



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра «Математический анализ»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по УР и КО
_____ С.А.Льянова
«29» июня 2023г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.04 Математический анализ

Направление подготовки

09.03.02. Информационные системы и технологии

Квалификация выпускника

БАКАЛАВР

Форма обучения

Очная

Магас, 2023г

1.Цели освоения дисциплины «Математический анализ»

Целью освоения дисциплины (модуля) «Математический анализ» является ознакомление с фундаментальными методами исследования переменных величин посредством анализа, основу которого составляет теория дифференциального и интегрального исчисления. Объектами изучения в данной дисциплине являются, прежде всего, функции. С их помощью могут быть сформулированы как закон природы, так и разнообразные процессы, происходящие в экономике, природе, технике. Отсюда объективная важность математического анализа как средства изучения функций. Дисциплина «Математический анализ» отражает важное направление развития современной математики, в ней рассматриваются вопросы, связанные с методом вычислений. Задачи курса развить математический кругозор студентов. Обучить студентов важнейшим теоретическим положениям математического анализа, аналитическим методам, выработать у них навыки решения конкретных задач, требующих, исследования функций, связанных с ними величин.

2.Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина является одной из основных дисциплин базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла учебного плана подготовки бакалавра по направлению **09.03.02 Информационные системы и технологии**. Дисциплина«Математический анализ» является логическим продолжением курса элементарной математики. Для ее изучения необходимы базовые знания: алгебры, элементарных функций, умение дифференцировать. Данная дисциплина является предшествующей для изучения следующих дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Обыкновенные дифференциальные уравнения».

3. Результаты освоения дисциплины (модуля) «Математический анализ»

Процесс изучения дисциплины «Математический анализ» направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
УК-6	Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	<p>УК 6.1: Использует инструменты и методы управления временем при выполнении конкретных задач, проектов при достижении поставленных целей;</p> <p>УК 6.2: Определяет приоритеты собственной деятельности, личностного развития и профессионального роста.</p> <p>УК 6.3: Оценивает требования рынка труда и предложения образовательных услуг для выстраивания траектории собственного профессионального роста;</p> <p>УК 6.4: Строит профессиональную карьеру и определяет стратегию профессионального развития;</p>	<p>Знать:</p> <p>Цели и задачи научных исследований по направлению деятельности, базовые принципы и методы их организации; основные источники научной информации и требования к представлению информационных материалов; способы определения видов и типов профессиональных задач, структурирование задач различных групп, формулировка известных утверждений, следствий из них</p> <p>Уметь:</p> <p>Составлять общий план работы по заданной теме, предлагать методы и способы обработки результатов, проводить исследования по согласованному с руководителем плану, представлять полученные результаты, выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов задач, встречающихся в математике.</p>
ОПК-1	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования,	<p>ОПК-1.1.</p> <p>Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.</p> <p>ОПК-1.2.</p> <p>Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением</p>	

[illegible]

верхний и нижний пределы функции.

Тема 2.3. Непрерывные функции

1. Исследование функции на непрерывность. Классификация точек разрыва.
2. Свойства непрерывных функций.

Раздел 3

Тема 3.1. Производные и дифференциалы

1. Производная функции, её геометрический и физический смысл.
2. Техника дифференцирования функций.
3. Геометрические приложения производной. Приближенное вычисление значений функций с помощью дифференциалов.
4. Высшие производные. Высшие дифференциалы. Формула Лейбница.

Тема 3.2. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

1. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Теорема Дарбу о промежуточных значениях производной.

Тема 3.3. Правила Лопиталя

1. Первое правило Лопиталя
- Второе правило Лопиталя
- Неопределенности других видов.

Тема 3.4. Формула Тейлора

1. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора. Применение формулы Тейлора для вычисления пределов. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

Тема 3.5. Приложения дифференциального исчисления к исследованию функций.

1. Нахождение промежутков монотонности и локальных экстремумов функции.
2. Нахождение глобальных экстремумов функции, непрерывной на отрезке. Нахождение точных граней функции.
3. Нахождение выпуклых функций и точек перегиба.
4. Неравенство Йенсена и его применения.
5. Асимптоты функции. Построение графиков функций с помощью производных.

Тема 3.6. Общее понятие предела: предел по базе.

1. Понятие базы. Примеры баз. Предел числовой функции по базе. Свойства функций имеющих предел по базе.
2. Предел по Гейне. Эквивалентность двух определений предела в случае счётно-порождённых баз. Эквивалентные базы, фильтры.

Раздел 4

Тема 1.1. Неопределённый интеграл

1. Основные определения. Свойства неопределённого интеграла. Таблица первообразных основных элементарных функций.
2. Интегрирование методом замены и методом подведения функции под знак дифференциала.
3. Интегрирование функций по частям.
4. Интегрирование рациональных функций.
5. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.
6. Дифференциальный бином.
7. Интегрирование квадратичных иррациональностей. Подстановки Эйлера.
8. Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка.

Раздел 5

Тема 2.1. Определённый интеграл

1. Нахождение определённых интегралов по формуле Ньютона-Лейбница. Замена переменных и интегрирование по частям в определённом интеграле.

2. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах. Вычисление объемов тел и площадей поверхностей вращения. Нахождение центра масс.

3. Интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность интеграла по верхнему пределу. Дифференцирование интеграла по переменному пределу.

Тема 2.2. Несобственные интегралы

1. Вычисление несобственных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница.

2. Исследование на сходимость интегралов от знакопостоянных функций с одной особой точкой.

3. Исследование на сходимость интегралов от знакопостоянных функций с несколькими особыми точками.

4. Исследование на сходимость интегралов от знакопеременных функций. Признаки Абеля и Дирихле сходимости несобственного интеграла.

5. Абсолютная сходимость несобственных интегралов. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.

Тема 2.3. Метрические пространства

1. Понятие метрического пространства. Понятие нормированного пространства. Примеры метрических и нормированных пространств.

2. Окрестности. Открытые и замкнутые множества, связь между ними. Внутренность, производное множество, замыкание, внешность, граница.

3. Предел функции со значениями в метрическом пространстве. Свойства предела. Предел последовательности. Предел функции в точке.

Тема 2.4. Компактность в метрических пространствах

1. Полные пространства. Примеры полных пространств.

2. Предкомпактные и компактные множества. Критерий компактности метрического пространства. Компактность в терминах покрытий.

Тема 2.5. Непрерывные отображения метрических пространств

1. Непрерывность в точке. Непрерывность на множестве. Локальные свойства непрерывных функций.

2. Основные теоремы о непрерывных функциях. Свойства функций, непрерывных на компактах.

3. Принцип сжимающих отображений и его применения.

Тема 3.1. Производные и дифференциалы функций многих переменных.

1. Нахождение частных производных и дифференциалов первого порядка. Исследование функций на дифференцируемость.

2. Геометрический смысл частных производных. Касательная плоскость, поверхность уровня, градиент.

3. Нахождение частных производных и дифференциалов высших порядков.

4. Формула Тейлора для функций многих переменных. Использование формулы Тейлора для приближенных вычислений.

Тема 3.2. Локальные экстремумы функций многих переменных

1. Нахождение локальных экстремумов функций многих переменных.

Тема 3.3. Неявные функции

1. Нахождение частных производных и дифференциалов неявной функции. Исследование на экстремум неявно заданной функции.

2. Нахождение частных производных и дифференциалов система неявных функций.

Геометрические приложения теории неявных функций.

3. Замена переменных в дифференциальных выражениях.

Тема 3.4. Условный экстремум

1. Нахождение условных экстремумов методом свободных дифференциалов и методом множителей Лагранжа.

2 СЕМЕСТР

Раздел 1

Тема 1.1. Числовые ряды

1. Исследование сходимости знакопостоянных рядов. Признаки сравнения. Интегральный признак Коши-Маклорена.
2. Исследование сходимости знакопеременных рядов. Признаки Лейбница, Абеля и Дирихле. Абсолютная сходимость рядов.
3. Исследование сходимости двойных и повторных рядов.
4. Исследование сходимости бесконечных произведений.

