

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра «Математический анализ»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
СТАТИСТИКА**

Направление подготовки
01.03.01- «Математика»

Направленность
Математика

квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Фонд оценочных средств

разработан Цурова Ф.Д. ст. преподаватель.

Ф.И.О., должность, ученая степень, ученое звание

Рекомендован к утверждению на заседании кафедры
«Математический анализ» протокол заседания от 17 мая 2024г. №9
Зав. кафедрой _____ Танкиев И.А.
(подпись)

1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

При освоении дисциплины (модуля) компетенции, закрепленные за ней, реализуются по темам (разделам) дисциплины (модуля), в определенной степени (полностью или в оговоренной части) и на определенном этапе

Таблица1.

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;</p> <p>УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи;</p> <p>УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов;</p> <p>УК-1.4. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения;</p> <p>УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p>знать:</p> <p>Основные понятия теории вероятностей;</p> <ul style="list-style-type: none"> - Аксиоматику теории вероятностей; - законы распределения, числовые характеристики случайных величин и характеристики связи; - законы больших чисел и центральную предельную теорему теории вероятностей; - основные понятия математической статистики; - методы оценивания законов распределения и их параметров; - принципы построения критериев для проверки гипотез. <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - применять вероятностно-статистические методы и модели к решению практических задач; - строить оценки законов распределения, точечные и интервальные оценки их параметров; - формулировать гипотезы и осуществлять их проверку; - выявлять значимые связи между случайными величинами; - формулировать обоснованные выводы по результатам математической обработки выборочных данных. - использовать методы количественного анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования; - основные методы, способы и средства получения, хранения,

			<p>переработки информации;</p> <ul style="list-style-type: none"> - современные технические средства и информационные технологии для решения аналитических и исследовательских задач. <p>владеть навыками:-</p> <ul style="list-style-type: none"> - управления информацией с использованием прикладных программ деловой сферы своей деятельности; обобщения, анализа и систематизации информации; количественных и качественных методов анализа при принятии организационно - управленческих решений и построения экономиче-ских и финансовых моделей - вероятностно-статистическими методами решения прикладных задач; -
ОП К-2	<p>Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении области</p>	<p>Знает: Общие характеристики процессов сбора, передачи и обработки информации; современное состояние и тенденции развития технических и программных средств автоматизации и компьютеризации в области управления качеством</p> <p>Умеет: Понимать и решать профессиональные задачи в области управления научно-исследова-тельской и производственной дея-тельностью в соответствии с профилем подготовки</p> <p>Владет: Методами решения профес-сиональных задач с применением информационных технологий и соб-людением требо-ваний безопасности</p>	<p>знать: определения и свойства основных объектов изучения теории вероятностей, а также формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательств, возмож-ные сферы приложений.</p> <p>уметь: решать задачи вычисли-тельного и теоретического характера в области теории вероятностей, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятием, доказывать как известные утверждения, так и родственные им новые, формали-зовать поставленную задачу на язык теории вероятностей.</p> <p>владеть: Разнообразным математи-ческим аппаратом, подбирая соче-тания различных</p>

		<p>методов, для описания и анализа вероятностных моделей.</p> <p><i>Должен демонстрировать способность и готовность:</i></p> <p>Знать: Основные понятия теории вероятностей и математической статистики: вычислять интегралы, преобразовывать меру, дифференцировать, вычислять суммы рядов, определения и свойства математических объектов, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложения.</p> <p>Уметь: Извлекать актуальную научно-техническую информацию из предложенной литературы, электронных библиотек и научных сайтов, решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории вероятностей, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятием, доказывать как известные утверждения, так и родственные им новые.</p> <p>Владеть: Базовым математическим аппаратом, подбирая сочетания различных методов, для описания и анализа вероятностных моделей.</p>
--	--	---

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2.

Сопоставление шкал оценивания

4-балльная шкала (уровень освоения)	Отлично (повышенный уровень)	Хорошо (базовый уровень)	Удовлетворительно (пороговый уровень)	Неудовлетворительно (уровень не сформирован)
100-балльная шкала	91-100	81-90	61-80	0-60
Бинарная шкала	Зачтено			Не зачтено

Таблица 3.

