

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕ-  
ЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:  
Проректор по УР и КО  
\_\_\_\_\_ С. А. Льянова  
« 29 » \_\_\_\_\_ июня 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**Б1.О.06.02 Аналитическая геометрия и линейная алгебра**

( \_\_\_\_\_ индекс дисциплины по учебному плану, наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки – **03.03.02 Физика**  
(код, наименование)

Направленность: **Физика**

Квалификация выпускника – **Бакалавр**

Форма обучения **Очная**

г. Магас, 2023

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» является обеспечение подготовки студентов в области применения основных алгебраических и геометрических идей и положений при решении физических задач.

Задачи освоения дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»:

подготовка студентов к самостоятельному использованию математического аппарата – алгебраических и геометрических идей и положений при изучении физики и решении физических задач;

обучение студентов построению геометрических интерпретаций ситуаций, применению методов линейной алгебры, математического моделирования к решению задач.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина относится к математическому и естественнонаучному циклу дисциплин учебного плана по направлению 03.03.02 «Физика» и является составной частью группы предметов, объединенных в модуль «Математика» (код дисциплины Б1.О.06.02 ). Вместе с тем эта дисциплина является необходимой для освоения последующих базовых дисциплин:

«Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Векторный и тензорный анализ», «Теория функций комплексного переменного». Дисциплина изучается в 1 и 2 семестре 1 курса.

Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, формируемые дисциплинами математической подготовки в средней общеобразовательной школе: Алгебра и начала анализа, Геометрия.

Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

- «Математический анализ»;
- «Векторный и тензорный анализ»,
- «Теория функции комплексного переменного»,
- «Механика»,
- «Оптика»;
- «Квантовая теория» и др.

Формы работы студентов - в ходе изучения дисциплины предусмотрены семинарские занятия, выполнение домашних работ. Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом, выполняется в ходе семестра в форме выполнения домашних заданий. Отдельные темы теоретического курса прорабатываются студентами самостоятельно в соответствии с планом самостоятельной работы и конкретными заданиями преподавателя с учетом индивидуальных особенностей студентов. Виды текущего контроля - проверка домашних заданий, устный опрос, проверка контрольной работы. Форма итогового контроля – экзамен.

**Перечень профессиональных стандартов, обобщенных трудовых функций и трудовых функций, соответствующих профессиональной деятельности выпускников**

Наименование документа	Код	Наименование базовой группы, должности (профессии) или специальности
ОКЗ	2320	Преподаватели в средней школе
	2340	Преподаватели в системе специального образования

Код и наименование профессионального стандарта	Обобщенные трудовые функции			Трудовые функции		
	Код	Наименование	Уровень квалификации	Наименование	Код	Уровень (подуровень) квалификации
01.001 Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании) (воспитатель, учитель)	А	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса образовательных организаций дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	6	Общепедагогическая функция. Обучение	A/01.6	6
				Воспитательная деятельность	A/02.6	6
				Развивающая деятельность	A/03.6	6
	В	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ	6	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования	B/03.6	6

### 3. Результаты освоения дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
УК-1.	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие; УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи; УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов; УК-1.4. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения;	<b>Знать</b> теоретические основы, основные понятия, законы и модели основных разделов физики; <b>Уметь</b> понимать, излагать и критически анализировать физическую информацию. Пользоваться теоретическими основами, законами и моделями физики; <b>Владеть</b> физическими и математическими методами обработки и анализа информации в области основных разделов физики.

		УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	
<i>ОПК-1</i>	Способен применять базовые знания в области физико-математических и естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями в области физико-математических наук, необходимыми для решения профессиональных задач. ОПК-1.2. Аргументированно применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера. ОПК-1.3. Обладает навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, решения профессиональных задач в области физики и смежных с ней естественнонаучных дисциплин.	Знает физические основы механики, молекулярной физики, природу колебаний и волн, основы термодинамики, электричества и магнетизма, оптики, основы атомной и ядерной физики, понимает широту и ограниченность применения физики исследованию процессов и явлений в природе и обществе. Умеет использовать теоретические знания при объяснении результатов экспериментов, применять знания в области физики для освоения общепрофессиональных дисциплин и решения профессиональных задач, оценивает достоверность полученного решения задачи. Владеет навыками физических исследований, способен передавать результат проведенных исследований в виде конкретных рекомендаций в терминах предметной области знания.

#### 4. Структура и содержание дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

##### 4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины за 1 и 2 семестр составляет 6 зачетных единиц, 216 часа.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (мо- дуля)	семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студен- тов и трудоемкость (в часах)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)
			Контактная ра- бота	Самостоятель- ная работа

