

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра «Математический анализ»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

Направление подготовки
01.03.01- «Математика»

Направленность
Математика

квалификация выпускника
Бакалавр
Форма обучения
Очная

Фонд оценочных средств

разработан Султыгов М.Дж., профессор кафедры «Математический анализ», к.ф.-м.н
(подпись) Ф.И.О., должность, ученая степень, ученое звание
Рекомендован к утверждению на заседании кафедры
«Математический анализ» протокол заседания от 17 мая 2024 г. № 9
Зав. кафедрой _____ Танкиев И.А.
(подпись)

г. МАГАС, 2024

1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

При освоении дисциплины (модуля) компетенции, закрепленные за ней, реализуются по темам (разделам) дисциплины (модуля), в определенной степени (полностью или в оговоренной части) и на определенном этапе

Таблица1.

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
УК-6	Способен управлять своим временем, и выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК 6.1: Использует инструменты и методы управления временем при выполнении конкретных задач, проектов, при достижении поставленных целей; УК6.2: Определяет приоритеты собственной деятельности, личностного развития и профессионального роста; УК 6.3: Оценивает требования рынка труда и предложения образовательных услуг для выстраивания траектории собственного профессионального роста; УК 6.4: Строит профессиональную карьеру и определяет стратегию профессионального развития	Знать: основные понятия, определения и свойства объектов анализа, формулировки комплексного и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений в других областях математического знания. Уметь: оперировать с комплексными числами во всех формах; дифференцировать, интегрировать и находить разложения в ряды Тейлора и Лорана функций комплексного переменного; исследовать аналитические свойства функций, находить нули и особые точки функций; применять теорию вычетов для вычисления контурных, определенных и несобственных интегралов; строить конформные отображения односвязных областей;
ОПК-2	Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании,	Знает: Общие характеристики процессов сбора, передачи и обработки информации; современное состояние и тенденции развития технических и программных средств автоматизации и компьютеризации в области	Владеть: теоретическими и практическими навыками применения методов комплексного анализа в научно-исследовательской и прикладной деятельности; способами ориентации в профессиональных источниках

	технике, экономике и управлении	управления качеством Умеет: Понимать и решать профессиональные задачи в области управления научно-исследовательской и производственной деятельности в соответствии с требованиями. Владеет: Методами решения профессиональных задач с применением информационных технологий и соблюдением требований безопасности	информации (журналы, сайты, образовательные порталы и т.д.); способами взаимодействия с другими субъектами образовательного процесса; различными средствами коммуникации в профессиональной педагогической деятельности.
--	---------------------------------	---	--

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2.

Сопоставление шкал оценивания

4-балльная шкала (уровень освоения)	Отлично (повышенный уровень)	Хорошо (базовый уровень)	Удовлетворительно (пороговый уровень)	Неудовлетворительно (уровень не сформирован)
100-балльная шкала	91-100	81-90	61-80	0-60
Бинарная шкала	Зачтено			Не зачтено

Таблица 3.

Оценивание ответа на вопросы по темам для устного опроса

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> - Полнота изложения теоретического материала; - Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий); - Самостоятельность ответа; - Культура речи. 	Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, приводит собственные примеры по проблематике

		поставленного вопроса
Хорошо (базовый уровень)		Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе.
Удовлетворительно (пороговый уровень)		Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Студент не способен

		ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.
--	--	---

Таблица 4.

Оценивание подготовки рефератов(курсовых)

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> - Полнота изложения теоретического материала; - Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий); - Самостоятельность ответа; - Культура речи. 	выполнены все требования к написанию и защите реферата(курсовой): обозначена проблема и обоснована её актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объём, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны правильные ответы на дополнительные вопросы
Хорошо (базовый уровень)		основные требования к реферату(курсовой) и его защите выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём реферата; имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы
Удовлетворительно (пороговый уровень)		имеются существенные отступления от требований к реферированию (написанию курсовой). В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата или при ответе на дополнительные вопросы; во

		время защиты отсутствует вывод
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		тема реферата(курсовой) не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы

Таблица 5.

Оценивание ответа на экзамене

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

**Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов
5 семестр**

Контрольная работа № 1

1. Найти все значения корня $\sqrt[4]{-8 - 8i\sqrt{3}}$.
2. Представить в алгебраической форме $\operatorname{Ln}(1 + i\sqrt{3})$.
3. Представить в алгебраической форме $\operatorname{Arctg}\left(\frac{-2\sqrt{3}+3i}{3}\right)$
4. Вычертить область, заданную неравенствами $|z + 1| \geq 1, |z + i| < 1$.