Оценивание ответа на вопросы по темам для устного опроса

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> - Полнота изложения теоретического материала; - Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий); - Самостоятельность ответа; - Культура речи. 	Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса

Хорошо (базовый уровень)		Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе.
Удовлетворительно (пороговый уровень)		Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.

Таблица 4.

Оценивание подготовки рефератов

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> - Полнота изложения теоретического материала; - Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий); - Самостоятельность ответа; - Культура речи. 	выполнены все требования к написанию и защите реферата: обозначена проблема и обоснована её актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объём, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны правильные ответы на дополнительные вопросы
Хорошо (базовый уровень)		основные требования к реферату и его защите выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём реферата; имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы
Удовлетворительно (пороговый уровень)		имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты отсутствует вывод

Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы
---	--	--

Таблица 5.

Оценивание ответа на зачете

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Таблица 6.

Оценивание ответа на экзамене

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетвори	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них,

тельно»	большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.
---------	--

Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов
Контрольная работа №1

1. Обед в университетской столовой состоит из трех блюд. Первое блюдо в меню может быть выбрано 5 способами, второе блюдо — 4, а третье блюдо — 3. Сколько дней студент может съедать новый обед, если любая комбинация блюд возможна, и один обед от другого должен отличаться хотя бы одним блюдом?
2. Пятеро гостей случайным образом рассаживаются за Столом, Сколькими способами можно их рассадить так, чтобы хотя бы 2 гостя поменялись местами {изменился порядок)?
3. Десять участников финала разыгрывают! одну золотую, одну серебряную и одну бронзовую медали. Сколькими способами эти награды могут быть распределены между спортсменами?
4. В полуфинальном забеге участвуют десять спортсменов, Три спортсмена» показавшие лучший результат, попадают в финал. Сколько существует различных троек финалистов?
5. Для автомобильных номеров используются 10 цифр и 28 букв. Каждый номер состоит из 3 букв и 4 цифр. Какое максимальное число машин может получить номера при такой системе нумерации?
6. В цветочном киоске продается 10 наименований цветов. Покупатель желает приобрести букет из 5 цветов. Сколько существует комбинаций таких букетов
7. Имеется шестизначная кодовая комбинация, состоящая из трех цифр 1, 3, 5, в которой цифра 1 встречается один раз, цифра 3 два раза и цифра 5 — три раза. Сколько существует комбинаций таких наборов?
8. Описать пространство элементарных событий следующего опыта — брошены две игральные кости.
9. Имеется колода тщательно перемешанных карт (36 листов). Наугад вытаскивается одна карта. Сколько в среднем надо провести опытов, чтобы этой картой был туз пиковый?

10. Рассмотрим игру в преферанс, когда старшие 32 карты карточной колоды случайным образом распределяются между тремя игроками, получающими по 10 карт, и «прикупом», куда кладут 2 карты. Какова вероятность того, что в прикупе окажутся 2 туза?
11. Предположим, что один из играющих имеет 5 старших карт одной масти (черви), исключая даму. При объявлении ранга игры участнику приходится учитывать возможность образования у одного из вистующих — противников — комбинации из трех оставшихся червей. Какова вероятность этого события?
12. В поступившей партии из 30 швейных машинок 10 машинок имеют внутренние дефекты. Какова вероятность того, что из партии в пять наудачу взятых машинок три окажутся бездефектными?

Контрольная работа №2

1. Найти вероятность того, что сумма двух случайно выбранных чисел от -1 до 1 больше нуля, а их произведение отрицательно.
2. Из промежутка $[0; 2]$ наудачу выбраны два числа x и y . Найти вероятность того, что эти числа удовлетворяют неравенству:

$$x^2 \leq 4y \leq 4x.$$

Контрольная работа №3

1. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность появления хотя бы одной шестерки?
2. Подбрасываются 2 монеты. Найдите вероятность выпадения на обеих монетах герба.
3. Прибор, работающий в течение времени t , состоит из трех узлов, каждый из которых независимо от других может в течение времени t отказать. Отказ хотя бы одного узла приводит к отказу прибора. За время t вероятность безотказной работы узлов соответственно равна: 0,8; 0,9; 0,7 Какова надежность прибора (вероятность безотказной работы) за время t ?
4. Экзаменуемым по теории вероятностей было предложено 34 билета. Студент дважды извлекает по одному билету из предложенных (не возвращая их). Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен, если он подготовил лишь 30 билетов и в первый раз вытянул «неудачный» билет?