			Всего	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Др. виды контакт. работы	Всего	Курсовая работа(проект)	Подготовка к экзамену	Другие виды самостоятельной работы	Собеседование	Коллоквиум	Проверка тестов	Проверка контрол.н. работ	Проверка доклада	Проверка эссе и иных	курсовая работа (проект) др.
1.	Раздел 1. Матрицы и определители		18	4	4			10			10							
2.	Раздел 2. Линейные пространства		18	4	4			9			9							
3.	Раздел 3. Системы линейных алгебраических уравнений		18	5	4			10			10							
4.	Раздел 4. Векторная алгебра		18	5	4			9			9							
Общая трудоемкость, в часах		2	72	18	16			38			38	Промежуточная аттестация						
												Форма						
												Зачет						
												Зачет с оценкой						
												Экзамен						
5.	Раздел 5. Евклидовы и унитарные пространства	2	28	6	6			9			9							
6.	Раздел 6. Линейные операторы в конечномерном пространстве	2	29	7	7			10			10							
7.	Раздел 7. Билинейные и квадратичные формы	2	29	7	7			10			10							
8.	Раздел 8. Аналитическая геометрия на плоскости	2	29	7	7			10			10							
9.	Раздел 9. Аналитическая геометрия в пространстве	2	29	7	7			10			10							
Общая трудоемкость, в часах		4	144	34	34			49			49	Промежуточная аттестация						
												Форма						
												Зачет						
												Зачет с оценкой						
												Экзамен						<b>27</b>

## 4.2. Содержание дисциплины

### *Раздел 1. Матрицы и определители*

Матрицы и действия над ними. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц. Транспонирование матриц. Определители и их свойства. Теорема об определителе произведения матриц. Обратная матрица. Ортогональные и унитарные матрицы, их свойства.

### *Раздел 2. Линейные пространства*

Определение и свойства линейных пространств над полем действительных и комплексных чисел. Линейная зависимость. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Методы вычисления ранга матрицы. Базис и координаты. Размерность линейного пространства. Преобразование базиса и координат. Подпространства. Линейные оболочки. Изоморфизм линейных пространств.

### ***Раздел 3. Системы линейных алгебраических уравнений***

Определение системы линейных алгебраических уравнений. Системы с квадратной невырожденной матрицей. Формулы Крамера. Системы общего вида. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса исследования и решения систем. Базис и размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений. Общее решение неоднородной системы линейных алгебраических уравнений.

### ***Раздел 4. Векторная алгебра***

Основные понятия векторной алгебры. Линейные операции над векторами в геометрической форме. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Понятие базиса векторного пространства, размерность векторного пространства. Декартов базис, координаты вектора. Проекция вектора, орт вектора, направляющие косинусы вектора. Простейшие задачи векторной алгебры. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Определение, свойства, запись в координатной форме, приложения. Условие коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов. Преобразование прямоугольной системы координат на плоскости.

### ***Раздел 5. Евклидовы и унитарные пространства***

Определение евклидова и унитарного пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированный базис. Разложение евклидова пространства на прямую сумму подпространств. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств.

### ***Раздел 6. Линейные операторы в конечномерном пространстве***

Понятие линейного оператора. Матрица линейного оператора. Действия над линейными операторами и соответствующие действия над матрицами. Обратный оператор. Инвариантное подпространство линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Сопряженный, симметричный, ортогональный операторы в евклидовом пространстве, их свойства. Линейные операторы в унитарном пространстве. Эрмитов оператор. Унитарный оператор.

### ***Раздел 7. Билинейные и квадратичные формы***

Понятие билинейной и квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа и методом ортогональных преобразований. Закон инерции квадратичных форм. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.

### ***Раздел 8. Аналитическая геометрия на плоскости***

Прямая на плоскости. Различные типы уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка. Канонические уравнения и свойства эллипса, гиперболы, параболы. Параметрические уравнения этих кривых. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы. Приведение к каноническому виду общего уравнения кривой второго порядка. Инварианты кривых второго порядка.

### ***Раздел 9. Аналитическая геометрия в пространстве***

Прямая и плоскость в пространстве. Различные типы уравнений плоскости и прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до прямой (плоскости) в пространстве. Формулы для вычисления углов между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью. Поверхности второго порядка. Канонические уравнения и свойства поверхностей второго порядка

## **5. Образовательные технологии**

Интерактивные лекции, практические занятия, групповые дискуссии анализ ситуаций и имитационных моделей, равный обучает равного, проектные семинары, экзамен.

По пройденному материалу проводится контрольная проверка, результаты которой входят в накопленную оценку модуля.

Задания в тестовой форме применяются для обучения студентов и проведения промежуточных и итогового контролей.

В ходе освоения дисциплины при проведении аудиторных занятий используются следующие образовательные технологии: в виде контактной и самостоятельной работы:

Вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; отмечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.
Практические занятия	Для успешной подготовки к практическим занятиям студенту требуется предварительная самостоятельная работа по теме планируемого занятия (проработка конспекта лекций, учебной литературы и др.). Структура практического занятия включает в себя: вступительное слово преподавателя (тема, цель занятия); вопросы студентов по материалу, который требует дополнительных разъяснений, практическая часть (решение задач, обсуждение актуальных вопросов по теме занятия, и т.п); заключительное слово преподавателя (подведение итогов); рефлексия и самоанализ процесса и результата своей деятельности.
Работа с литературой	Студент должен освоить издания из списка основной литературы к дисциплине. Следует использовать следующую научную литературу: научные статьи журналов; статьи в сборниках научных трудов; статьи в материалах научных конференций; рецензии на опубликованные монографии научные статьи. Для поиска литературы следует использовать: предметные и систематические каталоги библиотек; библиографические указатели; реферативные журналы; указатели опубликованных в журналах статей и материалов. Кроме этого, нужно использовать литературу, указываемую авторами научных работ в подстрочных сносках на страницах книг (журналов) или в помещенных в конце книги (статьи) примечаниях, списке литературы, библиографиях. Для поиска необходимой литературы следует обращаться к библиотечным ресурсам.
Контрольная работа	Контрольная работа по дисциплине выполняется каждым студентом самостоятельно. Выполнение студентом контрольной работы – составная часть учебного процесса, одна из форм текущего контроля. Для успешного выполнения контрольной работы студент должен самостоятельно осуществить проработку соответствующих тем дисциплины. Выполнение работы осуществляется поэтапно: ознакомление с заданием; письменное оформление работы; проверка вычислений. После получения проверенной контрольной работы, имеющей замечания, студент должен проанализировать свои ошибки, при необходимости обратившись за консультацией к преподавателю.

Тестирование	<p>Для успешного прохождения теста студент должен самостоятельно осуществить проработку соответствующих тем дисциплины по конспектам лекций, основной и дополнительной литературе.</p> <p>Каждый студент отвечает на вопросы теста самостоятельно.</p> <p>После получения результатов тестирования, в случае наличия неправильных ответов, студент должен проанализировать свои ошибки, при необходимости обратившись за консультацией к преподавателю.</p>
--------------	---

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых в течение аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронным и образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов в высших учебных заведениях"

Устав федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Ингушский государственный университет» приказ от 30.10.2018 №807

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

### 6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
11.	<p><b>Раздел 1. Матрицы и определители</b></p> <p>Тема 1. Матрицы и действия над ними.</p> <p>Тема 2. Линейные операции над матрицами. Тема 3. Умножение матриц.</p> <p>Тема 4. Транспонирование матриц.</p> <p>Тема 5. Определители и их свойства.</p>	Решение практических задач, для закрепления материала, который изучался на аудиторных занятиях.	Предварительная подготовка к занятиям, работа с конспектом лекций, повторная работа над учебным материалом, составление таблиц для систематизации материала, ответы на контрольные вопросы, изучение учебной литературы, решение задач по образцу и вариантных задач	О.1-3. Д.1-9.	10



	<p>Тема 6. Теорема об определителе произведения матриц.</p> <p>Тема 7. Обратная матрица.</p> <p>Тема 8. Ортогональные и унитарные матрицы, их свойства.</p>				
2.	<p><b>Раздел 2. Линейные пространства</b></p> <p>Тема 1. Определение и свойства линейных пространств над полем действительных и комплексных чисел.</p> <p>Тема 2. Линейная зависимость. Ранг матрицы. Теорема 3. Теорема о базисном миноре.</p> <p>Тема 4. Методы вычисления ранга матрицы. Тема 5. Базис и координаты.</p> <p>Тема 6. Размерность линейного пространства.</p> <p>Тема 7. Преобразование базиса и координат. Тема 8. Подпространства.</p> <p>Тема 9. Линейные оболочки.</p> <p>Тема 10. Изоморфизм линейных пространств.</p>	<p>Решение практических задач, для закрепления материала, который изучался на аудиторных занятиях.</p>	<p>Предварительная подготовка к занятиям, работа с конспектом лекций, повторная работа над учебным материалом, составление таблиц для систематизации материала, ответы на контрольные вопросы, изучение учебной литературы, решение задач по образцу и вариантных задач</p>	О.1-3. Д.1-9.	10
3.	<p><b>Раздел 3. Системы линейных алгебраических уравнений</b></p> <p>Тема 1. Определение системы линейных алгебраических уравнений.</p> <p>Тема 2. Системы с квадратной невырожденной матрицей. Формулы Крамера.</p> <p>Тема 3. Системы общего вида.</p> <p>Тема 4. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса исследования и решения систем.</p> <p>Тема 5. Базис и размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений.</p>	<p>Решение практических задач, для закрепления материала, который изучался на аудиторных занятиях.</p>	<p>Предварительная подготовка к занятиям, работа с конспектом лекций, повторная работа над учебным материалом, составление таблиц для систематизации материала, ответы на контрольные вопросы, изучение учебной литературы, решение задач по образцу и вариантных задач.</p>	О.1-3. Д.1-9.	10