Контрольная работа № 2

1. Проверить, что $u(x, y)$ является действительной (мнимой) частью голоморфной функции. Восстановить голоморфную в окрестности точки z_0 функцию $f(z)$ по известной действительной части $u(x, y)$ или мнимой $v(x, y)$ и значению $f(z_0)$,
 $u = x^2 - y^2 + x, f(0) = 0$.
2. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой
 $\int_L z|z|dz, \quad L: \{z| = 1, \operatorname{Im} z \geq 0\}$.
3. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням z

$$f(z) = \frac{7z + 196}{98z^2 + 7z^3 - z^4}.$$

4. Определить тип особой точки $z = 0$ для данной функции

$$f(z) = z^4 \exp \frac{4}{z^5}.$$

Контрольная работа № 3

1. Представить в алгебраической форме $\operatorname{ch}(1 - \pi i)$.
2. Определить вид кривой $z = -\sec t + i3 \operatorname{tg} t$.
3. Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки z_0

$$f(z) = z \sin \pi \frac{z-1}{z-2}, \quad z_0 = 2.$$

4. Для данной функции найти все изолированные особые точки и определить их тип

$$f(z) = \frac{2z - \sin 2z}{z^2(z^2 + 1)}.$$

6 семестр

Контрольная работа № 1

Задача 1. Вычислить интеграл $\int_{|z-\pi|=2} \frac{\cos^2 z}{z \sin z} dz$.

Задача 2. Вычислить интеграл $\int_{|z|=0,3} \frac{e^{3z} - 1 - \sin 3z}{z^2 \operatorname{sh} 3\pi z} dz$.

Задача 3. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 - 10x + 29)^2}$.

Задача 4. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x^2 + x) \cos x}{x^4 + 13x^2 + 36} dx$.

Контрольная работа № 2

Задача 1. Найти образ области D при отображении $w = f(z)$:

$$D = \{z \in C_z : |z - 2 - i| > 2\}, \quad f(z) = \frac{z + 1 - 2i}{z + 1 + i}.$$

Задача 2. Найти образ области D при отображении $w = f(z)$:

$$D = \{z \in C_z : -\pi < \operatorname{Im} z < 3\pi, z \neq it, t \in (-\pi, \pi]\}, \quad f(z) = \exp\left(-\frac{z}{2}\right).$$

Задача 3. Найти образ области D при отображении $w = f(z)$:

$$D = \{z \in C_z : -2 < \operatorname{Re} z < 0, z \neq t, t \in [-1, 0)\}, \quad f(z) = i \operatorname{ch} \frac{i\pi z}{2}.$$

Задача 4. Найти образ области D при отображении $w = f(z)$:

$$D = \{z \in C_z : 0 < \operatorname{Re} z < 1, \operatorname{Im} z > 0\}, \quad f(z) = \operatorname{th} i\pi z.$$

Контрольная работа № 3

Задача 1. Вычислить интеграл $\int_{|z|=0,3} \frac{e^z - \sin z}{z^2} dz$.

Задача 2. Вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(\sqrt{7} + \cos x)^2}$.

Задача 3. Найти образ области D при отображении $w = f(z)$:

$$D = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} z < 0, z \neq it, t \in (-\infty, -1]\}, \quad f(z) = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right).$$

Задача 4. Отобразить на верхнюю полуплоскость односвязную область

$$D = \{z \in \mathbb{C} : |z| > 1, |z - i| > 1\}.$$

Перечень вопросов и заданий для контрольных работ

1. Контрольная работа по теме "Аналитические функции. Конформные отображения "

1. Восстановить аналитическую функцию по её действительной или мнимой части.
2. Найти линейную функцию, отображающую область на область.
3. Найти дробно-линейную функцию по трём парам соответственным точкам.
4. Отобразить конформно область на область.

2. Контрольная работа по теме "Комплексный интеграл. Ряд Лорана"

1. Вычислить значения трансцендентных функций комплексного переменного.
2. Вычислить комплексный интеграл, используя интегральную формулу Коши.
3. Разложить функцию в ряд Лорана в указанном круговом кольце.
4. Найти и классифицировать изолированные особые точки функции комплексного переменного.

Темы рефератов

1. Формальные производные. Условия Коши – Римана в полярных координатах.
2. Конформные отображения I и II родов.
3. Функция Жуковского и ее свойства.
4. Интеграл типа Коши и его свойства.
5. Формулы Сохоцкого.
6. Интеграл Пуассона. Решение задачи Дирихле.
7. Целые и мероморфные функции. Примеры. Порядок и тип.

8. Бесконечные произведения с комплексными членами.
9. Конформные отображения круга на круг или на верхнюю полуплоскость.
10. Дробно - линейные функции и интерпретация геометрии Лобачевского.
11. Римановы поверхности радикала, логарифма и других функций.
12. Гармонические функции и их свойства. Задача Дирихле.
13. Плоское векторное поле и комплексный потенциал. Физические представления.
14. Краевая задача Римана.
15. Сингулярные интегральные уравнения.
16. Применение ТФКП в решении уравнений с частными производными.
17. Задачи гидродинамики и газовой динамики.
18. Разложения мероморфных функций на элементарные дроби.
19. Разложения функций в бесконечные произведения.
20. Нули аналитических функций и теория устойчивости.
21. Методы асимптотических оценок.

Темы курсовых работ

1. Формальные производные.
2. Конформные отображения Π рода.
3. Функция Жуковского и ее свойства.
4. Интеграл типа Коши и его свойства.
5. Формулы Сохоцкого.
6. Интеграл Пуассона. Решение задачи Дирихле.
7. Целые и мероморфные функции.
8. Бесконечные произведения с комплексными членами.
9. Конформные отображения круга на круг или на верхнюю полуплоскость.
10. Теорема Пикара.
11. Дробно - линейные функции и интерпретация геометрии Лобачевского.
12. Римановы поверхности радикала, логарифма и других функций.
13. Гармонические функции и их свойства. Задача Дирихле.
14. Плоское векторное поле и комплексный потенциал. Физические представления.
15. Краевая задача Римана.
16. Сингулярные интегральные уравнения.
17. Применение ТФКП в решении уравнений с частными производными.
18. Задачи гидродинамики и газовой динамики.
19. Разложения мероморфных функций на элементарные дроби.
20. Разложения функций в бесконечные произведения.

21. Нули аналитических функций и теория устойчивости.
22. Методы асимптотических оценок.

Список вопросов к экзамену:

1. Поле комплексных чисел (определение, свойства, геометрическая интерпретация, операции над комплексными числами).
2. Стереографическая проекция; её основные свойства.
3. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность.
4. Экспонента в комплексной области и её свойства.
5. Тригонометрические и гиперболические функции с комплексным аргументом.
6. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Круг сходимости.
7. Дифференцируемость и производная функции комплексного переменного. Условия Коши - Римана.
8. Гармонические функции; их связь с аналитическими функциями. Восстановление аналитической функции по действительной или мнимой части.
9. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Понятие конформного отображения.
10. Линейная функция, её свойства.
11. Функция $w = 1/z$. Угол в бесконечно удалённой точке.
12. Дробно - линейная функция и её групповое и круговое свойства.
13. Восстановление дробно - линейной функции по трем парам соответственных точек. Сохранение симметрии при дробно-линейном отображении.
14. Общий вид дробно-линейной функции, отображающей: 1) верхнюю полуплоскость на единичный круг; 2) единичный круг на себя.
15. Мнозначная функция радикал. Свойства радикала.
16. Мнозначная функция логарифм. Свойства логарифма.
17. Обратные тригонометрические функции комплексного аргумента.
18. Степень с комплексным показателем. Степенная и общая показательная функции.
19. Интеграл по комплексному переменному, его основные свойства.
20. Теорема Коши для односвязной области.
21. Теорема Коши для составного контура (многосвязной области).
22. Интегральная формула Коши.
23. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.
24. Теорема Морера.

25. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Круг сходимости.
 26. Теорема Вейерштрасса о равномерно сходящихся рядах аналитических функций.
 27. Ряд Тейлора. Разложение функции в степенной ряд.
 28. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Тейлора. Теорема Лиувилля.
 29. Нули аналитической функции. Изолированность аналитических нулей.
 30. Теорема единственности.
 31. Принцип максимума модуля.
 32. Ряд Лорана. Разложение функции в обобщенно-степенной ряд.
 33. Изолированные особые точки однозначного характера.
 34. Теорема Сохоцкого.
 35. Вычет функции комплексного переменного. Вычисление вычета функции относительно полюса.
 36. Основная теорема о вычетах. Вычет функции относительно бесконечно удалённой точки.
 37. Логарифмический вычет. Принцип аргумента.
- Теорема Руше. Доказательство основной теоремы алгебры