Раздел 2

Тема 2.1. Функциональные последовательности и ряды

1. Нахождение множества сходимости функциональной последовательности и её предельной функции.
2. Исследование последовательности функций на равномерную сходимость.
3. Исследование функционального ряда на равномерную сходимость. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости функционального ряда. Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда.
4. Предельный переход под знаком интеграла и производной. Почленное интегрирование и дифференцирование.

Тема 2.2. Степенные ряды

1. Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Действия со степенными рядами.
2. Ряд Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора.
3. Суммирование степенных рядов. Формулы Эйлера. Свойства гиперболических функций.

Тема 2.3. Ряды Фурье

1. Разложение функций в ряд Фурье на промежутке $[-\pi, \pi]$. Разложение по синусам и по косинусам. Разложение функций в тригонометрический ряд на произвольном промежутке.
2. Почленное интегрирование и дифференцирование рядов Фурье. Суммирование рядов Фурье.

Раздел 3

Тема 3.1. Интегралы, зависящие от параметров

1. Исследование равномерной сходимости параметрических интегралов. Интегрирование и дифференцирование интегралов по параметру.
2. Вычисление определенных интегралов методом введения параметра.

Тема 3.2. Эйлеровы интегралы

1. Гамма-функция. Бета-функция. Вычисление определенных интегралов с помощью гамма- и бета-функций.

Тема 3.3. Преобразование Фурье

1. Свойства преобразования Фурье. Формула обращения.
2. Нахождение преобразований Фурье.

Тема 3.4. Асимптотические разложения

1. Нахождение асимптотических разложений функций. Действия над асимптотическими разложениями.
2. Формула суммирования Эйлера-Маклорена.
3. Нахождение асимптотик параметрических интегралов. Лемма Ватсона и метод Лапласа.

Раздел 4

Тема 1.1. Мера Жордана

1. Критерий измеримости множества по Жордану. Свойства измеримых множеств. Мера прямого произведения множеств. Важнейшие примеры измеримых множеств.

Тема 1.2. Кратный интеграл Римана

1. Сведение двойного интеграла к повторному. Перемена порядка интегрирования в двойном интеграле.

2. Замена переменных в двойном интеграле.
3. Сведение тройного интеграла к повторному. Перемена порядка интегрирования в тройном интеграле.
4. Замена переменных в тройном интеграле.
5. Геометрический и физический приложения двойных и тройных интегралов.

Тема 1.3. Несобственные кратные интегралы

1. Исследование на сходимость несобственных кратных интегралов.

Раздел 5

Тема 2.1. Кривые

1. Параметризация плоских и пространственных кривых.
2. Нахождение длин кривых. Натуральная параметризация.

Тема 2.2. Криволинейные интегралы

1. Вычисление криволинейных интегралов первого рода.
2. Вычисление криволинейных интегралов второго рода.
3. Физические приложения криволинейных интегралов.

Тема 2.3. Потенциальные векторные поля

1. Проверка условий полного дифференциала в односвязной области.
2. Формула Ньютона-Лейбница для функции многих переменных. Ротор векторного поля. Циркуляция векторного поля вдоль замкнутой кривой.

Тема 2.4. Формула Грина

1. Вычисление двойных интегралов с помощью формулы Грина. Вычисление площадей при помощи криволинейных интегралов. Различные формы записи формулы Грина.

Раздел 6

Тема 3.1. Поверхности

1. Параметризация поверхностей.
2. Нахождение касательной плоскости и нормали. Вычисление первой квадратичной формы поверхности.
3. Вычисление площадей поверхностей.

Тема 3.2. Поверхностные интегралы

1. Вычисление поверхностных интегралов первого рода.
2. Вычисление поверхностных интегралов второго рода.
3. Геометрические и физические приложения поверхностных интегралов.

Тема 3.3. Формула Стокса

1. Вычисление поверхностных интегралов при помощи формулы Стокса. Различные формы записи формулы Стокса.

Тема 3.4. Формула Гаусса-Остроградского

1. Вычисление поверхностных интегралов при помощи формулы Остроградского-Гаусса. Вычисление объемов при помощи поверхностных интегралов. Различные формы записи формулы Остроградского-Гаусса.

Тема 3.5. Общая формула Стокса

1. Вычисление внешнего произведения и внешнего дифференциала дифференциальных форм.
2. Замена переменных в дифференциальной форме.
3. Общая формула Стокса. Лемма Пуанкаре. Физические приложения дифференциальных форм.

7. Темы лабораторных работ (Лабораторный практикум)

Не предусмотрены учебным планом ООП.

8. Примерная тематика курсовых работ

Не предусмотрены учебным планом ООП.

5.Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены. В течение семестров студенты решают задачи, указанные преподавателем.

6.Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

6.1. План самостоятельной работы

№ п/п	Наименование темы	Вид самостоятельной работы
Семестр-1 1.1--1.3	Элементы теории множеств. Действительные числа. Числовые функции.	Контрольная работа № 1
2.1-3.1	Предел числовой последовательности. Предел числовой функции. Производная и дифференциал.	Исследовательская домашняя работа №1
3.2-3.4	Основные теоремы о дифференцируемых функциях. Правило Лопиталя. Формула Тейлора.	Контрольная работа №2
3.5-3.6	.Приложение дифференциального исчисления к исследованию функции. Общее понятие предела.	Исследовательская домашняя работа №2
1.1,2.1,2.2	Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Несобственные интегралы.	Контрольная работа № 1
2.3, 2.5, 3.1	Метрические пространства .Непрерывность сложной функции. Функции многих переменных.	Теоретический тест №1

3.2,3.3,3.4	Производные и дифференциалы функций многих переменных. Формула Тейлора. Локальные экстремумы. Условный экстремум.	Контрольная работа № 2
Семестр-2 1.1., 2.1,	Числовые ряды. Функциональные последовательности и ряды	Контрольная работа № 1
2.2-2.3	Степенные ряды. Ряды Фурье	Исследовательская домашняя работа №1
3.1- 3.4	Интегралы, зависящие от параметров. Эйлеровы интегралы. Преобразование Фурье. Асимптотические разложения.	Теоретический тест №1
1.1, 1.2, 2.1,	Мера Жордана. Кратные интегралы Римана. Кратные несобственные интегралы.	Теоретический тест №1
2.2-2.4	Криволинейные интегралы. Потенциальные векторные поля. Формула Грина.	Теоретический тест №1
3.1-3.3	Поверхности. Поверхностные интегралы. Формула Стокса.	Исследовательская домашняя работа № 3
3.4-3.5	Формула Гаусса-Остроградского. Общая формула Стокса.	Контрольная работа № 1

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных

	заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа является одним из видов учебной деятельности обучающихся, способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине осуществляется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия.

Виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы, их характер, учитывать специфику изучаемой учебной дисциплины, индивидуальные особенности обучающегося.

Контроль самостоятельной работы и оценка ее результатов организуется как единство двух форм:

- 1.самоконтроль и самооценка обучающегося;
- 2.контроль и оценка со стороны преподавателя.

Организация и руководство аудиторной самостоятельной работы

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Основными видами аудиторной работы самостоятельной работы являются:

- выполнение лабораторных и практических работ осуществляется на лабораторных и практических занятиях в соответствии с графиком учебного процесса. Для обеспечения самостоятельной работы преподавателями разрабатываются методические указания по выполнению лабораторной /практической работы.

Работа с литературой, другими источниками информации, в т.ч. электронными, может реализовываться на семинарских и практических занятиях. Данные источники информации могут быть представлены на бумажном и/или электронном носителях, в том числе, в сети Интернет.

Преподаватель формулирует цель работы с данным и источником информации, определяет время на проработку документа и форму отчетности.

