

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра «Математический анализ»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ**

Направление подготовки

01.03.01- «Математика»

Направленность

Математика

квалификация выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Фонд оценочных средств

разработан Оздоевой Е.В., ст.препод. кафедры «Математический анализ»

Рекомендован к утверждению на заседании кафедры

«Математический анализ» протокол заседания от 17 мая 2024 г. № 9

Зав. кафедрой _____ Танкиев И.А.

г. МАГАС, 2024

1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

При освоении дисциплины (модуля) компетенции, закрепленные за ней, реализуются по темам (разделам) дисциплины (модуля), в определенной степени (полностью или в оговоренной части) и на определенном этапе

Таблица 1.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2.

Сопоставление шкал оценивания

4-балльная шкала (уровень освоения)	Отлично (повышенный уровень)	Хорошо (базовый уровень)	Удовлетворительно (пороговый уровень)	Неудовлетворительно (уровень не сформирован)
100-балльная шкала	91-100	81-90	61-80	0-60
Бинарная шкала	Зачтено			Не зачтено

Таблица 3.

Оценивание ответа на вопросы по темам для устного опроса

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none">- Полнота изложения теоретического материала;- Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий);- Самостоятельность ответа;- Культура речи.	Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает

		дисциплину, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса
Хорошо (базовый уровень)		Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе.
Удовлетворительно (пороговый уровень)		Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Студент не способен

		ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.
--	--	---

Таблица 4.

Оценивание подготовки рефератов

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> - Полнота изложения теоретического материала; - Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий); - Самостоятельность ответа; - Культура речи. 	выполнены все требования к написанию и защите реферата: обозначена проблема и обоснована её актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объём, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны правильные ответы на дополнительные вопросы
Хорошо (базовый уровень)		основные требования к реферату и его защите выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём реферата; имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы
Удовлетворительно (пороговый уровень)		имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты отсутствует

		вывод
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы

Таблица 5.

Оценивание ответа на зачете

	4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
«Зачтено»	Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> - Полнота изложения теоретического материала; - Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий); - Самостоятельность ответа; - Культура речи. 	выполнены все требования к написанию и защите реферата: обозначена проблема и обоснована её актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объём, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны правильные ответы на дополнительные вопросы
	Хорошо (базовый уровень)		основные требования к реферату и его защите выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём реферата; имеются упущения в оформлении; на

			дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы
	Удовлетворительно (пороговый уровень)		имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты отсутствует вывод
«Не зачтено»	Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы

Таблица 5.

Оценивание ответа на зачете

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их

	выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.
--	---

Таблица 6.

Оценивание ответа на экзамене

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов
Для самостоятельной работы студентам подготовлены следующие вопросы:

1. Определение и примеры компактных подмножеств и пространств.
2. Критерий компактности подмножества.
3. Компактность отрезка из \mathbb{R} .
4. Образ компактного подмножества.
5. Аксиомы отделимости. Критерий замкнутости одноточечного подмножества.
6. Компактные подмножества хаусдорфова пространства.
7. Биекции компактного пространства в хаусдорфово.
8. Подпространства хаусдорфова пространства.
9. Критерий хаусдорфовости произведения.
10. Достаточное условие хаусдорфовости фактор пространства.
11. Фактор пространство компактного хаусдорфова G - пространства по конечной группе.
12. Определение и примеры связных пространств и связных подмножеств.
13. Критерий связности. Связность отрезка из \mathbb{R} .
14. Образ связного пространства.
15. Объединение связных пространств с непустым пересечением.
16. Критерий связности произведения.

Контрольная работа по теме «Кривизна и кручение»

1. Найдите кривизну и кручение винтового пути $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = bt$ в произвольной точке.
2. Докажите, что для следующего пути кривизна равна его кручению:
 $x = a \cosh t$, $y = a \sinh t$, $z = at$;
3. Найдите кривизну и кручение следующего пути:
 $x = e^t$, $y = e^{-t}$, $z = \sqrt{2} t$;
4. Найдите точки t , в которых кривизна пути $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, $z = \cos 2t$ имеет минимальное значение (локальное).
5. Докажите, что следующий путь плоский, и составьте уравнение плоскости, в которой расположен его образ:

$$x = \frac{1+t}{1-t}, y = \frac{1}{1-t^2}, z = \frac{1}{1+t}$$

Контрольная работа по теме «Касательная плоскость и нормаль поверхности»

1. Напишите уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x = u + v$, $y = u - v$, $z = uv$ в точке с криволинейными координатами $u = 2$, $v = 1$.