	Тема 6. Общее решение неоднородной системы линейных алгебраических уравнений.				
4.	<p><b>Раздел 4. Векторная алгебра</b></p> <p>Тема 1. Основные понятия векторной алгебры.</p> <p>Тема 2. Линейные операции над векторами в геометрической форме. Тема 3. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.</p> <p>Тема 4. Понятие базиса векторного пространства, размерность векторного пространства. Тема 5. Декартов базис, координаты вектора.</p> <p>Тема 6. Проекция вектора, орт вектора, направляющие косинусы вектора.</p> <p>Тема 7. Простейшие задачи векторной алгебры.</p> <p>Тема 8. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.</p> <p>Тема 9. Определение, свойства, запись в координатной форме, приложения.</p> <p>Тема 10. Условие коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов.</p> <p>Тема 11. Преобразование прямоугольной системы координат на плоскости.</p>	Решение практических задач, для закрепления материала, который изучался на аудиторных занятиях.	Предварительная подготовка к занятиям, работа с конспектом лекций, повторная работа над учебным материалом, составление таблиц для систематизации материала, ответы на контрольные вопросы, изучение учебной литературы, решение задач по образцу и вариантных задач	О.1-3. Д.1-9.	10
5.	<p><b>Раздел 5. Евклидовы и унитарные пространства</b></p> <p>Тема 1. Определение евклидова и унитарного пространства.</p> <p>Тема 2. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированный базис.</p> <p>Тема 3. Разложение евклидова пространства на прямую сумму подпро-</p>	Решение практических задач, для закрепления материала, который изучался на аудиторных занятиях.	Предварительная подготовка к занятиям, работа с конспектом лекций, повторная работа над учебным материалом, составление таблиц для систематизации материала, ответы на контрольные вопросы, изучение учебной литературы, решение задач по образцу и вариантных задач	О.1-3. Д.1-9.	6

	<p>странств.</p> <p>Тема 4. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств.</p>				
6.	<p><b>Раздел 6. Линейные операторы в конечномерном пространстве</b></p> <p>Тема 1. Понятие линейного оператора.</p> <p>Тема 2. Матрица линейного оператора.</p> <p>Тема 3. Действия над линейными операторами и соответствующие действия над матрицами.</p> <p>Тема 4. Обратный оператор. Инвариантное подпространство линейного оператора. Тема 5. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.</p> <p>Тема 6. Сопряженный, симметричный, ортогональный операторы в евклидовом пространстве, их свойства.</p> <p>Тема 7. Линейные операторы в унитарном пространстве.</p> <p>Тема 8. Эрмитов оператор. Унитарный оператор.</p>	<p>Решение практических задач, для закрепления материала, который изучался на аудиторных занятиях.</p>	<p>Предварительная подготовка к занятиям, работа с конспектом лекций, повторная работа над учебным материалом, составление таблиц для систематизации материала, ответы на контрольные вопросы, изучение учебной литературы, решение задач по образцу и вариантных задач</p>	<p>О.1-3. Д.1-9.</p>	7
7	<p><b>Раздел 7. Билинейные и квадратичные формы</b></p> <p>Тема 1. Понятие билинейной и квадратичной формы.</p> <p>Тема 2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа и методом ортогональных преобразований. Тема 3. Закон инерции квадратичных форм. Тема 4. Классификация квадратичных форм.</p> <p>Тема 5. Критерий Сильвестра.</p>	<p>Решение практических задач, для закрепления материала, который изучался на аудиторных занятиях.</p>	<p>Предварительная подготовка к занятиям, работа с конспектом лекций, повторная работа над учебным материалом, составление таблиц для систематизации материала, ответы на контрольные вопросы, изучение учебной литературы, решение задач по образцу и вариантных задач</p>	<p>О.1-3. Д.1-9.</p>	6
8	<p><b>Раздел 8. Аналитическая геометрия на плоскости</b></p>	<p>Решение практических задач, для</p>	<p>Предварительная подготовка к занятиям, работа с конспектом лекций, повторная работа</p>	<p>О.1-3. Д.1-9.</p>	6

	<p>Тема 1. Прямая на плоскости.</p> <p>Тема 2. Различные типы уравнений прямой на плоскости.</p> <p>Тема 3. Взаимное расположение прямых на плоскости.</p> <p>Тема 4. Расстояние от точки до прямой.</p> <p>Тема 5. Кривые второго порядка.</p> <p>Тема 6. Канонические уравнения и свойства эллипса, гиперболы, параболы.</p> <p>Тема 7. Параметрические уравнения этих кривых.</p> <p>Тема 8. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы.</p> <p>Тема 9. Приведение к каноническому виду общего уравнения кривой второго порядка.</p> <p>Тема 10. Инварианты кривых второго порядка.</p>	<p>закрепления материала, который изучался на аудиторных занятиях.</p>	<p>над учебным материалом, составление таблиц для систематизации материала, ответы на контрольные вопросы, изучение учебной литературы, решение задач по образцу и вариантных задач</p>		
9	<p><b>Раздел 9. Аналитическая геометрия в пространстве</b></p> <p>Тема 1. Прямая и плоскость в пространстве.</p> <p>Тема 2. Различные типы уравнений плоскости и прямой в пространстве.</p> <p>Тема 3. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.</p> <p>Тема 4. Расстояние от точки до прямой (плоскости) в пространстве.</p> <p>Тема 5. Формулы для вычисления углов между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.</p> <p>Тема 6. Поверхности второго порядка.</p> <p>Тема 7. Канонические уравнения и свойства поверхностей второго порядка</p>	<p>Решение практических задач, для закрепления материала, который изучался на аудиторных занятиях.</p>	<p>Предварительная подготовка к занятиям, работа с конспектом лекций, повторная работа над учебным материалом, составление таблиц для систематизации материала, ответы на контрольные вопросы, изучение учебной литературы, решение задач по образцу и вариантных задач</p>	<p>О.1-3. Д.1-9.</p>	6

## **6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов**

Самостоятельная работа является одним из видов учебной деятельности обучающихся, способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине осуществляется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия.

Виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы, их характер, учитывать специфику изучаемой учебной дисциплины, индивидуальные особенности обучающегося.

Контроль самостоятельной работы и оценка ее результатов организуется как единство двух форм:

- 1.самоконтроль и самооценка обучающегося;
- 2.контроль и оценка со стороны преподавателя.

### **Организация и руководство аудиторной самостоятельной работы**

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Основными видами аудиторной работы самостоятельной работы являются:

- выполнение лабораторных и практических работ осуществляется на лабораторных и практических занятиях в соответствии с графиком учебного процесса. Для обеспечения самостоятельной работы преподавателями разрабатываются методические указания по выполнению лабораторной /практической работы.

Работа с литературой, другими источниками информации, в т.ч. электронными, может реализовываться на семинарских и практических занятиях. Данные источники информации могут быть представлены на бумажном и/или электронном носителях, в том числе, в сети Интернет.

Преподаватель формулирует цель работы с данным источником информации, определяет время на проработку документа и форму отчетности.

Само и взаимопроверка выполненных заданий чаще всего используется на семинарском, практическом и других видах занятий. Проблемная /ситуационная задача должна иметь четкую формулировку, к ней должны быть поставлены вопросы, ответы на которые необходимо найти и обосновать. Критерии оценки правильности решения проблемной/ситуационной задачи должны быть известны всем обучающимся.

### **Организация и руководство внеаудиторной работы**

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

При предъявлении видов заданий на внеаудиторную самостоятельную работу рекомендуется использовать дифференцированный подход к уровню подготовленности обучающегося. Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель проводит консультацию с определением цели задания, его содержания, сроков выполнения, ориентировочного объема работы, основных требований к результатам работы, критериев оценки, форм контроля и перечня литературы. В процессе консультации преподаватель предупреждает о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания.

Для методического обеспечения и руководства самостоятельной работой в образовательном учреждении разрабатываются учебные пособия, методические рекомендации по самостоятельной подготовке к различным видам занятий с учетом специальности учебной дисциплины, особенностей контингента студентов, объема и содержания самостоятельной работы, форм контроля и т.п.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня подготовленности обучающихся.

Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть:

- для овладения знаниями: чтения текста; составления плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочниками; учебно-исследовательская работа; использование аудио и видеозаписей, компьютерной техники и Интернет ресурсов и др.;

- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции; повторная работа над учебным материалом; составление плана, тезисов ответа; составление таблиц, ребусов, кроссвордов, глоссария для систематизации учебного материала; изучение словарей, справочников; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста; подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции; подготовка рефератов, докладов; составление биографий, заданий в тестовой форме и др.

- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; составление схем; решение ситуационных производственных задач; подготовка к деловым и ролевым играм; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности, подготовка презентаций, творческих проектов; подготовка курсовых и выпускных работ; опытно-экспериментальная работа; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности и др.

Для обеспечения внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине преподавателем разрабатывается перечень заданий для самостоятельной работы, который необходим для эффективного управления данным видом учебной деятельности обучающихся.

Преподаватель осуществляет управление самостоятельной работой, регулирует ее объем на одно учебное занятие и осуществляет контроль выполнения всеми студентами группы. Для удобства преподаватель может вести ведомость учета выполнения минимума заданий, необходимые для допуска к итоговой аттестации по дисциплине.

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Студент самостоятельно определяет режим своей внеаудиторной работы и меру труда, затрачиваемого на овладение знаниями и умениями по каждой дисциплине, выполняет внеаудиторную работу по индивидуальному плану, в зависимости от собственной подготовки, бюджета времени и других условий.

Ежедневно студент должен уделять выполнению внеаудиторной самостоятельной работы в среднем не менее 3 часов.

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультацией с целью уточнения задания, формы контроля выполненного задания.

### **6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов**

#### **6.3.1. Контроль освоения компетенций**

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине(модулю) «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных междусобой разделов, тем.

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Контроль усвоения теоретического материала – контрольная работа, тесты по разделам дисциплины, письменные вопросы по экзаменационным вопросам	Раздел 1. Аналитическая геометрия	УК-1, ОПК-1
2	Контроль усвоения теоретического материала – контрольная работа, тесты по разделам дисциплины, письменные ответы на экзаменационные вопросы	Раздел 2. Линейная алгебра	УК-1, ОПК-1

### 6.3.2. Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
<b>«Отлично»</b>	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
<b>«Хорошо»</b>	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
<b>«Удовлетворительно»</b>	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
<b>«Неудовлетворительно»</b>	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

В соответствии с требованиями ФГОС ВО для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений планируемым результатам обучения по дисциплине созданы фонды оценочных средств.