Само и взаимопроверка выполненных заданий чаще всего используется на семинарском, практическом и других видах занятий. Проблемная /ситуационная задача должна иметь четкую формулировку, к ней должны быть поставлены вопросы, ответы на которые необходимо найти и обосновать. Критерии оценки правильности решения проблемной/ситуационной задачи должны быть известны всем обучающимся.

Организация и руководство внеаудиторной работы

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

При предъявлении видов заданий на внеаудиторную самостоятельную работу рекомендуется использовать дифференцированный подход к уровню подготовленности обучающегося. Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель проводит консультацию с определением цели задания, его содержания, сроков выполнения, ориентировочного объема работы, основных требований к результатам работы, критериев оценки, форм контроля и перечня литературы. В процессе консультации преподаватель предупреждает о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания.

Для методического обеспечения и руководства самостоятельной работой в образовательном учреждении разрабатываются учебные пособия, методические рекомендации по самостоятельной подготовке к различным видам занятий с учетом специальности учебной дисциплины, особенностей контингента студентов, объема и содержания самостоятельной работы, форм контроля и т.п.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня подготовленности обучающихся.

Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть:

- для овладения знаниями: чтения текста; составления плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочникам; учебно-исследовательская работа; использование аудио и видеозаписей, компьютерной техники и Интернет ресурсов и др.;

- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции; повторная работа над учебным материалом; составление плана, тезисов ответа; составление таблиц, ребусов, кроссвордов, глоссария для систематизации учебного материала; изучение словарей, справочников; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста; подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции; подготовка

рефератов, докладов; составление биографий, заданий в тестовой форме и др.

- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; составление схем; решение ситуационных производственных задач; подготовка к деловым и ролевым играм; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности, подготовка презентаций, творческих проектов; подготовка курсовых и выпускных работ; опытно-экспериментальная работа; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности и др.

Для обеспечения внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине преподавателем разрабатывается перечень заданий для самостоятельной работы, который необходим для эффективного управления данным видом учебной деятельности обучающихся.

Преподаватель осуществляет управление самостоятельной работой, регулирует ее объем на одно учебное занятие и осуществляет контроль выполнения всеми студентами группы. Для удобства преподаватель может вести ведомость учета выполнения минимума заданий, необходимы для допуска к итоговой аттестации по дисциплине.

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Студент самостоятельно определяет режим своей внеаудиторной работы и меру труда, затрачиваемого на овладение знаниями и умениями по каждой дисциплине, выполняет внеаудиторную работу по индивидуальному плану, в зависимости от собственной подготовки, бюджета времени и других условий.

Ежедневно студент должен уделять выполнению внеаудиторной самостоятельной работы в среднем не менее 3 часов.

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультацией с целью уточнения задания, формы контроля выполненного задания.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Определение множества, подмножества. Множество, ограниченное сверху (снизу), просто ограниченное.
2. Определение точной верхней (нижней) грани множества.
3. Определение простой, сложной, обратной функции.
4. Определение четной, нечетной и периодической функции.
5. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной функции в точке, на отрезке $[a, b]$
6. Способы задания функции.
7. Определение последовательности.
8. Определение последовательности, ограниченной сверху (снизу), просто ограниченной.
9. Определение бесконечно большой (б. б.) последовательности (бесконечный предел).
10. Определение бесконечно малой (б. м.) последовательности (нулевой предел)
11. Доказать теорему о сумме двух б.м. последовательностей.
12. Доказать теорему о разности двух б.м. последовательностей.

13. Доказать теорему об ограниченности двух б.м. последовательностей.
14. Доказать теорему о произведении б.м. на ограниченную последовательность.
15. Доказать теорему о переходе б.м. в б.б. последовательность и наоборот.
16. Определение сходящейся последовательности (конечный предел).
17. Доказать основную теорему о сходящейся последовательности.
18. Доказать теорему о единственности предела сходящейся последовательности.
19. Доказать теорему об ограниченности сходящейся последовательности.
20. Доказать теорему об арифметических действиях со сходящимися последовательностями.
21. Достаточные условия отсутствия предела последовательности.
22. Определение расходящейся последовательности.
23. Доказать отсутствие предела последовательности $(-1)^n, \{2^{n \cdot (-1)^n}\}, \left\{\sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)\right\}, \left\{\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)\right\}$.
24. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной последовательности.
25. Определение невозрастающей, неубывающей, монотонной последовательности.
26. Доказать теорему о сходимости монотонной ограниченной последовательности.
27. Теорема о сходимости последовательности $\left\{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right\}$.
28. Доказать теорему о пределе промежуточной последовательности.
29. Определение конечного и бесконечного пределов функции в точке.
30. Достаточные условия отсутствия предела функции.
31. Найти предел функции $f(x) = \sin x, f(x) = \cos x$, при $x \rightarrow \infty$.
32. Определение б.м. и б.б. функции в точке.
33. Определение б.м. функций одного порядка.
34. Определение эквивалентных б.м. функций.
35. Определение б.м. функции более высокого порядка малости.
36. Свойства значка \circ ().
37. Определение б.б. функций одного порядка роста.
38. Определение б.б. функции более высокого порядка роста.
39. Доказать первую теорему о существовании предела функции в точке.
40. Теорема об арифметических действиях с пределами функций.
41. Определение односторонних (правого и левого) пределов функции в точке.
42. Вторая теорема о существовании предела функции в точке.
43. Доказать теорему об арифметических действиях с непрерывными функциями.
44. Доказать первый замечательный предел.
45. Доказать второй замечательный предел.
46. Таблица эквивалентных функций.
47. Первое и второе определения непрерывной функции в точке.
48. Исследовать на непрерывность функцию $y = \sin nx, y = \cos nx, y = x^3, y = x^4, y = e^{nx}$ при $x \in R$.
49. Исследовать на непрерывность функцию $y = \ln x$ при $x > 0$.
50. Определение односторонней (левой и правой) непрерывности функции в точке.
51. Теорема о непрерывности функции в точке.
- Классификация точек разрыва функции.
- Исследовать на непрерывность функции:
 $y = \sin \frac{1}{x}, y = \cos \frac{1}{x}, y = e^{1/x}, y = \frac{1}{1 + 2^{1/x}}, y = \arctg \frac{1}{x}, y = \operatorname{arccctg} \frac{1}{x}$ в точке $x=0$.
- Доказать теорему о непрерывности сложной функции в точке.
- Определение производной функции. Ее геометрический и физический смысл.
- Уравнение касательной и нормали к графику функции.