5. Имеются три одинаковые урны. В первой урне находятся два белых и один черный шар. Во второй урне — три белых и один черный, а в третьей урне — два белых и два черных. Какова вероятность того, что некто подойдет и из произвольной урны извлечет белый шар?
6. Представим себе странника, идущего из некоторого пункта О и на разветвлении дорог выбирающего наугад один из возможных путей. Какова вероятность того, что странник из пункта О попадет в пункт А?

Контрольная работа № 4

1. Прибор может собираться из высококачественных деталей и из деталей обычного качества, 40 % приборов собирается из высококачественных деталей, и их надежность за время t равна 95 %. Приборы из обычных деталей за время t имеют надежность 0,7. Прибор испытан и за время t работал безотказно. Какова вероятность того, что он собран из высококачественных деталей?
2. В урне находятся три шара белого и черного цвета, причем распределение числа шаров по цветам неизвестно. В результате испытания из урны извлекли один шар. а) Сформулируйте гипотезы о содержимом урны до испытания и укажите их вероятности. б) Найдите вероятности гипотез после испытания, состоящего в извлечении из урны белого шара.
3. Три организации представили в налоговую инспекцию отчеты для выборочной проверки. Первая организация представила 15 отчетов, вторая — 10, третья — 25. Вероятности правильного оформления отчетов у этих организаций известны и соответственно равны: 0,9; 0,8 и 0,85. Наугад был выбран один отчет, и он оказался правильным, Какова вероятность того, что этот отчет принадлежит второй организации?

Вопросы к зачёту:

1. Случайные явления.
2. Статистический подход к понятию вероятности.
3. Классическая вероятность.
4. Геометрическая вероятность.
5. Парадокс де Мере.
6. Элементы комбинаторики: правило суммы и произведения; размещения, сочетания с повторением и без повторения, перестановки.
7. Схема случайного выбора с возвращением и без возвращения. Примеры.
8. Элементарные и случайные события.
9. Определения невозможного, достоверного событий, сумм, произведения, разности событий, противоположного события.

10. Понятие алгебры и сигма-алгебры событий.
11. Алгебраические операции над событиями.
12. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства. Примеры соответствующих пространств.
13. Понятие измеримого пространства.
14. Дополнительная аксиома непрерывности.
15. Аксиоматика Колмогорова.
16. Доказательство теоремы об эквивалентности аксиомы непрерывности (плюс конечной аддитивности) и аксиомы сигма-аддитивности.
17. Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.
18. Условная вероятность. Независимость событий.
19. Парная независимость и независимость в совокупности. Пример С.Н. Бернштейна.
20. Вероятность произведения событий.
21. Независимость алгебр и сигма-алгебр.
22. Схема Бернулли как вероятностное пространство, описывающее независимые опыты.
23. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
24. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.
25. Обсуждение скорости сходимости и исследование различных вероятностей "успеха" в независимых испытаниях Бернулли.
26. Область применения доказанных предельных теорем.
27. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
28. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный.
29. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.
30. Математическое ожидание и его свойства для случаев дискретного и непрерывного распределений случайных величин.
31. Дисперсия и ее свойства. Моменты.
32. Коэффициенты асимметрии и эксцесса.
33. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышёва, правило "трёх сигм".
34. Задача регрессии. Условное математическое ожидание.
35. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Примеры случайных векторов.
36. Многомерные распределения.
37. Свойства совместных функции распределения и функции плотности.
38. Критерий независимости случайных величин.
39. Свойства независимых случайных величин.
40. Свертка функций распределения и функций плотности.
41. Смешанные моменты второго порядка для случайных величин.

Вопросы к экзамену:

42. Случайные явления.
43. Статистический подход к понятию вероятности.
44. Классическая вероятность.
45. Геометрическая вероятность.
46. Парадокс де Мере.

