



## АННОТАЦИЯ

рабочей программы учебной дисциплины

### Б1.О.13. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки *бакалавриата* 01.03.01 Математика

1.	<b>Целями освоения дисциплины «Функциональный анализ» являются:</b>  - изучение структуры множества суммируемых функций;  - построение теории интеграла Лебега и изучение его свойств;  - изучение метрических и топологических пространств;  - изучение банаховых пространств;  - применение результатов функционального анализа к исследованию интегральных уравнений;  - выявление существующей связи между собой ряда теорем классического математического анализа, отобразив их на основные принципы функционального анализа;  - изучение основ теории обобщенных функций.		
2.	<b>Место дисциплины в структуре ОПОП ВО бакалавриата</b> Дисциплина является одной из основных дисциплин базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла учебного плана подготовки бакалавра по направлению 01.03.01. «Математика». Дисциплина «Функциональный анализ» является логическим продолжением курса математического анализа и действительного анализа. Для ее изучения необходимы базовые знания курсов математического анализа, аналитической геометрии и алгебры. Данная дисциплина является предшествующей для изучения следующих дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Основания геометрии»		
3.	<b>Результаты освоения дисциплины (модуля) «Функциональный анализ»</b>		
	<b>Код и наименование компетенций</b>	<b>Индикаторы</b>	<b>Дескрипторы</b>
	<b>Универсальные компетенции (УК)</b>		
	<b>УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ информации, применять системный подход</b>	<b>УК-1.1.</b> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие; <b>УК-1.2.</b> Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения	<b>Знать:</b> принципы сбора, отбора и обобщения информации;  <b>Уметь:</b> соотносить разнообразные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности;



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
 ФГБОУ ВО «Ингушский государственный университет»  
 Физико-математический факультет  
 Кафедра «Математический анализ»

	для решения поставленных задач	<p>поставленной задачи;</p> <p><b>УК-1.3.</b> Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов;</p> <p><b>УК1.4:</b> При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формулирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения;</p> <p><b>УК 1.5.:</b> Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки;</p>	<p><b>Владеть:</b> практическим опытом работы с информационными источниками, опытом научного поиска, созданием научных текстов;</p>
	<b>Профессиональные компетенции (ПК)</b>		
	ПК-3. Способен определить общие формы и закономерности отдельной предметной области	<p><b>ПК 3.1.</b> Реализовывает знания по предмету, требующие нестандартного мышления</p> <p><b>ПК 3.2.</b> Умеет пользоваться известными, но мало применяемыми методиками доказательств теорем и утверждений.</p> <p><b>ПК 3.3.</b> Способен получить результат и вывести следствия из него</p>	<p><b>Знает</b> особенности современного этапа развития образования в мире, этапы развития математики;</p> <p><b>Умеет</b> системно анализировать информацию, сопоставлять, делать выводы.</p> <p><b>Владеет</b> современными методами, методологией научно-исследовательской деятельности в области математики, демонстрирует понимание общей структуры данной дисциплины.</p>
	<b>Общепрофессиональные компетенции (ОПК)</b>		



**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**ФГБОУ ВО «Ингушский государственный университет»**  
**Физико-математический факультет**  
**Кафедра «Математический анализ»**

	<b>ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>	<b>ОПК-1.1</b> Знает основные понятия, определения, свойства математических объектов, формулировки и методы доказательств математических утверждений;  <b>ОПК-1.2</b> Умеет доказывать утверждения, решать задачи в области математических наук;  <b>ОПК-1.3.</b> Владеет навыками применения математического аппарата в других дисциплинах и профессиональной деятельности;	<b>Знает:</b> Методы исследования, применяемые в математическом анализе, комплексном и функциональном анализе, алгебре, аналитической геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, дискретной математике и математической логик, теории вероятностей, математической статистике и случайных процессах, численных методах, теоретической механике. <b>Умеет:</b> Публично доказывать и объяснять фундаментальные результаты, соответствующих разделам математики. <b>Владеет:</b> Навыками строгого доказательства утверждений в области математического анализа комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики случайных процессов, численных методов, теоретической механики																																																		
4.	<b>Структура и содержание дисциплины</b>																																																				
	<b>4.1. Структура дисциплины (модуля)</b>																																																				
	<b>Вид учебной работы</b>	<b>Всего</b>	<table><tr><th colspan="4"><b>Порядковый номер семестра</b></th></tr><tr><th><b>5</b></th><th><b>6</b></th><th><b>7</b></th><th></th></tr><tr><td>Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:</td><td>13 з.е.</td><td>4</td><td>4</td><td>5</td><td></td></tr><tr><td>Курсовой проект (работа)</td><td colspan="5">не предусмотрено</td></tr><tr><td>Аудиторные занятия всего (в акад. часах), в том числе:</td><td>224</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Лекции</td><td></td><td>54</td><td>34</td><td>30</td><td></td></tr><tr><td>Практические занятия, семинары</td><td></td><td>32</td><td>32</td><td>40</td><td></td></tr><tr><td>Лабораторные работы</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Самостоятельная работа всего (в акад. часах), в том числе:</td><td>217</td><td>58</td><td>78</td><td>81</td><td></td></tr></table>	<b>Порядковый номер семестра</b>				<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>		Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:	13 з.е.	4	4	5		Курсовой проект (работа)	не предусмотрено					Аудиторные занятия всего (в акад. часах), в том числе:	224					Лекции		54	34	30		Практические занятия, семинары		32	32	40		Лабораторные работы						Самостоятельная работа всего (в акад. часах), в том числе:	217	58	78	81	
<b>Порядковый номер семестра</b>																																																					
<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>																																																			
Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:	13 з.е.	4	4	5																																																	
Курсовой проект (работа)	не предусмотрено																																																				
Аудиторные занятия всего (в акад. часах), в том числе:	224																																																				
Лекции		54	34	30																																																	
Практические занятия, семинары		32	32	40																																																	
Лабораторные работы																																																					
Самостоятельная работа всего (в акад. часах), в том числе:	217	58	78	81																																																	



КСР					
Экзамен	27				
Общая трудоемкость дисциплины	468	144	144	180	

#### 4.2. Содержание дисциплины

##### Семестр 5

##### Раздел 1. История и этапы развития функционального анализа

Тема 1.1.: Возникновение функционального анализа как самостоятельного раздела математики.

Тема 1.2.: Современное развитие функционального анализа и его связь с другими областями математики.

##### Раздел 2. Метрические и топологические пространства

Тема 2.1.: Метрические и топологические пространства: множества, алгебра множеств. Счетные множества и множества мощности континуум.

Тема 2.2.: Метрические пространства.

Тема 2.3.: Открытые и замкнутые множества.

Тема 2.4.: Компактные множества в метрических пространствах.

Тема 2.5.; Критерий Хаусдорфа.

Тема 2.6.: Полнота и пополнение.

Тема 2.7.; Теорема о стягивающихся шарах. Принцип сжимающих отображений. Тема 2.8.; Топологические пространства.

##### Раздел 3. Мера и интеграл Лебега

Тема 3.1: Мера и интеграл Лебега: Построение меры Лебега на прямой.

Тема 3.2.: Общее понятие аддитивной меры.

Тема 3.3.: Лебеговское продолжение меры.

Тема 3.4.: Измеримые функции и их свойства.

Тема 3.5.: Определение интеграла Лебега.

Тема 3.6.: Класс суммируемых функций

Тема 3.7.; Предельный переход под знаком интеграла. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана.

Тема 3.8.; Интеграл Стильеса. Теорема Радона-Никодима.

##### Семестр 6

##### Раздел 4 Банаховы пространства

Тема 4.1.: Прямое произведение мер и теорема Фубини.



Тема 4.2.: Пространства  $L_1$ ,  $L_p$  ( $p > 1$ )

Тема 4.3.: Неравенства Гельдера и Минковского

Тема 4.4.: Определение линейного нормированного пространства.

Тема 4.5.: Банаховы пространства.

Тема 4.6.: Сопряженное пространство, его полнота

Тема 4.7.: Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала.

Тема 4.8.: Общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах.

Тема 4.9.: Линейные операторы, норма оператора.

Тема 4.10.: Сопряженный оператор, обратный оператор, спектр и резольвента.

Тема 4.11.: Теорема Банаха об обратном операторе

Тема 4.12.: Компактные операторы. Компактность интегральных операторов.

Тема 4.13.: Понятие об индексе. Теорема Фредгольма. Примеры использования теоремы Фредгольма.

### **Раздел 5. Гильбертовы пространства**

Тема 5.1.: Гильбертовы пространства: Скалярное произведение. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца.

Тема 5.2.: Ортогональные системы. Неравенство Бесселя.

Тема 5.3.: Базисы и гильбертова размерность.

Тема 5.4.: Теорема об изоморфизме. Ортогональное дополнение.

### **Семестр 7**

### **Раздел 5 Функционал**

Тема 5.5.: Общий вид линейного функционала.

Тема 5.6.: Самосопряженные и унитарные операторы. Ортопроекторы.

Тема 5.7.: Теорема Гильберта о компактных эрмитовых операторах.

Тема 5.8.: Функциональное исчисление. Приведение оператора к виду умножения на функцию.

Тема 5.9.: Спектральная теорема. Неограниченные самосопряженные операторы. Примеры.

### **Раздел 6. Линейные и топологические пространства**

Тема 6.1.: Линейные топологические пространства и обобщенные функции:



	<p>Полинормированные пространства.</p> <p>Тема 6.2.: Функционал Минковского.</p> <p>Тема 6.3.: Нормируемость и метризуемость. Топологии в сопряженном пространстве.</p> <p>Тема 6.4.: Слабая компактность в сопряженном пространстве.</p> <p>Тема 6.5.: Основные пространства гладких функций.</p> <p>Тема 6.3.: Пространства обобщенных функций.</p> <p>Тема 6.4.: Операции над обобщенными функциями. Преобразование Фурье.</p> <p><b>Раздел 7. Вариационное исчисление</b></p> <p>Тема 7.1.: Элементы линейного анализа. Слабый и сильный дифференциал нелинейного функционала. Экстремум функционала.</p> <p>Тема 7.2.: Классические задачи вариационного исчисления. Уравнения Эйлера Тема 7.3.: Вторая вариация. Условия Лежандра и Якоби.</p>
<b>5.</b>	<p><b>Образовательные технологии</b></p> <p>При подготовке бакалавров-биологов используются следующие основные формы проведения учебных занятий:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• интерактивные лекции;</li> <li>• лекции-пресс-конференции;</li> <li>• тренинги и семинары по развитию профессиональных навыков;</li> <li>• групповые, научные дискуссии, дебаты.</li> </ul>
<b>6.</b>	<p><b>Используемые ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Internet»; информационные технологии, программные средства и информационно-справочные системы</b></p> <p><b>Информационное обеспечение</b>  <b>базы данных, информационно-справочные и поисковые системы</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Федеральный портал <a href="http://edu.ru">http://edu.ru</a></li> <li>2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ <a href="http://elib.dgu.ru">http://elib.dgu.ru</a></li> </ol>
<b>7.</b>	<p><b>Формы текущего контроля</b></p> <p>Коллоквиумы по разделам дисциплины</p>
<b>8.</b>	<p><b>Форма промежуточного контроля</b></p> <p>6 семестр зачет; 7 семестр-экзамен.</p>