52. Определение дифференцируемой функции.
53. Доказать теорему о дифференцируемости функции.
54. Доказать теорему о непрерывности дифференцируемой функции.
55. Определение дифференциала функции.
56. Доказать теорему о производной суммы и разности двух функций.
57. Доказать теорему о производной произведения двух функций.
58. Доказать теорему о производной частного двух функций.
59. Исходя из определения, найти производную функции
 $y = x^a, y = x^3, y = x^4, y = \sin ax, y = \sin(ax^2), y = \cos ax, y = \cos(ax^2), y = e^{ax}, y = e^{-ax^2}, y = 2^{-ax^2}, y = \ln nx$
60. Таблица производных элементарных функций.
 61. Доказать теорему о производной сложной функции.
 62. Доказать теорему о производной обратной функции.
 63. Исходя из теоремы о производной обратной функции, найти производную функции
 $y = \arctg x, y = \operatorname{arccotg} x, y = \arcsin x, y = \arccos x$.
 64. Определение параметрически заданной функции.
 65. Первая производная параметрически заданной функции.
 66. Односторонние (левая и правая) производные функции в точке.
 67. Теорема о существовании производной функции в точке.
 68. Найти производную функции $y = |x|, y = \sqrt[3]{x^2}, y = \sqrt[5]{x^4}$ в точке $x=0$.
 69. Доказать инвариантность формы первого дифференциала.
 70. Свойства первых дифференциалов.
 71. Таблица первых дифференциалов.
 72. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной функции в точке.
 73. Доказать теорему о достаточных условиях монотонности дифференцируемой функции в точке.
 74. Определение точек локального максимума, минимума, экстремума функции.
 75. Доказать теорему Ферма (о необходимых условиях экстремума дифференцируемой функции).
 76. Определение стационарной точки дифференцируемой функции.
 77. Доказать теорему Ролля (о нуле производной).
 78. Доказать теорему Лагранжа (формула конечных приращений).
 79. Доказать теорему Коши (обобщенная формула конечных приращений).
 80. Правило Лопиталья.
 81. Формула Тейлора.
 82. Написать первые три ненулевых члена ряда Тейлора функции $y = x^4, y = x^5$ в точке $x_0 = 1$.
 83. Формула Маклорена.
 84. Написать первые три ненулевых члена ряда Маклорена функции
 $y = (x-1)^4, y = (x-1)^5, y = (x-1)^6$.
 85. Доказать теорему о необходимых условиях экстремума функции.
 86. Определение критической точки функции.
 87. Доказать теорему о достаточных условиях экстремума функции.
 88. Определение выпуклой (вогнутой) дифференцируемой функции.
 89. Теорема о достаточных условиях выпуклости (вогнутости) дифференцируемой функции.
 90. Определение точки перегиба дифференцируемой функции.
 91. Необходимые условия точки перегиба дифференцируемой функции.
 92. Достаточные условия точки перегиба дифференцируемой функции.
 93. Определение наклонной (правой, левой) и вертикальной асимптот графика функции.
 94. Теорема о наклонной асимптоте графика функции.

Дополнительные вопросы

1. Всякая ли дифференцируемая функция является непрерывной?
2. Всякая ли непрерывная функция является дифференцируемой?
3. Всякая ли дифференцируемая в точке функция имеет касательную к графику в этой точке?
4. Всякая ли стационарная точка является критической?
5. Всякая ли критическая точка является стационарной?
6. Существует ли касательная к графику дифференцируемой функции в точке перегиба?
7. В любой ли критической точке существует касательная к графику?
8. В любой ли стационарной точке существует касательная к графику?

Контрольные работы

Контрольная работа № 1.

Вычисление пределов.

Мат. Анализ. №1	Мат. Анализ. №2
Вычислить пределы:	Вычислить пределы:
1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1} \right)^x$	1) $\lim_{x \rightarrow 1} (5^x - 4)^{\operatorname{ctg}(x-1)}$
2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1 - \sqrt{x}) \ln(x)}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}$	2) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x-2)}{x^3 - 3x^2 + x - 3}$
3) $\lim_{x \rightarrow 1} (\cos 2\pi x)^{\frac{1}{\operatorname{tg}(x-1)}}$	3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{26+x} - \sqrt[3]{28-x}}{x - \sqrt{x}}$
4) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3^{x^2+2x+1} - 3^{1+x}}{\ln(3x^2 - 2)}$	4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[20]{\cos 2\pi x} - 1}{\sin^2(x-1)}$
5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x \sin x} - 1}{x^2}$	5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + x + 1}{x^3 + 1} \right)^{x^2}$

Мат. Анализ. №3

Вычислить пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{\sin x} \right)^{\operatorname{ctg} x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3 - \sqrt{x+7})}{x^3 - 2x^2 + 4x - 8}$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(4^x - 3)}{\operatorname{tg}(x-1)}$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\cos x} - 1}{\ln \cos 2x}$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 3x - 1}{2x^2 - 3x - 1} \right)^x$

Мат. Анализ. №4

Вычислить пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \ln(x+1) - \ln x)^x$

2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg}(x-2) \ln(x-1)}{x^4 - 8x^2 + 16}$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{e^{x-1}} - 1}{\sin \pi x}$

4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{7+x} - 2}{2 - \sqrt{x+3}}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} (4^x + x)^{\frac{1}{\sin x}}$

Контрольная работа № 2.

Производная функции.

Мат. Анализ. №1

1) Найти производную y' : $y = \operatorname{tg}(\sqrt[4]{x^3})^{\ln(3x+2)}$;

2) Найти производные y'_x , y''_{xx} от функции $y=y(x)$, заданной параметрически:

$$x = e^{-2t}(2 - t^2), \quad y = e^{-2t}(t^2 + 2t);$$

3) Найти производные y'_x , y''_{xx} от функции $y=y(x)$, заданной неявно:
 $y^2 - 2 \ln y - x^2 = 2e^x$;

4) Вычислить следующие пределы: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - 4^{\cos(x)}}{4x^2}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

Мат. Анализ. №2

1) Найти производную y' : $y = th(\sqrt[5]{x^2})^{ctg(3x+2)}$;

2) Найти производные y'_x, y''_{xx} от функции $y=y(x)$, заданной параметрически:

$$x = 5t + ctg(5t), y = 5t - tg(5t);$$

3) Найти производные y'_x, y''_{xx} от функции $y=y(x)$, заданной неявно:
 $y^3x + \ln(\sin x) = \sin y$;

4) Вычислить следующие пределы: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(4x))}{4x^2}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{tg x}{\sin x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

Мат. Анализ. №3

1) Найти производную y' : $y = \cos(\sqrt[7]{x^3})^{\ln(5x+2)}$;

2) Найти производные y'_x, y''_{xx} от функции $y=y(x)$, заданной параметрически:

$$x = 2t - sh(2t), y = 2t - ch(2t);$$

3) Найти производные y'_x, y''_{xx} от функции $y=y(x)$, заданной неявно:
 $y^2x + \ln(\cos x) = \cos y$;

4) Вычислить следующие пределы: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin x^2}{x^6}$; $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (tg x)^{tg 2x}$

Мат. Анализ. №4

1) Найти производную y' : $y = ctg(\sqrt[9]{x^5})^{th(3x+6)}$;

2) Найти производные y'_x, y''_{xx} от функции $y=y(x)$, заданной параметрически:

$$x = e^{-3t} ch t, y = e^{-3t} sh t;$$

3) Найти производные y'_x, y''_{xx} от функции $y=y(x)$, заданной неявно:

$$2y^2 + \ln(\sin x) = x \cos y;$$

4) Вычислить следующие пределы: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} x - \sin^2 x}{5x^2}; \lim_{x \rightarrow 0} (\ln(ex + e))^{\operatorname{ctg} x}$

Контрольная работа № 3.

Дифференциал функции и производная высшего порядка.

Мат. Анализ. №1

1) Найти дифференциал dy : $y = \operatorname{tg}\left(\sqrt[4]{x^3}\right)^{\ln(3x+2)};$

2) Найти производную $y^{(100)}$: $y = (2x^2 + x) \ln(2x + 1);$

3) Разложить функцию по целым неотрицательным степеням двучлена $x+2$ до четвертого члена: $y = \sin(6-2x).$

4) Разложить по целым неотрицательным степеням переменной x :

$y = \sqrt[3]{1 + \sin(x^2)}$ до члена с x^{10} ; $y = \ln \frac{2 \cos(x^2) - 2}{x^4}$ до члена с $x^{12}.$

Мат. Анализ. №2

1) Найти дифференциал dy : $y = \operatorname{th}\left(\sqrt[5]{x^2}\right)^{\operatorname{ctg}(3x+2)};$

2) Найти производную $y^{(50)}$: $y = (3x^2 + 2x) \cos(3x + 2);$

3) Разложить функцию по целым неотрицательным степеням двучлена $x-2$ до четвертого члена: $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x+6}}.$

4) Разложить по целым неотрицательным степеням переменной x :

$$y = \sqrt[3]{\cos(x^2)} \text{ до члена с } x^8; \quad y = \ln \frac{e^{x^2} - 1}{x^2} \text{ до члена с } x^4.$$

Мат. Анализ. №3

1) Найти дифференциал dy : $y = \cos\left(\sqrt[7]{x^3}\right)^{\ln(5x+2)}$;

2) Найти производную $y^{(100)}$: $y = (3x^2 + x)\sin(3x+1)$;

3) Разложить функцию по целым неотрицательным степеням двучлена $x+3$ до четвертого члена: $y = \ln(1-2x)$.

