование сходимости бесконечных произведений.

**Раздел 2**

**Тема 2.1. Функциональные последовательности и ряды**

	<p>1. Нахождение множества сходимости функциональной последовательности и её предельной функции.</p> <p>2. Исследование последовательности функций на равномерную сходимость.</p> <p>3. Исследование функционального ряда на равномерную сходимость. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости функционального ряда. Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда.</p> <p>4. Предельный переход под знаком интеграла и производной. Почленное интегрирование и дифференцирование.</p> <p><b>Тема 2.2. Степенные ряды</b> сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Действия со степенными рядами.</p> <p>2. Ряд Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора.</p> <p>3. Суммирование степенных рядов. Формулы Эйлера. Свойства гиперболических функций.</p> <p><b>Тема 2.3. Ряды Фурье</b></p> <p>1. Разложение функций в ряд Фурье на промежутке <math>[-\pi, \pi]</math>. Разложение по синусам и по косинусам. Разложение функций в тригонометрический ряд на произвольном промежутке.</p> <p>2. Почленное интегрирование и дифференцирование рядов Фурье. Суммирование рядов Фурье.</p> <p><b>Раздел 3</b></p> <p><b>Тема 3.1. Интегралы, зависящие от параметров</b></p> <p>1. Исследование равномерной сходимости параметрических интегралов. Интегрирование и дифференцирование интегралов по параметру.</p> <p>2. Вычисление определенных интегралов методом введения параметра.</p> <p><b>Тема 3.2. Эйлеровы интегралы</b></p> <p>1. Гамма-функция. Бета-функция. Вычисление определенных интегралов с помощью гамма- и бета-функций.</p> <p><b>Тема 3.3. Преобразование Фурье</b></p> <p>1. Свойства преобразования Фурье. Формула обращения.</p> <p>2. Нахождение преобразований Фурье.</p> <p><b>Тема 3.4. Асимптотические разложения</b></p> <p>1. Нахождение асимптотических разложений функций. Действия над асимптотическими разложениями.</p> <p>2. Формула суммирования Эйлера-Маклорена.</p> <p>3. Нахождение асимптотик параметрических интегралов. Лемма Ватсона и метод Лапласа.</p>	
5.	<p><b>Образовательные технологии</b></p> <p>При подготовке бакалавров-биологов используются следующие основные формы проведения учебных занятий:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• интерактивные лекции;</li> <li>• лекции-пресс-конференции;</li> <li>• тренинги и семинары по развитию профессиональных навыков;</li> <li>• групповые, научные дискуссии, дебаты.</li> </ul>	
6.	<p><b>Используемые ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Internet»; информационные технологии, программные средства и информационно-справочные системы</b></p> <p><b>Информационное обеспечение базы данных, информационно-справочные и поисковые системы</b></p> <p>1. Федеральный портал <a href="http://edu.ru">http://edu.ru</a></p> <p>2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ <a href="http://elib.dgu.ru">http://elib.dgu.ru</a></p>	
7.	<p><b>Формы текущего контроля</b></p> <p>Групповые дискуссии, тесты, домашние задания, презентации, рефераты (заполняется в соответствии с требованиями направления подготовки, применяемыми образовательными технологиями, ФОС).</p>	
8.	<p><b>Форма промежуточного контроля</b></p> <p>1 семестр – зачет, 2 семестр – экзамен, 3 семестр- зачет</p>	

**Разработчик: доцент кафедры «Математический анализ» Албогачиева М.М.**