### 6.3.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

#### Примерные варианты контрольной работы

##### Вариант -1.

##### 1. Решить систему линейных уравнений:

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 2x - y = 0 \\ -x + y + z = 0 \end{cases}$$

##### 2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 2x & -2 \\ 7 & x \end{vmatrix} > 5.$$

##### 3. Вычислить определитель:

- а) по определению;
- б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

##### 4. Найти $f(A)$ , если заданы $f(x)$ и $A$ .

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 5 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

##### 5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

##### 6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -8 & -13 & -14 & -3 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 10 & 8 & 12 & 6 \\ 1 & 0 & 5 & 6 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

##### 7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B + 2 \cdot C^T = 3 \cdot x$$



## Вариант -2.

### 1. Решить систему линейных уравнений:

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1 \\ x - 2y + 4z = 3 \\ 3x - y + 5z = 2 \end{cases}$$

### 2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0.$$

### 3. Вычислить определитель:

- а) по определению;
- б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

### 4. Найти $f(A)$ , если заданы $f(x)$ и $A$ .

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 9 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

### 5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

### 6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 5 & 5 \\ 3 & 5 & 6 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

### 7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D^2 - 3 \cdot A \cdot C = 2 \cdot x^T.$$

## Вариант -3.

### 1. Решить систему линейных уравнений:

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases}$$

**2. Решить уравнение (неравенства):**

$$\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

**3. Вычислить определитель:**

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 17 & -7 \\ -1 & 13 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

**4. Найти  $f(A)$ , если заданы  $f(x)$  и  $A$ .**

$$f(x) = 7x^2 + 9x - 4 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

**5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц  $A$ :**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$$

**6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & 2 & 8 \\ -1 & 0 & -4 & -1 \\ -2 & -4 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

**7. Решить матричное уравнение:**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B \cdot E)^2 + C \cdot A = 4 \cdot x^T$$

**Вариант -4.****1. Решить систему линейных уравнений:**

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -3x + y + 2z = 0 \\ x + 4y + 3z = 2 \end{cases}$$

**2. Решить уравнение (неравенства):**

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1.$$

**3. Вычислить определитель:**

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 16 \\ 0 & -1 & 10 \end{vmatrix}$$

4. Найти  $f(A)$ , если заданы  $f(x)$  и  $A$ .

$$f(x) = 3x^2 + 3x - 7 \quad \text{и} \quad A = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -3 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C \cdot A - 2 \cdot B^T = \frac{1}{3} \cdot x.$$

### Вариант -5.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ x - y + z = b \\ x + y - z = c \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Найти  $f(A)$ , если заданы  $f(x)$  и  $A$ .

$$f(x) = -x^2 - 2x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

**5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A:**

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 5 \\ 5 & 7 & -11 \\ 6 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

**6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.**

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

**7. Решить матричное уравнение:**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B \cdot C)^T + 2 \cdot A = \frac{1}{2} \cdot x$$

**Вариант -6.**

**1. Решить систему линейных уравнений:**

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

**2. Решить уравнение (неравенства):**

$$\begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 0 & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix} < 1.$$

**3. Вычислить определитель:**

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} ax & a^2 + x^2 & 1 \\ ay & a^2 + y^2 & 1 \\ az & a^2 + z^2 & 1 \end{vmatrix}$$

**4. Найти f(A), если заданы f(x) и A.**

$$f(x) = -3x^2 - 3x + 7 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

**5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A:**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4 \cdot (D \cdot A)^T + C = 4 \cdot x$$

### Вариант -7

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - 4y + 9z = 28 \\ 7x + 3y - 6z = -1 \\ 7x + 9y - 9z = 5 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & x-1 \end{vmatrix} > 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} m+a & m-a & a \\ m+a & 2n-a & a \\ a & -a & a \end{vmatrix}$$

4. Найти  $f(A)$ , если заданы  $f(x)$  и  $A$ .

$$f(x) = 9x^2 + 2x + 10 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & -7 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$$

**7. Решить матричное уравнение:**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot B^2 + A^T \cdot C^T = E \cdot x$$

### Вариант -8.

**1. Решить систему линейных уравнений:**

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - 3y + 2z = 2 \\ 3xy + z = 8 \end{cases}$$

**2. Решить уравнение (неравенства):**

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 2x \\ 8 & 10 & -1 \\ 2 & -6 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

**3. Вычислить определитель:**

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

**4. Найти  $f(A)$ , если заданы  $f(x)$  и  $A$ .**

$$f(x) = -7x^2 - 7x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

**5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц  $A$ :**

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

**6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$

**7. Решить матричное уравнение:**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A^T - 3 \cdot C = 5 \cdot x$$

### Вариант -9.

#### 1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x - y + z = a \\ x + y - z = b \\ -x + y + z = c \end{cases}$$

#### 2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 3-x & 2 & -8 \\ 6 & -1 & -x \\ 5 & 1 & x+2 \end{vmatrix} = 10.$$

#### 3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 12 & 6 & -4 \\ 6 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}$$

#### 4. Найти $f(A)$ , если заданы $f(x)$ и $A$ .

$$f(x) = -9x^2 + 5x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -7 \end{pmatrix}$$

#### 5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

#### 6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

#### 7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(A \cdot B)^T - 3 \cdot C = x$$

### Вариант -10.

**1. Решить систему линейных уравнений:**

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$$

**2. Решить уравнение (неравенства):**

$$\begin{vmatrix} 4 & x+4 & -1 \\ 2 & 4 & 6 \\ 10 & -9 & x+2 \end{vmatrix} > -3.$$

**3. Вычислить определитель:**

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix}$$

**4. Найти  $f(A)$ , если заданы  $f(x)$  и  $A$ .**

$$f(x) = -8x^2 - 7x + 3 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

**5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц  $A$ :**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

**6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**7. Решить матричное уравнение:**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B - E)^T = C \cdot A + 2 \cdot x$$

**Вопросы к экзамену:****Экзаменационные вопросы по аналитической геометрии и линейной алгебре**

1. Метод Гаусса (метод исключения неизвестных). Все случаи. Общее решение системы. Частное решение. Примеры.
2. Системы линейных однородных уравнений. Нулевое решение (тривиальное решение). Линейная комбинация однородных решений и их свойства. Теорема 1. Доказательство.
3. Фундаментальная система решений. Теорема 2. Пример.



4. Теорема 3. Доказательство.
5. Определение вектора. Основные отношения на множестве векторов.
6. Линейные операции на множестве векторов. Критерий коллинеарности векторов. Правилотреугольника. Правило параллелограмма.
7. Свойства линейных операций над векторами.
8. Понятие линейного пространства. Определение и примеры.
9. Теорема. Доказательство.
10. Подпространства линейных пространств. Определение. Теорема( критерий подпространства).
11. Примеры линейных подпространств.
12. Понятие линейной зависимости и независимости. Определение. Теорема( необходимое и достаточное условие линейной зависимости). Доказательство. Примеры линейно зависимых и независимых векторов.
13. Базис. Определение. Теорема ( без док-ва). Размерность линейного пространства. Примеры базисов.
14. Теорема о базисе. Доказательство. Замечание.
15. Координаты вектора. Примеры координат вектора. Ось. Векторная и ортогональная проекции.
16. Теорема о декартовом прямоугольном базисе. Доказательство.
17. Теорема о координатах суммы векторов и произведения вектора на число в заданном базисе. Доказательство.
18. Теорема (критерий коллинеарности свободных векторов). Доказательство.
19. Теорема (о координатах вектора в разных базисах линейного пространства). Матрица перехода.
20. Простейшие задачи векторной алгебры.
21. Нелинейные операции на множестве векторов. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения векторов. Доказательства.
22. Векторное произведение векторов. Свойства векторного произведения векторов. Доказательства.
23. Смешанное произведение векторов. Свойства смешанного произведения векторов. Доказательства.
24. Линейные операторы. Определение. Примеры линейных операторов.
25. Линейные операторы конечномерных пространств. Примеры матриц линейных операторов.
26. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
27. Диагонализируемость линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы.
28. Нахождение собственных значений и собственных векторов линейного пространства. Пример. Что такое определитель? При каких преобразованиях величина определителя не меняется?
29. В каких случаях определитель равен нулю? Что следует из равенства определителя нулю?
30. Дайте определение минора и алгебраического дополнения элемента определителя. Сформулируйте правило вычисления определителя.
31. Как осуществляются линейные операции над матрицами?
32. Как перемножаются две матрицы? Свойства произведения матриц.
33. Какова схема нахождения обратной матрицы?
34. Дайте определения решения системы линейных алгебраических уравнений. Расшифруйте понятия «совместная», «несовместная», «определённая», «неопределённая» системы.
35. Напишите формулы Крамера. В каком случае они применимы?
36. Что называется рангом матрицы? Как он находится?

37. Сформулируйте теорему Кронекера – Капелли.
38. При каких условиях система линейных алгебраических уравнений имеет множество решений? Когда она имеет единственное решение?
39. Опишите метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
40. Какие неизвестные называются свободными, а какие базисными?
41. Какие особенности решения однородных систем линейных алгебраических уравнений Вы знаете?
42. Как строится фундаментальная система решений?
43. Как выполняются линейные операции над векторами? Каковы свойства этих операций?
44. Какие вектора называются линейно зависимыми, а какие линейно независимыми?
45. Что такое базис? Какие вектора образуют базис на плоскости и в пространстве?
46. Какой базис называют декартовым?
47. Что такое координаты вектора?
48. Что называется скалярным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
49. Что называется векторным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
50. Что называется смешанным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
51. Запишите в векторной и координатной формах условия коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов.
52. Прямая линия на плоскости, её общее уравнение
53. Дайте понятие нормального и направляющего векторов прямой на плоскости, углового коэффициента.
54. Запишите различные виды прямой и укажите геометрический смысл параметров уравнения.
55. Запишите условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости в случае различных видов уравнений прямых.
56. Как найти точку пересечения прямых на плоскости?
57. Как вычисляется расстояние от точки до прямой на плоскости?
58. Дайте определение эллипса и запишите его каноническое уравнение.
59. Дайте определение гиперболы и запишите её каноническое уравнение
60. Дайте определение параболы и запишите её каноническое уравнение
61. Изложите схему приведения общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
62. Дайте понятие полярной системы координат.
63. Опишите параметрический способ построения линий на плоскости
64. Плоскость, её общее уравнение
65. Как определяется взаимное расположение плоскостей? Запишите условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
66. Как вычисляется расстояние от точки до плоскости?
67. Запишите различные виды уравнений прямой в пространстве и поясните смысл параметров, входящих в уравнения.
68. Изложите схему приведения общих уравнений прямой к каноническому виду.
69. Как определить взаимное расположение прямых в пространстве?
70. Как вычисляется расстояние от точки до прямой в пространстве?
71. Как определить взаимное расположение прямой и плоскости?
72. Как ищется точка пересечения прямой и плоскости?
73. Назовите поверхности второго порядка и напишите их канонические уравнения.

## 7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине \_\_«Аналитическая геометрия и линейная алгебра» включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов. Компьютерный класс.

### 7.1. Учебная литература:

#### а) основная литература:

1. Умнов А.Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Учебное пособие. М.:МФИ. 2009. -469с.
2. Ким Г.Д., Кричков Л.В. Алгебра и аналитическая геометрия: Теоремы и задачи. Том 1. М.: Планета, 2007. 367с.
3. Смирнов Ю.М. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Лотос, 2005. -372с.
4. Александров А.В. Аналитическая геометрия. М.: 2001. 789с.
5. Лабарский М.Г. Векторная алгебра и ее приложения. Web, 2010г.- 166 с.
6. Просватов Г.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия:

#### б) дополнительная литература:

1. Бурбаки Н. М.: « Алгебра» М., Наука, 1966
2. Винберг Э.Б. Курс алгебры. М.: Факториал, 1999
3. Виноградов И. М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1976
4. Кострикин А. И. Введение в алгебру. М.: Физматлит, 2000 (ч. 1, 2, 3).
5. Кострикин А. И. Сборник задач по алгебре. М.: Физматлит, 2001.
6. Куликов Л. Я. и др. Сборник задач по алгебре и теории чисел. - М.: 1993.
7. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры. М.: Наука, 1970.
8. Феферман С.Ф. Числовые системы. М.: Наука, 1971

### 7.2. Интернет-ресурсы

Название ресурса	Ссылка/доступ
Электронная библиотека онлайн «Единое окно Образовательным ресурсам»	<a href="http://window.edu.ru">http://window.edu.ru</a>
«Образовательный ресурс России»	<a href="http://school-collection.edu.ru">http://school-collection.edu.ru</a>
Федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ, ГИА	<a href="http://www.edu.ru">http://www.edu.ru</a> –
Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР)	<a href="http://fcior.edu.ru">http://fcior.edu.ru</a> –
ЭБС "КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА". Электронная библиотека технического вуза	<a href="http://polpred.com/news">http://polpred.com/news</a>
Издательство «Лань». Электронно-библиотечная система	<a href="http://www.studentlibrary.ru">http://www.studentlibrary.ru</a> –
Издательство «Лань». Электронно-библиотечная система	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a> –

Еженедельник науки и образования Юга России «Академия»	<a href="http://old.rsue.ru/Academy/Archives/Index.htm">http://old.rsue.ru/Academy/Archives/Index.htm</a>
Научная электронная библиотека «e-Library»	<a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
Электронно-библиотечная система IPR books	<a href="http://www.iprbookshop.ru">http://www.iprbookshop.ru</a>
Электронно-справочная система документов в сфере образования «Информιο»	<a href="http://www.informio.ru">http://www.informio.ru</a>
Информационно-правовая система «Консультант-плюс»	Сетевая версия, доступна со всех компьютеров в корпоративной сети ИнГУ
Информационно-правовая система «Гарант»	Сетевая версия, доступна со всех компьютеров в корпоративной сети ИнГУ

### 7.3. Программное обеспечение

Для проведения лекционных и лабораторных занятий рекомендуется использовать программное обеспечение: операционная система ОС Windows 7 и выше, пакет Microsoft Office 2010 и выше, обслуживающие программы и среды разработки программ по выбору преподавателей.

### 7.4. Материально-техническое обеспечение

Материально-техническое обеспечение учебного процесса по дисциплине определено нормативными требованиями, регламентируемыми приказом Министерства образования и науки РФ № 986 от 4 октября 2010 г. «Об утверждении федеральных требований к образовательным учреждениям в части минимальной оснащенности учебного процесса и оборудования учебных помещений», Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки.

Для проведения всех видов учебных занятий по дисциплине и обеспечения интерактивных методов обучения, необходимы столы, стулья (на группу по количеству посадочных мест с возможностью расстановки для круглых столов, дискуссий, прочее); доска интерактивная с рабочим местом (мультимедийный проектор с экраном и рабочим местом); желателен доступ в информационно-коммуникационную сеть «Интернет».

В соответствии с требованиями ФГОС ВО при реализации настоящей дисциплины ОПОП ВО необходимо также учитывать образовательные потребности обучающихся с ограниченными возможностями здоровья, обеспечивать условия для их эффективной реализации, а также возможности беспрепятственного доступа обучающихся с ограниченными возможностями здоровья к объектам инфраструктуры образовательного учреждения.

Рабочая программа дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от « 07 » августа 2020 г. N 891.

Программу составила: доцент кафедры «Математический анализ» М. М. Албогачиева

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический анализ»  
Протокол № 10 от «20» июня 2023 года

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедрой Нальгиевой М. А.

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического факультета  
Протокол № 10 от «23» июня 2023 года  
Председатель Учебно-методического совета факультета \_\_\_\_\_ /Нальгиева М. А.

**Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений**

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой