

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра «Математический анализ»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

Направление подготовки

*01.03.01- «Математика»*

Направленность

*Математика*

квалификация выпускника

*Бакалавр*

Форма обучения

*Очная*

Фонд оценочных средств

разработан Кодзоевой Ф.Дж., доцентом кафедры «Математический анализ», к.ф.-м.н.

Рекомендован к утверждению на заседании кафедры

«Математический анализ» протокол заседания от 17 мая 2024 г. № 9

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Танкиев И.А.

г. МАГАС, 2024

## 1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

При освоении дисциплины (модуля) компетенции, закрепленные за ней, реализуются по темам (разделам) дисциплины (модуля), в определенной степени (полностью или в оговоренной части) и на определенном этапе

Таблица 1.

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)
УК-6	Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.1. Использует инструменты и методы управления временем при выполнении конкретных задач, проектов, при достижении поставленных целей; УК-6.2. Определяет приоритеты собственной деятельности, личностного развития и профессионального роста; УК-6.3. Оценивает требования рынка труда и предложения образовательных услуг для выстраивания траектории собственного профессионального роста; УК – 6.4. Строит профессиональную карьеру и определяет стратегию профессионального развития.
ПК-3	Способен строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	ПК-3.1: Знает утверждения, находящиеся в широком диапазоне, требующие оригинальности анализа ПК-3.2: Умеет пользоваться отработанными и малоизвестными методами анализа ПК-3.3: Владеет методиками доказательств, требующими абстрактного мышления и комплексного подхода

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2.

### Сопоставление шкал оценивания

4-балльная шкала (уровень)	Отлично (повышенный уровень)	Хорошо (базовый уровень)	Удовлетворительно (пороговый уровень)	Неудовлетворительно (уровень не сформирован)
----------------------------	------------------------------	--------------------------	---------------------------------------	----------------------------------------------

освоения)				
100- балльная шкала	91-100	81-90	61-80	0-60
Бинарная шкала	Зачтено			Не зачтено

Таблица 3.

### Оценивание ответа на вопросы по темам для устного опроса

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Полнота изложения теоретического материала;</li> <li>- Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий);</li> <li>- Самостоятельность ответа;</li> <li>- Культура речи.</li> </ul>	Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса
Хорошо (базовый уровень)		Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе.
Удовлетворительно (пороговый уровень)		Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, недостаточным умением давать аргументированные

		ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.

Таблица 4.

#### Оценивание подготовки рефератов

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Полнота изложения теоретического материала;</li> <li>- Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий);</li> <li>- Самостоятельность ответа;</li> <li>- Культура речи.</li> </ul>	выполнены все требования к написанию и защите реферата: обозначена проблема и обоснована её актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объём, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны правильные ответы на дополнительные вопросы

Хорошо (базовый уровень)		основные требования к реферату и его защите выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём реферата; имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы
Удовлетворительно (пороговый уровень)		имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты отсутствует вывод
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы

Таблица 5.

### Оценивание ответа на зачете

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их

	выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.
--	-------------------------------------------------------

### 3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

1. Из 100 студентов 28 изучают испанский язык, 30-немецкий, 42-французский, 8-испанский и немецкий, 10-испанский и французский, 5-немецкий и французский, и три студента изучают все три языка. Сколько студентов не изучают ни одного языка? Сколько студентов изучают только французский язык?
2. Показать, что если всякое отображение непустого множества  $P$  на  $P$  есть взаимно однозначное соответствие, то  $P$  – конечное множество.
3. Доказать, что мощность всех функций, непрерывных на  $[a, b]$  имеет мощность  $c$ .
4. Показать, что мера открытого ограниченного множества равна его мере Лебега.
5. Показать, что если  $f(x)$  измерима, то множество  $\{x \mid f(x) = a\}$  измеримо при любом  $a$ .
6. Показать, что последовательность  $\{x_n\}$  сходится на  $[0, 1]$  почти всюду к функции  $f(x) = 0$ . Проверить, что  $\{x_n\}$  сходится к  $f(x)$  и по мере.
7. Вычислить интеграл Лебега  $\int_a^b D(x) dx$ , где  $D(x)$  - функция Дирихле.
8. Вычислить интеграл Лебега от функции  $f(x) = \frac{1}{x}$  на  $(0, 1]$ .

### Тестовые задания

#### Вариант 1.

**1. Множества  $A$  и  $B$  называется равномощными, если:**

- а) существует взаимно-однозначное отображение  $\varphi: A \rightarrow B$
- б) существует отображение  $\psi: A \rightarrow B$
- в) если  $A \subset B$  и  $B \subset A$

**2. Множество всех подмножеств счетного множества имеет мощность:**

- а) счетную,
- б)  $c$ ,
- в)  $2^c$ .

**3. Пространство  $C([a, b])$  с метрикой  $\rho(f, g) = \sup |f(x) - g(x)|$  является:**

- а) полным
- б) неполным
- в) сепарабельным

**4. Компактное подмножество  $A$  хаусдорфова пространства:**

- а) хаусдорфово,
- б) замкнуто,
- в) открыто.