47. Элементы комбинаторики: правило суммы и произведения; размещения, сочетания с повторением и без повторения, перестановки.
48. Схема случайного выбора с возвращением и без возвращения. Примеры.
49. Элементарные и случайные события.
50. Определения невозможного, достоверного событий, сумм, произведения, разности событий, противоположного события.
51. Понятие алгебры и сигма-алгебры событий.
52. Алгебраические операции над событиями.
53. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства. Примеры соответствующих пространств.
54. Понятие измеримого пространства.
55. Дополнительная аксиома непрерывности.
56. Аксиоматика Колмогорова.
57. Доказательство теоремы об эквивалентности аксиомы непрерывности (плюс конечной аддитивности) и аксиомы сигма-аддитивности.
58. Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.
59. Условная вероятность. Независимость событий.
60. Парная независимость и независимость в совокупности. Пример С.Н. Бернштейна.
61. Вероятность произведения событий.
62. Независимость алгебр и сигма-алгебр.
63. Схема Бернулли как вероятностное пространство, описывающее независимые опыты.
64. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
65. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.
66. Обсуждение скорости сходимости и исследование различных вероятностей "успеха" в независимых испытаниях Бернулли.
67. Область применения доказанных предельных теорем.
68. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
69. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный.
70. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.
71. Математическое ожидание и его свойства для случаев дискретного и непрерывного распределений случайных величин.
72. Дисперсия и ее свойства. Моменты.
73. Коэффициенты асимметрии и эксцесса.
74. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышёва, правило "трёх сигм".
75. Задача регрессии. Условное математическое ожидание.
76. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Примеры случайных векторов.
77. Многомерные распределения.
78. Свойства совместных функции распределения и функции плотности.
79. Критерий независимости случайных величин.
80. Свойства независимых случайных величин.
81. Свертка функций распределения и функций плотности.
82. Смешанные моменты второго порядка для случайных величин.
83. Свойства ковариации и коэффициента корреляции.
84. Ковариационная и корреляционная матрицы, их свойства.
85. Многомерное нормальное распределение.

86. Некоррелированность и независимость случайных величин их соотношение.
87. Сходимость полиномиального распределения к многомерному нормальному распределению.
88. Предельные теоремы при минимальных условиях на случайные величины.
89. Закон больших чисел Чебышёва.
90. Сходимость частоты числа "успехов" в схеме Бернулли. Обобщение теорем.
91. Следствия из предельных теорем.
92. Философские аспекты предельных теорем в теории вероятностей, примеры применения законов больших чисел в различных областях знаний.
93. Ковариация случайных величин. Коэффициент корреляции.
94. Функции распределения вероятностей СВ.
95. Плотность распределения вероятностей НСВ и ее свойства.
96. Нормальное распределение: а) числовые характеристики; б) вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины; в) правило трех сигм.
97. Понятие о теореме Ляпунова.
98. Оценка отклонения теоретического распределения от нормального.
99. Функция одного случайного аргумента и ее распределение.
100. Математическое ожидание функции одного случайного аргумента.
101. Функция 2-х случайных аргументов. Устойчивость нормального распределения: а) Распределение «Хи-квадрат»; б) Распределение Стьюдента.
102. Системы 2-х случайных величин: а) Закон распределения вероятностей дискретной СВ; б) функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
103. Плотность совместного распределения вероятностей НСВ (двумерная плотность).
104. Вероятностный смысл двумерной СВ.
105. Свойства двумерной плотности вероятности.
106. Отыскания плотностей вероятности составляющих двумерной СВ.
107. Условные законы распределения составляющих системы дискретных СВ и НСВ.
108. Условное математическое ожидание.
109. Числовые характеристики систем двух СВ.
110. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.
111. Нормальный закон распределения на плоскости.
112. Линейная регрессия, линейная корреляция, нормальная корреляция.
113. Выборочный метод. Задачи математической статистики.
114. Генеральная и выборочная совокупность. Способы отбора.
115. Статистическое распределение выборки.
116. Эмпирическая функция распределения.
117. Полигон и диграма.
118. Статистические оценки параметров распределения. Выборочная средняя.
119. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних.
120. Групповая и общая средняя. Выборочная дисперсия.
121. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном σ , для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном σ (альфа), для оценки среднего квадратичного отклонения нормального распределения.
122. Метод наибольшего правдоподобия. Другие характеристики вариационного ряда.
123. Методы расчета сводных характеристик выборки: а) условные варианты; б) условные эмпирические моменты; в) метод произведений для вычисления выборочных средних и дисперсий.