4) Разложить по целым неотрицательным степеням переменной x :

$$y = \sqrt[4]{\cos(x^3)} \text{ до члена с } x^{12}; \quad y = \ln \frac{6\sin(x^2) - 6x^2}{x^6} \text{ до члена с } x^8.$$

Мат. Анализ. №4

1) Найти дифференциал dy : $y = \operatorname{ctg}\left(\sqrt[9]{x^5}\right)^{\operatorname{th}(3x+6)}$;

2) Найти производную $y^{(50)}$: $y = (5x + x^2)2^{(3x+1)}$;

3) Разложить функцию по целым неотрицательным степеням двучлена $x-4$ до четвертого члена: $y = \frac{1}{\sqrt[4]{x-3}}$.

4) Разложить по целым неотрицательным степеням переменной x :

$$y = \sqrt[4]{1 - \sin(x^3)} \text{ до члена с } x^{15}; \quad y = \ln \frac{e^{2x} - 2x - 1}{2x^2} \text{ до члена с } x^3.$$

Контрольная работа № 4.

Неопределенный интеграл.

<p>Мат. Анализ. №1</p> <p>Вычислить:</p> <p>1) $\int (9x - 6x^2)e^{-x+1} dx$, 2)</p> <p>$\int \frac{2x+1}{\sqrt{12x-4x^2-5}} dx$,</p> <p>3) $\int \frac{25-3x^2}{(x^2+16)(3-2x)} dx$, 4)</p> <p>$\int (\cos^3(2x) - \sin^4(4x)) dx$,</p> <p>5) Разложить на простейшие множители:</p> $\frac{4x^2 + 14}{(16x^4 - 81)(3 + 4x - 4x^2)(27 - 8x^3)^2} .$	<p>Мат. Анализ. №2</p> <p>Вычислить:</p> <p>1) $\int \arcsin^2(2x) dx$, 2)</p> <p>$\int \frac{3x-1}{\sqrt{3+6x-9x^2}} dx$,</p> <p>3) $\int \frac{2+4x^2}{1-8x^3} dx$, 4)</p> <p>$\int (\cos^4(3x) - \sin^3(4x)) dx$,</p> <p>5) Разложить на простейшие множители:</p> $\frac{9-2x^2}{(1-256x^4)^2(4x^2+5x+1)(64x^3-1)} .$
<p>Мат. Анализ. №3</p> <p>Вычислить:</p> <p>1) $\int (4x - 3x^2) \cos(4x) dx$, 2)</p> <p>$\int \frac{3x+4}{\sqrt{12-12x-9x^2}} dx$,</p> <p>3) $\int (\sin^4(2x) - \cos^3(2x)) dx$, 4)</p> <p>$\int \frac{16-17x^2}{(x^2+9)(5-4x)} dx$,</p> <p>5) Разложить на простейшие множители:</p> $\frac{152-2x^2}{(16-81x^4)(4-12x+9x^2)(27x^3-8)^2} .$	<p>Мат. Анализ. №4</p> <p>Вычислить:</p> <p>1) $\int x^6 \ln^2(3x) dx$, 2)</p> <p>$\int \frac{4x+1}{\sqrt{8+4x-4x^2}} dx$,</p> <p>3) $\int \frac{9x^2+8}{8+27x^3} dx$, 4)</p> <p>$\int (\cos^4(5x) - \sin^3(3x)) dx$,</p> <p>5) Разложить на простейшие множители:</p> $\frac{74x^2+90}{(x^4-256)^2(-4+5x-x^2)(64-x^3)} .$

2 семестр.

Контрольная работа № 5.

Определенный интеграл и его приложения.

<p>Мат. Анализ. №1</p> <p>1) Найти длину дуги кривой</p> $x^2 + y^2 = 4y + 4x - 4$, ограниченной прямой $x + y \leq 2$, объем тела, полученного вращением данной фигуры вокруг оси Oy, площадь поверхности данного тела. <p>2) Вычислить площадь фигуры, заданной параметрически:</p> $\begin{cases} x = 10(t - \sin t) \\ y = 10(1 - \cos t) \end{cases}, y = 15,$ $(0 < x \leq 20\pi, y \geq 15).$ <p>3) Вычислить площадь фигуры, заданной в полярных координатах: $r \geq 1 + \cos \varphi$, $r \leq 1$.</p> <p>4) Вычислить интеграл: $\int_0^{\pi} x \cos 2x dx$.</p>	<p>Мат. Анализ. №2</p> <p>1) Найти длину дуги кривой</p> $x^2 + y^2 = -6y + 2x - 6$, ограниченной прямой $y + x \geq 0$, объем тела, полученного вращением данной фигуры вокруг оси Ox, площадь поверхности данного тела. <p>2) Вычислить площадь фигуры, заданной параметрически: $y = 8 - 4\sqrt{3}$,</p> $\begin{cases} x = 8(t - \sin t) \\ y = 8(1 - \cos t) \end{cases},$ $(0 < x \leq 16\pi, y \geq 8 - 4\sqrt{3}).$ <p>3) Вычислить площадь фигуры, заданной в полярных координатах: $r \leq 3 \sin 3\varphi$, $r \geq 1$.</p> <p>4) Вычислить интеграл:</p> $27 \int_0^1 x^3 \sqrt{4 - 3x^2} dx.$
<p>Мат. Анализ. №3</p> <p>1) Найти длину дуги кривой</p> $x^2 + y^2 = 2y + 6x - 6$, ограниченной прямой $x + y \leq 2$, объем тела, полученного вращением данной фигуры вокруг оси Oy, площадь поверхности данного тела. <p>2) Вычислить площадь фигуры, заданной параметрически:</p> $\begin{cases} x = 6(t - \sin t) \\ y = 6(1 - \cos t) \end{cases}, y = 3,$	<p>Мат. Анализ. №4</p> <p>1) Найти длину дуги кривой</p> $x^2 + y^2 = 4x - 8y - 16$, ограниченной прямой $x - y \geq 8$, объем тела, полученного вращением данной фигуры вокруг оси Ox, площадь поверхности данного тела. <p>2) Вычислить площадь фигуры, заданной параметрически: $y = 12 + 6\sqrt{3}$,</p>

$(0 < x \leq 12\pi, y \geq 3)$. 3) Вычислить площадь фигуры, заданной в полярных координатах: $r \geq 3 \sin 4\varphi$, $r \leq 1$. 4) Вычислить интеграл: $75 \int_0^1 x^5 \sqrt{9-5x^3} dx$.	$\begin{cases} x = 12(t - \sin t) \\ y = 12(1 - \cos t) \end{cases},$ $(0 < x \leq 24\pi, y \geq 12 + 6\sqrt{3})$. 3) Вычислить площадь фигуры, заданной в полярных координатах: $r \leq 1 + \sin \varphi$, $r \leq 1$. 4) Вычислить интеграл: $\int_0^\pi x \sin 4x dx$.
--	---

Контрольная работа № 6.

Функции многих переменных.