2. Напишите уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x = u$, $y = u - 2uv$, $z = u^3 - 3u^2v$ в точке с декартовыми координатами (1,3,4).
3. Напишите уравнения касательной плоскости и нормали к следующей поверхности в указанной точке:
 $z = x^3 + y^3$ в точке $M = (1, 2, 9)$;
4. Напишите уравнения касательной плоскости и нормали к прямому геликоиду $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = av$ в произвольной точке.
5. Докажите, что касательные плоскости к поверхности $xyz = a^3$ образуют с плоскостями координат тетраэдр постоянного объема.

Контрольная работа по теме «Топологические пространства»

1. Доказать, что если Y – подмножество топологического пространства, то Y замкнуто тогда и только тогда, когда $Y = \bar{Y}$,
2. Доказать, что $dY = \emptyset$ тогда и только тогда, когда Y одновременно открыто и замкнуто.
3. Доказать, что $X \setminus \dot{Y} = \overline{(X \setminus Y)}$.

Примерный вариант семестрового задания

1. На поверхности с первой квадратичной формой $I = du^2 + sh^2 u dv^2$ найдите длину линии $u = v$ между точками M_1 и M_2 с криволинейными координатами (u_1, u_1) и (u_2, u_2) .
2. На поверхности с первой квадратичной формой $I = (8u^2 + v^2)du^2 + 2uv du dv + (8v^2 + u^2)dv^2$ найдите длину линии $v = au$ между точками ее пересечения с линиями $u = 1$ и $u = 2$.
3. Найдите, под каким углом пересекаются линии $u + v = 0$, $u - v = 0$ на прямом геликоиде
$$x = u \cos v, y = u \sin v, z = av.$$
4. Найдите периметр и внутренние углы криволинейного треугольника $u = \pm av^2/2$, $v = 1$, расположенного на поверхности, у которой $I = du^2 + (u^2 + a^2) dv^2$.
5. Найдите угол между линиями $v = 2u$ и $v = -2u$ на поверхности, имеющей первую квадратичную форму $I = du^2 + dv^2$.
6. Найдите угол между линиями $v = u + 1$ и $v = 3 - u$ на поверхностях $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = u^2$.
7. Найдите площадь четырехугольника на прямом геликоиде $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = av$, ограниченного линиями $u = 0$, $u = a$, $v = 0$, $v = 1$.
8. Найдите вторую квадратичную форму прямого геликоида $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = av$.
9. Покажите, что при любом выборе параметризации плоскости вторая квадратичная форма тождественно равна нулю.
10. Найдите главные направления и главные кривизны прямого геликоида $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = av$.

11. Докажите, что главные направления прямого геликоида $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = av$ делят пополам углы между направлениями прямолинейной образующей и винтовой линии.
12. Вычислите главные кривизны поверхности

$$x = u^2 + v^2, y = u^2 - v^2, z = uv$$
 в точке P с криволинейными координатами $u = 1, v = 1$.
13. Найдите гауссову и среднюю кривизну прямого геликоида $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = av$.
14. Доказать, что если Y — подмножество топологического пространства, то Y замкнуто тогда и только тогда, когда $Y = \bar{Y}$.
15. Доказать, что $dY = \emptyset$ тогда и только тогда, когда Y одновременно открыто и замкнуто.
16. Доказать, что $X \setminus \dot{Y} = \overline{(X \setminus Y)}$.
17. Доказать, что топологическое пространство X хаусдорфово тогда и только тогда, когда диагональ $D = \{(x, x) : x \in X\}$ замкнута в $X \times X$.
18. Пусть X - компактное хаусдорфово пространство и Y - фактор-пространство, определенное отображением $f: X \rightarrow Y$. Докажите, что Y тогда и только тогда хаусдорфово, когда f - замкнутое отображение.
19. Пусть A - связное подпространство топологического пространства X и $A \subset Y \subset A$. Докажите, что Y -связно.

Экзаменационные вопросы

1. Понятие кривой. Элементарная кривая. Общая кривая.
2. Регулярная кривая. Способы аналитического задания кривой.
3. Векторная функция скалярного аргумента.
4. Понятие производной вектор f .
5. Понятие интеграла вектор функции f .
6. Особые точки регулярных плоских кривых.
7. Касательная кривой. Теорема.
8. Уравнение касательной для различных случаев аналитического задания кривой.
9. Соприкасающаяся плоскость кривой. Теорема.
10. Уравнение соприкасающейся плоскости.
11. Длина дуги кривой.
12. Кривизна кривой. Вычисление кривизны кривой.
13. Радиус и круг кривизны. Центр кривизны.
14. Эволюта и эвольвента.
15. Кручение кривой.
16. Естественный трехгранник пространственной кривой.
17. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.

18. Простая поверхность (общая поверхность).
19. Регулярная поверхность (аналитическое задание поверхности).
20. Касательная плоскость поверхности.
21. Первая квадратичная форма.
22. Площадь поверхности.
23. Вторая квадратичная форма.
24. Кривизна кривой.
25. Средняя и гауссова кривизна.