**5. Исключите свойство, не имеющее отношения к понятию меры на алгебре множеств:**

- а)  $\mu(\emptyset) = 0$  и  $\mu(A) \geq 0$
- б)  $\mu(A) = \sum_{n=1}^{\infty} \mu(A_n)$ ,  $A_n \cap A_m = \emptyset$  при  $n \neq m$
- в)  $\mu(A + B) = \mu(A) + \mu(B)$  для любых  $A, B$  принадлежащих заданной алгебре множеств.

## **Вариант 2**

**1. Мощность множества понимается как количество элементов множества, если:**

- а) множество конечно,
- б) множество счетно,
- в) множество пусто

**2. Какое из данных множеств не обладает мощностью гиперконтинуума:**

- а) множество всех функций, заданных на  $[a, b]$ ,
- б) множество  $|R^n|$ ,
- в) множество всех подмножеств плоскости ?

**3. Пространство ограниченных на отрезке  $[a, b]$  функций с метрикой  $\rho(f, g) = \sup |f(x) - g(x)|$  является:**

- а) неполным
- б) полным
- в) сепарабельным

**4. Внутренность множества  $A$  обозначается:**

- а)  $O(A)$ ,
- б)  $\text{int } A$
- в)  $X \setminus A$

**5. Мера Лебега канторовского множества равна:**

- 1) 1
- 2) 0
- 3) не определена.

**Вариант 3.**

**1. Известно, что  $A \subset B$ , тогда**

- а)  $|A| < |B|$
- б)  $|A| \neq |B|$
- в)  $|A| = |B|$
- г) нет верного ответа.

**2. Какое из приведенных свойств не является аксиомой метрики:**

- 1)  $\rho(x, x) = 0$
- 2)  $\rho(x, y) = -\rho(y, x)$
- 3)  $\rho(x, y) \leq \rho(y, x) = \rho(x, z)$ ?

**3. Какое из приведенных пространств не является полным:**

- а)  $C([a, b])$  с метрикой  $\rho(f, g) = \sup |f(x) - g(x)|$
- б) пространство ограниченных на отрезке  $[a, b]$  функций с метрикой  $\rho(f, g) = \sup |f(x) - g(x)|$
- в)  $C([a, b])$  с метрикой  $\rho(f, g) = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ ?

**4. Множество  $A = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\right\}$  на  $R$  со стандартной топологией**

- а) открыто,



- б) не открыто,
- в) замкнуто,
- г) не замкнуто.

**5. Алгебра всегда является:**

- а) кольцом,
- б) полукольцом,
- в)  $\sigma$  - алгеброй.

**Вариант 4.**

**1. Если  $A \subset B \subset C$  и  $|A| = |C|$ , то**

- а)  $|A| = |B|$
- б)  $|A| = |B| = |C|$
- в)  $|A| \neq |B|$

**2. Какое из приведенных ниже пространств не является метрическим:**

- а)  $C[0,1]$ ,
- б)  $R$ ,
- в)  $L_p$
- г) нет верного ответа?

**3. Функция  $f(x)$  абсолютно интегрируема на  $[a, b]$  и  $\int_a^b |f(x)| dx = 0$  (1) и  $f(x) = 0$  в любой точке  $x \in [a, b]$  (2), тогда:**

- а)  $(1) \Rightarrow (2)$
- б)  $(2) \Rightarrow (1)$
- в)  $(1) \Rightarrow (2)$

**4. Пусть  $Q$  - множество рациональных точек на  $R$ , тогда:**

- а)  $Q$  - компактно,
- б)  $Q$  - не компактно,

в)  $R \setminus Q$  - компактно.

**5. Пространство  $L_p(a, b)$ ,  $1 \leq p < \infty$**

а) сепарабельно,

б) неполное

в) содержит только непрерывные функции

### **Вопросы к зачету.**

1. Многомерное евклидово пространство.
2. Замкнутые и открытые множества.
3. Структура линейного открытого множества.
4. Метрические пространства.
5. Аддитивные функции множеств.
6. Мера и ее свойства.
7. Внешняя мера.
8. Распространение меры с кольца на алгебру
9.  $n$ -мерные параллелепипеды. Объем параллелепипеда.
10. Полукольцо ячеек. Представление открытого множества с помощью ячеек.
11. Измеримые множества.
12. Определение измеримых функций.
13. Арифметические операции над измеримыми функциями.
14. Предельный переход в классе измеримых функций.
15. Эквивалентные функции.
16. Сходимость почти всюду. Сходимость по мере.
17. Теоремы Лузина, Егорова и Фреше.
18. Определение интеграла Лебега.
19. Простейшие свойства интеграла.
20. Предельный переход под знаком интеграла.
21. Пространство измеримых функций.
22. Определение суммируемой функции.

- 23. Распространение простейших свойств интеграла.
- 24. Предельный переход под знаком интеграла.
- 25. Пространство суммируемых функций.
- 26. Геометрический смысл интеграла Лебега.
- 27. Абсолютно непрерывные функции точки.
- 28. Функции, представимые в виде интеграла.
- 29. Дифференцирование непрерывных монотонных функций
- 30. Дифференцирование разрывных монотонных функций