<p>Мат. Анализ. №1</p> <p>1) Найти полный дифференциал второго порядка d^2u и вторую частную производную $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ от функции $u = f(\xi, \eta)$, где $\xi = 3x - 2y, \eta = -3x - 2y^2$</p> <p>2) Для функции $z = z(x, y)$ найти частные производные первого и второго порядка $2x^2 - 3y - 2z^2 = \sin(3z)$</p> <p>3) Вводя новые независимые переменные, преобразовать уравнения $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial y} = 0$, если $\xi = \frac{y}{x}, \eta = x$</p> <p>4) Исследовать на экстремум $z = e^{4x-y} (2 - 4x^2 + 2y)$</p>	<p>Мат. Анализ. №2</p> <p>1) Найти полный дифференциал второго порядка d^2u и вторую частную производную $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ от функции $u = f(\xi, \eta)$, где $\xi = 3x^2 - 2y, \eta = 5y - 3x$</p> <p>2) Для функции $z = z(x, y)$ найти частные производные первого и второго порядка $3x^2 - 2y - 2z = \ln(2z)$</p> <p>3) Вводя новые независимые переменные, преобразовать уравнения $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial x} = 0$, если $\xi = y, \eta = xy$</p> <p>4) Исследовать на экстремум</p>
--	---

	$z = e^{x+2y} (4x + 2y^2 - 4)$
<p>Мат. Анализ. №3</p> <p>1) Найти полный дифференциал второго порядка d^2u и вторую частную производную $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ от функции $u = f(\xi, \eta)$, где $\xi = 4x + 2y^2, \eta = 2x - 3y$</p> <p>2) Для функции $z = z(x, y)$ найти частные производные первого и второго порядка $3x - 2y^2 - 3z^2 = \cos(3z)$</p> <p>3) Вводя новые независимые переменные, преобразовать уравнения $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial x} = 0$, если $\xi = 2y, \eta = \frac{x}{y}$</p> <p>4) Исследовать на экстремум $z = e^{2y-x} (2x - y^2 + 2)$</p>	<p>Мат. Анализ. №4</p> <p>1) Найти полный дифференциал второго порядка d^2u и вторую частную производную $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ от функции $u = f(\xi, \eta)$, где $\xi = 3y - 2x, \eta = 4x^2 - 6y$</p> <p>2) Для функции $z = z(x, y)$ найти частные производные первого и второго порядка $3x^2 + 3y - 3z^2 = 8\sqrt{z^3}$</p> <p>3) Вводя новые независимые переменные, преобразовать уравнения $3 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4 \frac{\partial z}{\partial y} = 0$, если $\xi = 2x^2 + 3y, \eta = x$</p> <p>4) Исследовать на экстремум $z = e^{x-y} (3x^2 - 6y - 6)$</p>

Контрольная работа № 7.

Повторные интегралы.

<p>Мат. Анализ. №1</p> <p>1) Вычислить $\iint_D xy dx dy$, где D: $x^2 + y^2 \leq 2x, x^2 + y^2 \leq 2y$.</p> <p>2) Изменить порядок интегрирования</p> <p>$\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$</p> <p>3) В двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования. D: $x^2 + y^2 \leq 4x, x \leq 2, y \geq 0$.</p> <p>4) С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $xy = 4, y = 4x, y = 1$.</p>	<p>Мат. Анализ. №2</p> <p>1) Вычислить $\iint_D xy dx dy$, где D: $x^2 + y^2 \leq -4x, x^2 + y^2 \geq 4y, y \geq 0$.</p> <p>2) Изменить порядок интегрирования</p> <p>$\int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy + \int_e^{e^2} dx \int_0^{2-\ln x} f(x, y) dy$</p> <p>3) В двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования. D: $x^2 + y^2 \leq -6y, y \geq -4.5, x \geq 0$.</p> <p>4) С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $x = 5 - y^2, y = 2x, y = 0$.</p>
<p>Мат. Анализ. №3</p> <p>1) Вычислить $\iint_D xy dx dy$, где D: $x^2 + y^2 \leq 4x, x^2 + y^2 \leq -4y$.</p> <p>2) Изменить порядок интегрирования</p> <p>$\int_0^2 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_2^6 dx \int_0^{\sqrt{12+4x-x^2}} f(x, y) dy$</p> <p>3) В двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования. D: $x^2 + y^2 \leq 2y, y \leq 1.5, x \geq 0$.</p>	<p>Мат. Анализ. №4</p> <p>1) Вычислить $\iint_D xy dx dy$, где D: $x^2 + y^2 \leq -2x, x^2 + y^2 \leq -2y, y \leq 0$.</p> <p>2) Изменить порядок интегрирования</p> <p>$\int_0^5 dx \int_0^{\sqrt{10x-x^2}} f(x, y) dy + \int_5^{10} dx \int_0^{\sqrt{50-5x}} f(x, y) dy$</p> <p>3) В двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования. D: $x^2 + y^2 \leq -2x, x \geq -1.5, y \geq 0$.</p>

<p>4) С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:</p> $y = x^2 + 5, y = 5 - x, x = 2.$	<p>4) С помощью двойного интеграла вычислить</p> <p>площадь фигуры, ограниченной линиями:</p> $y = x^2, x = 2 + y^2, y = 0, y = 4.$
---	---

Вопросы к экзамену

1 семестр

1. Аксиомы Пеано натуральных чисел. Конечные множества. Основная теорема о конечных множествах.
2. Сравнение множеств по мощности. Теорема Кантора-Бернштейна. Теорема Кантора о мощности множества подмножеств. Мощность континуума.
3. Аксиомы действительных чисел. Теоремы о точной верхней и точной нижней грани. Принцип Архимеда. Теорема о плотности рациональных и иррациональных чисел.
4. Теорема о мощности множества действительных чисел.
5. Лемма Гейне-Бореля-Лебега о покрытиях.
6. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности, свойство устойчивости, предел модуля, предельный переход в неравенствах, свойство линейности.
7. Свойства сходящихся последовательностей: предельный переход в произведении и в частном.
8. Теоремы о пределе неубывающей и невозрастающей последовательности.
9. Число e .
10. Теорема Штольца.
11. Теорема о пределе промежуточной последовательности. Принцип Кантора о вложенных отрезках.

12. Принцип Больцано-Вейерштрасса о сходящейся подпоследовательности.
13. Критерий Коши сходимости последовательности.
14. Определение предела числовой функции по Коши и по Гейне. Эквивалентность определений предела функции по Коши и по Гейне.
15. Критерий Коши существования предела функции.
16. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Свойства непрерывных функций: непрерывность модуля, локальная ограниченность, свойство устойчивости. Арифметические операции с непрерывными функциями. Непрерывность сложной и обратной функции.
17. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной функции). Вторая теорема Вейерштрасса (о наибольшем и наименьшем значении).
18. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши о промежуточных значениях непрерывной функции. Теорема о существовании обратной функции.
19. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
20. Понятия производной, дифференцируемости, дифференциала функции. Геометрический смысл производной и дифференциала. Сравнение понятий производной и дифференцируемости.
21. Односторонние производные. Сравнение понятий непрерывности и дифференцируемости. Критерий дифференцируемости (в терминах непрерывности дифференциально-разностного отношения).
22. Дифференцирование линейной комбинации, произведения и частного двух функций.
23. Дифференцирование обратной и сложной функции. Инвариантность формы записи первого дифференциала.
24. Вывод производных элементарных функций.
25. Производные и дифференциалы высших порядков. Вычислительная формула для высших дифференциалов. Условие инвариантности высших дифференциалов относительно замены переменной.
26. Формулы Лейбница (высшее дифференцирование произведения и сложной функции).
27. Теорема Ферма об экстремуме функции. Теорема Дарбу о промежуточных значениях производной.
28. Теоремы Роля, Лагранжа, Коши.
29. Первое правило Лопиталя вычисления пределов
30. Второе правило Лопиталя вычисления пределов
31. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Единственность представления функции многочленом.
32. Формула Тейлора с остаточным членом в формах, Коши, Лагранжа. Пять основных разложений по формуле Тейлора.
33. Интерполяционный полином Лагранжа. Оценка погрешности интерполяции.
34. Критерий постоянства функции. Условие строгой монотонности функции на промежутке. Монотонность в точке.
35. Локальные экстремумы функции, их виды. Необходимое условие локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума в терминах 1-ой производной, 2-ой производной, n-той производной.
36. Выпуклые функции, виды выпуклости. Достаточное условие строгой выпуклости функции. Расположение графика выпуклой функции относительно касательной.
37. Неравенство Иенсена. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим.
38. Неравенства Юнга, Гёльдера, Коши-Буняковского, Минковского.
39. Точки перегиба функции. Необходимое условие перегиба. Достаточное условие перегиба. Расположение графика функции относительно касательной в точке перегиба.
40. Понятие базы. Примеры баз. Предел числовой функции по базе. Свойства функций, имеющих предел по базе.
41. Критерий Коши существования предела по базе.

42. Счётно-порождённые базы. Предел Гейне по базе. Эквивалентность понятий предела по Гейне и по Коши в случае счётно-порождённых баз.
43. Определение интеграла Римана. Интеграл Римана как предел по базе. Ограниченность интегрируемой функции.
44. Интегральные суммы Дарбу и их свойства: сравнение сумм Римана и Дарбу, суммы Дарбу как точные грани сумм Римана, поведение сумм Дарбу при измельчении разбиения, сравнение сумм Дарбу для любых разбиений.
45. Критерий интегрируемости Римана.
46. Интегрируемость непрерывной функции и функции с конечным числом точек разрыва.
47. Интегрируемость сложной функции. Арифметические операции с интегрируемыми функциями.
48. Верхний и нижний интегралы Дарбу. Интегралы Дарбу как пределы сумм Дарбу. Критерий интегрируемости функции в терминах равенства её интегралов Дарбу.
49. Основные свойства определённого интеграла: интеграл от единицы, монотонность, линейность, аддитивность.
50. Первая теорема о среднем значении.
51. Интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность интеграла по верхнему пределу. Дифференцирование интеграла по верхнему пределу.
52. Вторая теорема о среднем значении.
53. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.
54. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Интегральные неравенства Гёльдера, Коши-Буняковского и Минковского.
55. Определение несобственного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница для несобственного интеграла.
- Признаки сходимости интегралов от неотрицательных функций.
56. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютно сходящиеся интегралы. Признаки Абеля и Дирихле сходимости несобственного интеграла.
57. Понятия метрического и нормированного пространства. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве, их свойства. Связь между открытыми и замкнутыми множествами.
58. Предел по базе функции со значениями в метрическом пространстве. Свойства функций, имеющих предел. Предел последовательности. Предел функции в точке.
59. Полные метрические пространства. Принцип полноты Кантора. Подпространства полного пространства. Критерий Коши существования предела.
60. Предкомпактные множества в метрическом пространстве. Критерий предкомпактности Хаусдорфа.
61. Компактные множества в метрическом пространстве. Критерий компактности метрического пространства. Критерий компактности множества в полном метрическом пространстве. Компактные множества в \mathbf{R} .
62. Компактность в терминах покрытий. Компактность в терминах централизованных систем.
63. Непрерывные отображения метрических пространств. Прообраз открытого и замкнутого множества при непрерывном отображении. Непрерывность сложной функции.
64. Непрерывный образ компакта – компакт. Теоремы Вейерштрасса. Линейно связные множества в метрическом пространстве. Непрерывный образ линейно-связного множества – линейно-связное множество.
65. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
66. Понятие топологического пространства. Окрестности, внутренние точки, предельные точки, точки прикосновения, замыкание, замкнутое множество, граница. Предел по базе функции со значениями в топологическом пространстве. Непрерывные отображения топологических пространств. Понятие гомеоморфизма.
67. Частные производные, дифференцируемость, дифференциал функции. Критерий дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости функции.

68. Теорема о дифференцировании сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Правила дифференцирования.
69. Производная по направлению. Градиент.
70. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Непрерывно дифференцируемые функции.
71. Дифференциалы высших порядков. Вычислительная формула для дифференциалов высших порядков. Условие инвариантности высших дифференциалов относительно замены переменных.
72. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано. Формула конечных приращений.
73. Локальные экстремумы функций многих переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
74. Неявная функция. Теорема о неявной функции.
75. Система неявных функций. Теорема о системе неявных функций. Существование обратной функции.
76. Условные экстремумы функций многих переменных. Метод множителей Лагранжа. Достаточное условие экстремума в методе Лагранжа.
77. Дифференцируемые отображения. Матрица Якоби.
78. Принцип сжимающих отображений.

2 семестр

79. Числовой ряд и его сумма. Критерий Коши и необходимое условие сходимости ряда. Общие свойства сходящихся рядов: сходимость ряда и его остатка, линейная операция с рядами, сочетательное свойство ряда.
80. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: общий критерий сходимости, признаки сравнения, Коши, Даламбера, Куммера и Раабе. Интегральный признак Коши-Маклорена. Сходимость ряда Римана.
81. Формула суммирования Эйлера. Постоянная Эйлера.
82. Признак Ермакова сходимости рядов с неотрицательными членами.
83. Признаки Лейбница, Абеля и Дирихле для произвольных числовых рядов. Оценка остатка ряда Лейбница.
84. Абсолютная и условная сходимость рядов. Перестановка членов в абсолютно сходящихся рядах.
85. Умножение абсолютно сходящихся рядов. Умножение условно сходящихся рядов.
86. Бесконечные произведения и их связь с рядами. Абсолютно сходящиеся бесконечные произведения. Представление Эйлера для дзета-функции.
87. Равномерная и поточечная сходимость последовательности функций. Метрический критерий равномерной сходимости. Критерий Коши равномерной сходимости последовательности функций. Непрерывность предельной функции.
88. Признак Дини равномерной сходимости последовательности функций.
89. Предельный переход под знаком интеграла и производной для последовательности функций.
90. Равномерная и поточечная сходимость функционального ряда. Критерий Коши и необходимое условие равномерной сходимости ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Непрерывность суммы ряда.
91. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости функционального ряда.
92. Почленное дифференцирование и интегрирование функциональных рядов.
93. Степенной ряд. Первая теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара.
94. Непрерывность суммы степенного ряда. Вторая теорема Абеля. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
95. Понятие аналитической функции. Аналитичность суммы степенного ряда. Единственность представления аналитической функции степенным рядом.

96. Ряд Тейлора. Критерий представления функции степенным рядом. Достаточное условие аналитичности. Аналитичность основных элементарных функций. Пять основных разложений в степенные ряды.
97. Принцип единственности для аналитических функций. Понятие аналитической функции комплексного переменного. Комплексная экспонента и её свойства. Формулы Эйлера.
98. Аппроксимация непрерывных функций. Теорема Стоуна. Аппроксимация непрерывных функций алгебраическими и тригонометрическими многочленами.
99. Скалярное произведение функций. Абсолютно и квадратично интегрируемые функции, связь между ними. Неравенство Коши-Буняковского. Норма функции. Сходимость в среднем квадратичном. Аппроксимация ступенчатыми функциями (без доказательства). Тригонометрическая система функций и её свойства: ортогональность, полнота в равномерном и среднем квадратичном приближениях.
100. Необходимое условие разложения функции в равномерно сходящийся тригонометрический ряд. Понятие ряда Фурье. Комплексная запись ряда Фурье. Ряд Фурье в случае произвольного интервала.
101. Норма тригонометрического полинома. Выражение среднего квадратичного отклонения функции от тригонометрического полинома. Тождество Бесселя. Минимальное свойство частичных сумм ряда Фурье. Разложение функции в ряд Фурье, сходящийся в среднем квадратичном.
102. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Замкнутость тригонометрической системы функций. Однозначность определения функции своим рядом Фурье.
103. Теорема Римана о стремлении коэффициентов Фурье к нулю. Интегральное представление частичных сумм ряда Фурье. Ядро Дирихле и его свойства.
104. Признак Дини сходимости ряда Фурье. Поточечная сходимость ряда Фурье кусочно-гладких функций.
105. Разложение синуса в бесконечное произведение.
106. Равномерная сходимость ряда Фурье непрерывных кусочно-гладких функций. Интегрирование рядов Фурье.
107. Семейства функций, зависящих от параметров. Поточечная и равномерная сходимость. Достаточное условие равномерной сходимости. Метрический критерий равномерной сходимости. Равномерная сходимость семейства функций на языке последовательностей. Непрерывность предельной функции.
108. Собственные интегралы, зависящие от параметров, с постоянными пределами интегрирования. Предельный переход по параметру под знаком интеграла. Непрерывность интеграла по параметрам. Дифференцирование и интегрирование интеграла по параметру в случае постоянных пределов интегрирования.
109. Собственные интегралы, зависящие от параметров, с переменными пределами интегрирования. Непрерывность интеграла по параметрам. Дифференцирование интеграла по параметру в случае переменных пределов интегрирования.
110. Несобственные интегралы, зависящие от параметров. Поточечная и равномерная сходимость. Критерий Коши и признак Вейерштрасса равномерной сходимости интеграла.
111. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметров.
112. Непрерывность несобственного интеграла по параметрам. Дифференцирование и интегрирование несобственного интеграла по параметру.
113. Гамма-функция и бета-функция. Множества сходимости эйлеровых интегралов. Равномерная сходимость. Разложение гамма-функции в бесконечное произведение.
114. Свойства гамма-функции: формула понижения, аналитическое продолжение гамма-функции в комплексную плоскость, формула дополнения.
115. Свойства гамма-функции: формула удвоения Лежандра, формула умножения Гаусса (без доказательства). Связь между эйлеровыми интегралами.
116. Формула Стирлинга.

117. Понятие интеграла Фурье. Интегральная формула Фурье. Комплексная запись интеграла Фурье. Прямое и обратное преобразование Фурье. Формулы обращения.
118. Свойства преобразования Фурье: линейность, ограниченность, непрерывность. Преобразование Фурье производной. Связь между гладкостью функции и скоростью убывания её преобразования Фурье. Производная преобразования Фурье.
119. Преобразование Фурье бесконечно дифференцируемых быстро убывающих функций. Формула Планшереля. Преобразование Фурье свёртки функций.
120. Понятие асимптотической последовательности и асимптотического разложения. Единственность асимптотического разложения. Операции со степенными асимптотическими рядами: арифметические операции, почленное интегрирование и дифференцирование.
121. Формула суммирования Эйлера-Маклорена.
122. Лемма Ватсона.
123. Внутренняя и внешняя мера Жордана и их свойства.
124. Критерий измеримости множества по Жордану. Свойства измеримых множеств.
125. Свойства меры Жордана: конечная аддитивность, мера прямого произведения множеств. Мера графика непрерывной на компакте функции.
126. Определение кратного интеграла Римана. Интегральные суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости.
127. Интегрируемость непрерывных функций. Связь между интегрируемостью и ограниченностью.
128. Интегрируемость разрывных функций.
129. Четыре основных свойства интеграла. Интегральная теорема о среднем.
130. Сведение двойного интеграла к повторному.
131. Сведение кратного интеграла к повторному.
132. Замена переменных в двойном интеграле.
133. Определение несобственного кратного интеграла. Несобственные интегралы от неотрицательной функции. Несобственный кратный интеграл сходится тогда и только тогда, когда он абсолютно сходится.
135. Длина кривой. Аддитивность длины. Вычислительная формула для длины непрерывно дифференцируемой кривой.
136. Криволинейные интегралы первого рода и их свойства. Вычислительная формула.
137. Криволинейные интегралы второго рода и их свойства. Вычислительная формула.
138. Формула Грина.
139. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Критерий полного дифференциала в односвязной области.
140. Первая квадратичная форма поверхности. Площадь поверхности.
141. Ориентация поверхности и её края. Кусочно-гладкие поверхности.
142. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Вычислительные формулы.
143. Формула Стокса.
144. Векторная трактовка формулы Стокса. Геометрическое определение ротора векторного поля.
145. Формула Гаусса-Остроградского, её векторная трактовка. Геометрическое определение дивергенции векторного поля.
146. Полилинейные антисимметричные формы. Внешнее произведение форм и его свойства.
147. Дифференциальные формы. Операции внешнего дифференцирования и переноса форм, их свойства.
148. Понятие многообразия. Ориентация многообразия и его края. Интегрирование дифференциальных форм на многообразии. Общая формула Стокса (без доказательства).

Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые разделы	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Аудиторная контр.работа(пров ерка и оценка)	Раздел 1-Раздел 5 в 1-м семестре Раздел 1- Раздел 5 во 2-м семестре	УК-6, ОПК-1
2	Тестирование. Подготовка к тестированию(оце нка результатов)	Раздел 1-Раздел 5 в 1м семестре Раздел 1- Раздел 5 во 2-м семестре	УК-6, ОПК-1
3	Самостоятельное решение практических заданий (аудиторная)	Раздел 1-Раздел 5 в 1м семестре Раздел 1- Раздел 5 во 2-м семестре	УК-6, ОПК-1
4	Экзамен 1 семестре	Раздел 1-Раздел 5 в 1-м семестре	УК-6, ОПК-1
5	Экзамен во 2 семестре	Раздел 1- Раздел 5 во 2-м семестре	УК-6, ОПК-1
6			
7			

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) «Математический анализ».

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля) «Математический анализ».

К основной (обязательной) литературе относятся учебники, учебные пособия, учебно-методическая литература и монографии, изучение которых является обязательным для овладения знаниями в полном объеме по дисциплине в соответствии с данной программой. К основной, прежде всего, относится литература, имеющая гриф Министерства образования и науки Российской Федерации или Учебно-методического объединения, рекомендующих издание к использованию в учебном процессе. В списке основной литературы указывается не

более пяти источников, имеющихся в достаточном количестве в фонде библиотеки. Если доступна электронная версия учебников, учебных пособий и т.д., следует указать для них режим доступа.

К дополнительной относится литература, рекомендуемая бакалаврам, магистрам для самостоятельного изучения при выполнении курсового проекта (работы), учебной научно-исследовательской работы, при написании рефератов, для подготовки к семинарам, практическим занятиям, лабораторным работам и другим учебным занятиям, а также для углубления и расширения знаний по данной дисциплине.

Все источники в основной и дополнительной литературе даются с полными библиографическими описаниями в соответствии с российским или западным стандартами оформления.

7.1. Учебная литература:

1. Кудрявцев Л.Д. «Математический анализ»
2. Зорич В.А. «Математический анализ»
3. Виноградова И.А. «Задачи и упражнения по математическому анализу»
4. Демидович Б.П. «Сборник задач и упражнений по математическому анализу»
5. Фихтенгольц Г.М. «Основы математического анализа»

7.2. Интернет-ресурсы

1. Федеральный портал <http://edu.ru>
2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ <http://elib.dgu.ru>

7.3. Программное обеспечение:

1. MicrosoftExcel
2. MicrosoftWord
3. MicrosoftPowerPoint

7.4. Материально-техническое обеспечение

В организации учебного процесса необходимыми являются средства, обеспечивающие, аудиовизуальное восприятие учебного материала (специализированное демонстрационное оборудование):

1. Доска и мел (или более современные аналогии)
2. компьютерные и мультимедийные технологии
3. микрофон и соответствующие установки (для работы в больших аудиториях с многочисленными группами студентов)

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «19» сентября 2017г. № 926.

Программу составил: доцент кафедры «Математический анализ»

Албогачиева Мадина Магомедовна _____

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический анализ»

Протокол № 10 от 20 июня 2023г

Заведующий кафедрой «Математический анализ» _____/Танкиев И.А.

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедры

«Информационные системы и технологии» _____/Мальсагов М.Х.

Протокол №10 от 21 июня 2023г

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического факультета

Протокол № 10 от «23» июня 2023 года

Программа рассмотрена на заседании Учебно-методического совета университета

протокол № 10 от 28 июня 2023г.

Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой