

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра «Математический анализ»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ**

Направление подготовки
01.03.01- «Математика»

Направленность
Математика

квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Фонд оценочных средств

разработан Тумгоевой Х.А., к.ф.-м.н.

Рекомендован к утверждению на заседании кафедры
«Математический анализ» протокол заседания от 17 мая 2024г. № 9
Зав. кафедрой Танкиев И.А.

1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

При освоении дисциплины (модуля) компетенции, закрепленные за ней, реализуются по темам (разделам) дисциплины (модуля), в определенной степени (полностью или в оговоренной части) и на определенном этапе

Таблица1.

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции
ОПК-3	Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики	Знает: Основные направления и проблематику современной математики Умеет: Решать исследовательские математические задачи на основе конструирования новых или реконструкции уже известных способов и приемов Владеет: Методами математических исследований
ПК-3	Способен строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Знает: Утверждения, находящиеся в широком диапазоне, требующие оригинальности анализа Умеет: Пользоваться отработанными и малоизвестными методами анализа Владеет: Методиками доказательств, требующими абстрактного мышления и комплексного подхода

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2.

Сопоставление шкал оценивания

4-балльная шкала (уровень освоения)	Отлично (повышенный уровень)	Хорошо (базовый уровень)	Удовлетворительно (пороговый уровень)	Неудовлетворительно (уровень не сформирован)
100-балльная шкала	91-100	81-90	61-80	0-60
Бинарная шкала	Зачтено			Не зачтено

Таблица 3.

Оценивание ответа на вопросы по темам для устного опроса

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> - Полнота изложения теоретического материала; - Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий); - Самостоятельность ответа; - Культура речи. 	Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса
Хорошо (базовый уровень)		Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе.
Удовлетворительно (пороговый уровень)		Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории,

		недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.

Таблица 4.

Оценивание подготовки рефератов

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> - Полнота изложения теоретического материала; - Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий); - Самостоятельность ответа; - Культура речи. 	выполнены все требования к написанию и защите реферата: обозначена проблема и обоснована её актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объём, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны правильные ответы на дополнительные вопросы

Хорошо (базовый уровень)		основные требования к реферату и его защите выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём реферата; имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы
Удовлетворительно (пороговый уровень)		имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты отсутствует вывод
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы

Таблица 5.

Оценивание ответа на зачете

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Таблица 6.

Оценивание ответа на экзамене

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Вопросы и задания для контроля работы студентов по дисциплине «Дополнительные главы линейной алгебры»

Вопросы к экзамену

1. Линейные операторы и их матричная запись. Примеры.
2. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора: существование, вычисление.
3. Пространство линейных операторов.
4. нильпотентные операторы (определение, простейшие свойства). Жорданова клетка.
5. Обратная матрица: критерий обратимости, метод Гаусса вычисления обратной матрицы.
6. Инварианты линейного оператора. Инвариантные подпространства.
7. Приведение эрмитовой матрицы к диагональному виду унитарным преобразованием.
8. Минимальный полином и инвариантные подпространства. Спектральная теорема для линейного оператора произвольного вида.
9. Ядро и образ линейного оператора. Теорема о ядре и образе. Функции матриц и операторов.
10. Ультраинвариантные подпространства.
11. Унитарный и ортогональный операторы: основные определения и свойства.
12. Эрмитов и самосопряженный операторы в евклидовом пространстве: спектральная теорема, минимальное свойство.
13. Преобразование координат векторов X и X^* при замене базиса.
14. Преобразование матрицы линейного оператора A при замене базиса. Преобразование подобия
15. Разложение линейного пространства в сумму подпространств. 2-я теорема о ядре и образе. Теорема о проекторах.
16. Ортогональные системы векторов: коэффициенты Фурье, неравенства Бесселя и Парсеваля
17. Определитель линейного оператора. Внешняя степень оператора.
18. Структура нильпотентного оператора. Базис Жордана (обзор).
19. Задача о перпендикуляре.
20. Жорданова форма матрицы линейного оператора.
21. Ортогональность. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
22. Комплексное евклидово пространство. Основные неравенства.
23. Вещественное евклидово и псевдоевклидово пространство. Основные неравенства.
24. Квадратичные формы: закон инерции квадратичной формы.
25. Инварианты линейного оператора. Инвариантные подпространства.
26. Независимость определителя оператора от базиса. Теорема умножения определителей.
27. Базис и размерность линейного пространства.
28. Подпространства линейного пространства: сумма и пересечение подпространств, прямая сумма, дополнение.
29. Альтернатива Фредгольма для линейной системы уравнений.
30. Теорема о разложении определителя по элементам строки или столбца.
31. Отображения. Линейные формы. Сопряженное пространство.
32. Изоморфизм линейных пространств.
33. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.

34. Жорданова форма матрицы линейного оператора.
 35. Линейная зависимость векторов. Основные леммы о линейной зависимости
 36. Произведение полилинейных форм и его свойства.
 37. Неравенство Коши-Буняковского
 38. Прямые методы решения систем линейных уравнений. LU - разложение. Выбор главного элемента.
 39. Прямые методы решения систем линейных уравнений. Разложение на ортогональный и треугольный множители.
 40. Прямые методы решения систем линейных уравнений.

Практические задания

1. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

- а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.
 б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)
 в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_4 = 0 \\ 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

2. В пространстве R^2 в базисе $\{e_1, e_2\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot \ell_1 + \lambda_2 \cdot \ell_2, \quad b = \beta_1 \cdot \ell_1 + \beta_2 \cdot \ell_2, \quad c = \gamma_1 \cdot \ell_1 + \gamma_2 \cdot \ell_2.$$

- Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;
 б) записать матрицу перехода от базиса $\{\ell_1, \ell_2\}$ к базису $\{a, b\}$;
 в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = 3\ell_1 - \ell_2, \quad b = \ell_1 - 2\ell_2, \quad c = 4\ell_1 - 3\ell_2.$$

3. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Записать форму преобразования координат.

$$-2x^2 - 2y^2 + 2xy + 3 = 0$$

4. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

- а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.
 б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)
 в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 7x_1 + x_3 = 0 \end{cases}$$

5 В пространстве R^2 в базисе $\{e_1, e_2\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot \ell_1 + \lambda_2 \cdot \ell_2, \quad b = \beta_1 \cdot \ell_1 + \beta_2 \cdot \ell_2, \quad c = \gamma_1 \cdot \ell_1 + \gamma_2 \cdot \ell_2.$$

- Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;
 б) записать матрицу перехода от базиса $\{\ell_1, \ell_2\}$ к базису $\{a, b\}$;
 в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = 3\ell_1 + \ell_2, \quad b = \ell_1 + 2\ell_2, \quad c = 3\ell_1 - 4\ell_2.$$

$$A(4, 4, 10), \quad B(7, 10, 2), \quad C(2, 8, 4), \quad D(9, 6, 9).$$

5. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Записать форму преобразования координат.

$$7x^2 - 7y^2 + 2xy = 24$$

6. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

- а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.
- б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)
- в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 = 0 \end{cases}$$

7. В пространстве R^2 в базисе $\{e_1, e_2\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot \ell_1 + \lambda_2 \cdot \ell_2, \quad b = \beta_1 \cdot \ell_1 + \beta_2 \cdot \ell_2, \quad c = \gamma_1 \cdot \ell_1 + \gamma_2 \cdot \ell_2.$$

Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;

б) записать матрицу перехода от базиса $\{\ell_1, \ell_2\}$ к базису $\{a, b\}$;

в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = \ell_1 + 3\ell_2, \quad b = 2\ell_1 + 4\ell_2, \quad c = -3\ell_1 + 5\ell_2.$$

8. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Записать форму преобразования координат.

$$5x^2 + 4\sqrt{6}xy + 7y^2 = 22$$

3. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

- а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.
- б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)
- в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ -x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 5x_3 - 6x_4 = 0 \end{cases}$$

9. В пространстве R^2 в базисе $\{e_1, e_2\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot \ell_1 + \lambda_2 \cdot \ell_2, \quad b = \beta_1 \cdot \ell_1 + \beta_2 \cdot \ell_2, \quad c = \gamma_1 \cdot \ell_1 + \gamma_2 \cdot \ell_2.$$

Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;

б) записать матрицу перехода от базиса $\{\ell_1, \ell_2\}$ к базису $\{a, b\}$;

в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = -\ell_1 - 2\ell_2, \quad b = 3\ell_1 + 2\ell_2, \quad c = -2\ell_1 - \ell_2.$$

10. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Записать форму преобразования координат.

$$4x^2 + 4y^2 + 2xy = 15$$

11. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

- а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.
- б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)
- в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

12. В пространстве R^2 в базисе $\{e_1, e_2\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot \ell_1 + \lambda_2 \cdot \ell_2, \quad b = \beta_1 \cdot \ell_1 + \beta_2 \cdot \ell_2, \quad c = \gamma_1 \cdot \ell_1 + \gamma_2 \cdot \ell_2.$$

Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;

б) записать матрицу перехода от базиса $\{\ell_1, \ell_2\}$ к базису $\{a, b\}$;

в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = 2\ell_1 + 4\ell_2, \quad b = 2\ell_1 + 3\ell_2, \quad c = -2\ell_1 + 5\ell_2.$$

13. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Записать форму преобразования координат.

$$3x^2 + 3y^2 + 4xy = 5$$

14. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

- а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.
- б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)
- в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 8x_1 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

15. В пространстве R^2 в базисе $\{e_1, e_2\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot \ell_1 + \lambda_2 \cdot \ell_2, \quad b = \beta_1 \cdot \ell_1 + \beta_2 \cdot \ell_2, \quad c = \gamma_1 \cdot \ell_1 + \gamma_2 \cdot \ell_2.$$

Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;

б) записать матрицу перехода от базиса $\{\ell_1, \ell_2\}$ к базису $\{a, b\}$;

в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = -2\ell_1 + 4\ell_2, \quad b = 2\ell_1 + \ell_2, \quad c = 4\ell_1 + 3\ell_2.$$

16. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.

б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)

в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_4 = 0 \\ -4x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

17. В пространстве R^2 в базисе $\{e_1, e_2\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot \ell_1 + \lambda_2 \cdot \ell_2, \quad b = \beta_1 \cdot \ell_1 + \beta_2 \cdot \ell_2, \quad c = \gamma_1 \cdot \ell_1 + \gamma_2 \cdot \ell_2.$$

Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;

б) записать матрицу перехода от базиса $\{\ell_1, \ell_2\}$ к базису $\{a, b\}$;

в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = 2\ell_1 - \ell_2, \quad b = 5\ell_1 + 4\ell_2, \quad c = 5\ell_1 + \ell_2.$$

18. а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.

б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)

в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_4 = 0 \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

19. В пространстве R^2 в базисе $\{e_1, e_2\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot \ell_1 + \lambda_2 \cdot \ell_2, \quad b = \beta_1 \cdot \ell_1 + \beta_2 \cdot \ell_2, \quad c = \gamma_1 \cdot \ell_1 + \gamma_2 \cdot \ell_2.$$

Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;

б) записать матрицу перехода от базиса $\{\ell_1, \ell_2\}$ к базису $\{a, b\}$;

в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = 4\ell_1 + 3\ell_2, \quad b = 5\ell_1 + \ell_2, \quad c = 2\ell_1 + 2\ell_2.$$

УСТНЫЙ ЭКЗАМЕН (ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ)

Экзаменационный билет № 1

1. Базис и размерность линейного пространства.
2. Симметричные и антисимметричные ПЛФ

Экзаменационный билет № 2

1. Геометрическое исследование систем. Теорема Кронекера-Капелли (геометрическая формулировка) и ее следствия.
2. Базис линейного пространства антисимметричных ПЛФ валентности $(p, 0)$. Доказательство полноты

Экзаменационный билет № 3

1. Подпространства линейного пространства: сумма и пересечение подпространств, прямая сумма, дополнение.
2. Базис линейного пространства антисимметричных ПЛФ валентности $(p, 0)$. Доказательство линейной независимости.

Экзаменационный билет № 4

1. Линейная зависимость векторов. Основные леммы о линейной зависимости.
2. Внешнее умножение ПЛФ и его свойства.

Экзаменационный билет № 5

1. Скалярное произведение векторов и его свойства.
2. Фундаментальная система решений линейной однородной системы. Общее решение однородных и неоднородных систем.

Экзаменационный билет № 6

1. Альтернатива Фредгольма для линейной системы уравнений.
2. Теорема о разложении определителя по элементам строки или столбца.

Экзаменационный билет № 7

1. Геометрическое исследование систем. Теорема Кронекера-Капелли (геометрическая формулировка) и ее следствия.
2. Образования. Линейные формы. Сопряженное пространство.

Экзаменационный билет № 8

1. Линейные алгебраические системы. Геометрическое исследование систем. Теорема Крамера (геометрическая формулировка).
2. Критерий линейной зависимости набора векторов.

Экзаменационный билет № 9

1. Замена координат при переходе к новой системе отсчета. Матрица перехода.
2. Подпространства линейного пространства: сумма и пересечение подпространств, прямая сумма, дополнение.

Экзаменационный билет № 10

1. Подпространства линейного пространства: определение, примеры, линейная оболочка, линейное многообразие.

2. Определители и их основные свойства (без теоремы о разложении определителя по элементам строки или столбца).

Экзаменационный билет № 11

1. Изоморфизм линейных пространств.
2. Базис линейного пространства антисимметричных ПЛФ валентности $(p,0)$. Доказательство полноты.

Экзаменационный билет № 12

1. Базис и размерность линейного пространства.
2. Симметричные и антисимметричные ПЛФ. Операции симметризации и антисимметризации.

Экзаменационный билет № 13

1. Линейная зависимость векторов. Основные леммы о линейной зависимости.
2. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.

Экзаменационный билет № 14

1. Линейное пространство. Примеры линейных пространств.
2. Базис линейного пространства антисимметричных ПЛФ валентности $(p,0)$. Доказательство линейной независимости.

Экзаменационный билет № 15

1. Линейные операторы и их матричная запись. Примеры.
2. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора: существование, вычисление.

Экзаменационный билет № 16

1. Алгебра операторов и матриц.
2. Нильпотентные операторы (определение, простейшие свойства). Жорданова клетка.

Экзаменационный билет № 17

1. Ядро и образ линейного оператора. Теорема о ядре и образе. Функции матриц и операторов.
2. Ультраинвариантные подпространства.

Экзаменационный билет № 18

1. Фундаментальная система решений линейной однородной системы. Общее решение однородных и неоднородных систем.
2. Произведение полилинейных форм и его свойства.

Экзаменационный билет № 19

1. Альтернатива Фредгольма для линейной системы уравнений.
2. Отображения. Линейные формы. Сопряженное пространство.

Экзаменационный билет № 20

1. Геометрическое исследование систем. Теорема Кронекера-Капелли (геометрическая формулировка) и ее следствия.
2. Базис линейного пространства ПЛФ валентности (p,q) .

Экзаменационный билет № 21

1. Линейные алгебраические системы. Геометрическое исследование систем. Теорема Крамера (геометрическая формулировка).
2. Определители и их основные свойства (без теоремы о разложении определителя по элементам строки или столбца).

Экзаменационный билет № 22

1. Подпространства линейного пространства: сумма и пересечение подпространств, прямая сумма, дополнение.
2. Теоремы Крамера и Кронекера-Капелли (формулировки, использующие определители и ранг матрицы).

Экзаменационный билет № 23

1. Изоморфизм линейных пространств.
2. Теоремы Крамера и Кронекера-Капелли (формулировки, использующие определители и ранг матрицы).

Экзаменационный билет № 24

1. Подпространства линейного пространства: определение, примеры, линейная оболочка, линейное многообразие.
2. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.

Экзаменационный билет № 25

1. Базис и размерность линейного пространства.
2. Внешнее умножение ПЛФ и его свойства.

Экзаменационный билет № 26

1. Линейное пространство. Примеры линейных пространств.
2. Критерий линейной зависимости набора векторов.

Экзаменационный билет № 27

1. Линейная зависимость векторов. Основные леммы о линейной зависимости.
2. Произведение полилинейных форм и его свойства.

Экзаменационный билет № 28

1. Поле комплексных чисел.
2. Теорема о разложении определителя по элементам строки или столбца.

Экзаменационный билет № 29

1. Замена координат при переходе к новой системе отсчета. Матрица перехода.
2. Отображения. Линейные формы. Сопряженное пространство.

Экзаменационный билет № 30

1. Алгебраические структуры: группа, кольцо, поле.
2. Определители и их основные свойства (без теоремы о разложении определителя по элементам строки или столбца).

Экзаменационный билет № 31

1. Изоморфизм линейных пространств.
2. Базис линейного пространства антисимметричных ПЛФ валентности $(p,0)$. Доказательство полноты.

Экзаменационный билет № 32

1. Альтернатива Фредгольма для линейной системы уравнений.
2. Полилинейные формы (ПЛФ): основные определения, тензор, эквивалентное задание ПЛФ.

Экзаменационный билет № 33

1. Линейные алгебраические системы. Геометрическое исследование систем. Теорема Крамера (геометрическая формулировка).
2. Базис линейного пространства ПЛФ валентности (p,q) .

Экзаменационный билет № 34

1. Альтернатива Фредгольма для линейной системы уравнений.
2. Теорема о разложении определителя по элементам строки или столбца.

Экзаменационный билет № 35

1. Фундаментальная система решений линейной однородной системы. Общее решение однородных и неоднородных систем.
2. Полилинейные формы (ПЛФ): основные определения, тензор, эквивалентное задание ПЛФ.

Экзаменационный билет № 36

1. Линейное пространство. Примеры линейных пространств.
2. Базис линейного пространства антисимметричных ПЛФ валентности $(p,0)$. Доказательство линейной независимости.

Экзаменационный билет № 37

1. Подпространства линейного пространства: определение, примеры, линейная оболочка, линейное многообразие.
2. Симметричные и антисимметричные ПЛФ. Операции симметризации и антисимметризации.

Экзаменационный билет № 38

1. Изоморфизм линейных пространств.
2. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.

Экзаменационный билет № 39

1. Преобразование матрицы линейного оператора A при замене базиса.
Преобразование подобия.
2. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора:
существование, вычисление.

Экзаменационный билет № 40

1. Подпространства линейного пространства: сумма и пересечение подпространств, прямая сумма, дополнение.
2. Произведение полилинейных форм и его свойства.