МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

____________ Батыгов З.О.

«25» 05 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Функциональный анализ

Направление подготовки 01.03.01 *Математика*

Программа *академического бакалавриата*

Квалификация выпускника: *бакалавр*

Форма обучения: *очная*

Факультет: *физико-математический*

Кафедра: *математического анализа*

МАГАС 2018 г.

Составители рабочей программы

Доцент кафедры мат.анализа, к.ф-м.н. ______ Кодзоева Ф.Дж.

(должность, уч.степень, звание) (подпись) (Ф. И. О.)

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры мат.анализа

Протокол заседания № 8 от «24» 04 2018 г.

Заведующий кафедрой

__________ /Танкиев И.А./

(подпись) (Ф. И. О.)

Рабочая программа одобрена учебно-методическим советом физико-математического факультета.

Протокол заседания № 9 от «30» 04 2018 г.

Председатель учебно-методического совета

__________ /Танкиев И.А./

(подпись) (Ф. И. О.)

Рабочая программа рассмотрена учебно-методическим советом Ингушского Государственного Университета.

Протокол заседания № 9 от «04» 05 2018 г.

Председатель учебно-методического совета ИнгГУ

__________ /Хашагульгов Ш.Б./

(подпись) (Ф. И. О.)

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины « Функциональный анализ» являются:

- изучение структуры множества суммируемых функций;

- построение теории интеграла Лебега и изучение его свойств;

-изучение метрических и топологических пространств;

- изучение банаховых пространств;

- применение результатов функционального анализа к исследованию интегральных уравнений;

- выявление существующей связи между собой ряда теорем

классического математического анализа, отобразив их на основные принципы функционального анализа;

- изучение основ теории обобщенных функций.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина является одной из основных дисциплин базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла учебного плана подготовки бакалавра по направлению 01.03.01. «Математика». ДисциплинаБ1.Б.13 «Функциональный анализ» является логическим продолжением курса математического анализа и действительного анализа. Для ее изучения необходимы базовые знания курсов математического анализа, аналитической геометрии и алгебры. Данная дисциплина является предшествующей для изучения следующих дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Основания геометрии».

Таблица 2.1.

Связь дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» с предшествующими дисциплинами и сроки их изучения

Код дисциплины	Дисциплины, предшествующие дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения»	Семестр
Б1.Б.17	Математический анализ	1,2,3,4
Б1.В.ОД.7	Действительный анализ	4

Таблица 2.2.

Связь дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» с последующими дисциплинами и сроки их изучения

Код дисциплины	Дисциплины, следующие за дисциплиной «Функциональный анализ и интегральные уравнения»	Семестр
Б1.В.ДВ.6	Основания геометрии	8

Таблица 2.3.

Связь дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» со смежными дисциплинами

Код дисциплины	Дисциплины, смежные с дисциплиной «**Функциональный анализ и интегральные уравнения**»	Семестр
Б1.Б.15	Теория вероятностей и случайные процессы	5,6

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ. ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАЗОВАНИЯ И КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ЗАВЕРШЕНИИ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций:

ПК-2- способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики;

ПК-3- способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата,

ОПК-3 **-:** способность к самостоятельной научно-исследовательской работе

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

знать:

цели и задачи научных исследований по направлению деятельности, базовые принципы и методы их организации; основные источники научной информации и требования к представлению информационных материалов (ОПК-3);

способы определения видов и типов профессиональных задач, структурирования задач различных групп (ПК-2);

формулировки известных утверждений, следствий из них (ПК-3);

уметь:

составлять общий план работы по заданной теме, предлагать методы исследования и способы обработки результатов, проводить исследования по согласованному с руководителем плану, представлять полученные результаты (ОПК-3);

выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов задач, встречающихся в математике (ПК-2);

пользоваться отработанными и малоизвестными методами анализа (ПК-3);

владеть/быть в состоянии продемонстрировать:

систематическими знаниями по направлению деятельности; углубленными знаниями по выбранной направленности подготовки, базовыми навыками проведения научно-исследовательских работ по предложенной теме (ОПК-3);

возможности современных научных методов на уровне, необходимом для постановки и решения задач, имеющих естественно-научное содержание (ПК-2);

методики доказательств, требующими абстрактного мышления и комплексного подхода (ПК-3) .

Таблица 3.1.

Матрица связи компетенций, формируемых на основе изучения дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения», с временными этапами освоения ее содержания

Коды компетенций (ФГОС)	Компетенция	Семестр и неделя изучения
ПК-2	Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	6,7
ПК-3	Способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	5, 6, 7
ОПК-3	Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе	7

Согласно уровням квалификаций, утвержденным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 12 апреля 2013г. № 148-нз, подготовка выпускника академического бакалавриата по направлению «Математика» соответствует 6-му уровню квалификации. Показатели уровня квалификации при профессиональной деятельности представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.2.

Обобщенные требования к 6-му уровню квалификации выпускника академического бакалавриата по направлению 01.03.01 «Математика»

Уровень	Показатели 6-го уровня квалификации		
	Полномочия и ответственность	Характер умений	Характер знаний
6-й уровень	Самостоятельная деятельность, предполагающая определение задач собственной работы и/или подчиненных по достижению цели. Обеспечение взаимодействия сотрудников и смежных подразделений. Ответственность за результат выполнения работ на уровне подразделения или организации	Разработка, внедрение, контроль, оценка и корректировка направлений профессиональной деятельности, технологических или методических решений	Применение профессиональных знаний технологического или методического характера, в том числе инновационных. Самостоятельный поиск, анализ и оценка профессиональной информации

Эти обобщенные требования можно детализировать в совокупности квалификационных требований, разбитых в соответствии с различными уровнями ее проявления (табл.3.3.-3.5).

Таблица 3.3.

Уровни проявления компетенции ПК-2, формируемой при изучении дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» в форме признаков профессиональной деятельности

Квалификационное требование (признак профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенции на разных уровнях
Способность использовать в своей работе прогрессивные идеи, формы и методы математики	Высокий уровень компетентности	Способностьиспользовать математические методы в постановке естественно-научных задач
	Базовый уровень компетентности	Способность сопоставлять методы описания и формулирования естественно-научных задач
	Минимальный уровень компетентности	Способность систематизировать имеющиеся методы постановки естественно-научных зада

Таблица 3.4

Уровни проявления компетенции ПК-3, формируемой при изучении дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» в форме признаков профессиональной деятельности

Квалификационное требование (признак профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенции на разных уровнях
Способность формулировать, доказывать, детально обосновывать математические утверждения	Высокий уровень компетентности	Способность пользоваться методиками доказательств, требующими абстрактного мышления и комплексного подхода
	Базовый уровень компетентности	Владение различными методами доказательств утверждений и доказательств
	Минимальный уровень компетентности	Способность доказывать утверждения, требующие отработанных навыков и умений

Таблица 3.5

Уровни проявления компетенции ОПК-3, формируемой при изучении дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» в форме признаков профессиональной деятельности

Квалификационное требование (признак профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенции на разных уровнях
Способность переходить от усвоения готовых знаний к овладению методами получения новых знаний	Высокий уровень компетентности	Способность пользоваться систематическими знаниями по направлению деятельности; углубленными знаниями по выбранной направленности подготовки, базовыми навыками проведения научно-исследовательских работ по предложенной теме.
	Базовый уровень компетентности	Способность составлять общий план работы по заданной теме, предлагать методы исследования и способы обработки результатов, проводить исследования по согласованному с руководителем плану, представлять полученные результаты
	Минимальный уровень компетентности	Знать цели и задачи научных исследований по направлению деятельности, базовые принципы и методы их организации; основные источники научной информации и требования к

		представлению информационных материалов

Описание задач освоения дисциплины,

соотнесенных с планируемыми целями освоения образовательной программы в форме признаков проявления компетенций

Таблица 3.6.

Признаки профессиональной деятельности, уровни проявления и знаниевая база в привязке к компетенции ПК-2, формирующейся при изучении дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения»

Квалификационные требования (признаки профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенций	Знать	Уметь	Владеть
Способность применять математические знания в решении естественно-научных и задач	Высокий уровень компетент-ности	Способностьиспользовать математические методы в постановке естественно-научных задач	Знает основной круг проблем, встречающихся в математике , и основные способы (методы) их решения	Умеет выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов задач, встречающихся в математике	Владеет возможностями современных научных методов на уровне, необходимом для постановки и решения задач, имеющих естественно-научное содержание
	Базовый уровень компетентности	Способность сопоставлять методы описания и формулирова	Знает основной круг проблем, встречающ	Умеет находить методы решения основных	Владеет методами выявления, отбора и объединения

		ния естественно-научных задач	ихся в математике	типов задач, встречающихся в математике	фрагментов математического знания, принадлежащего к качественно различным научным дисциплинам для постановки задачи
	Минимальный уровень компетентности	Способность систематизировать имеющиеся методы постановки естественно-научных задач	Знает классические задачи математики	Умеет формулировать классические задачи математики	Владеет и адекватно использует терминологию разных областей знаний

Таблица 3.7

Признаки профессиональной деятельности, уровни проявления и знаниевая база в привязке к компетенции ПК-3, формирующейся при изучении дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения»

Квалификационные требования (признаки профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенций	Знать	Уметь	Владеть
	Высокий уровень компетентности	Способность формулировать, доказывать, детально обосновывать математические утверждения	Знать утверждения, находящиеся в широком диапазоне, требующие оригинальности анализа	Уметь пользоваться отработанными и малоизвестными методами анализа	Владеть методиками доказательств, требующим и абстрактного мышления и комплексного подхода

	Базовый уровень компетентности	Способность известными методами доказывать и пояснять математические утверждения	Знать формулировки известных утверждений, следствий из них.	Уметь доказывать утверждения, требующие отработанных навыков и умений	Уметь доказывать утверждения, требующие отработанных навыков и умений
	Минимальный уровень компетентности	Способность понять и воспроизвести математическое доказательство	Знать формулировки утверждений, быть в состоянии сформулировать известный результат	Уметь доказывать утверждения, требующие отработанных навыков и умений	Владеть основными методами доказательств теорем и утверждений

Таблица 3.8

Признаки профессиональной деятельности, уровни проявления и знаниевая база в привязке к компетенции ОПК-3, формирующейся при изучении дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения»

Квалификационные требования (признаки профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенций	Знать	Уметь	Владеть
Способность переходить от усвоения готовых знаний к овладению методами получения новых знаний	Высокий уровень компетент-ности	Способность пользоваться систематическими знаниями по направлению деятельности ,углубленными знаниями по выбранной направленно	Знать основные методы и способы поиска и систематизации информации	Уметь выбирать и применять в профессиональной деятельности экспериментальные и расчетно-теоретичес	Владеть навыками представления и продвижения результатов интеллектуальной деятельности

		сти подготовки, базовыми навыками проведения научно-исследовательских работ по предложенной теме.		кие методы исследования	
	Базовый уровень компетентности	Способность составлять общий план работы по заданной теме, предлагать методы исследования и способы обработки результатов	Знать современные способы использования информационно-коммуникационных технологий в выбранной сфере деятельности	Уметь применять в профессиональной деятельности известные методы исследования	Владеть навыками планирования научного исследования, анализа получаемых результатов и формулировки выводов
	Минимальный уровень компетентности	Способность видеть цели и задачи научных исследований по направлению деятельности, базовые принципы и методы их организации; основные источники научной информации и требования к представлению информационных	Знатьбазовые принципы и методы организации научных исследований	Уметь выбирать и экспериментальные и расчетно-теоретические методы исследования	Владеть навыками поиска (в том числе с использованием информационных систем и баз банных) и критического анализа информации и по тематике проводимых исследований

		материалов			

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

В этом разделе приводится объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся. Эти обобщенные данные по объему учебной дисциплины приводятся в форме табл..4.1. В ней указывается полная трудоемкость дисциплины в зачетных единицах (з.е.) и распределение трудоемкости по видам учебной работы и семестрам в академических часах.

Таблица 4.1.

Объем дисциплины и виды учебной работы

	Всего	Порядковый номер семестра			
		5	6	7	
Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:	13	4	5	4	
Курсовой проект (работа)	Не предусмотрено				
Аудиторные занятия всего (в акад.часах), в том числе:	218	78	78	62	
Лекции	106	38	38	30	
Практические занятия, семинары	106	38	38	30	
Лабораторные работы	Не предусмот				

	рено				
Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	2	2	2	
Самостоятельная работа всего (в акад.часах), в том числе:	178	66	66	46	
Вид итоговой аттестации:					
Зачет/дифф.зачет	Не предусмотрено				
Экзамен			36	36	
Общая трудоемкость дисциплины	468	144	180	144	

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ) С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ИЛИ АСТРОНОМИЧЕКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ

Раздел 1.

Возникновение функционального анализа как самостоятельного раздела математики.Современное развитие функционального анализа и его связь с другими областями математики.

Раздел 2.

Метрические и топологические пространства: множества, алгебра множеств. Счетные множества и множества мощности континуум. Метрические пространства. Открытые и замкнутые множества Компактные множества в метрических пространствах. Критерий Хаусдорфа. Полнота и пополнение.Теорема о стягивающихся шарах. Принцип сжимающих отображений. Топологические пространства.

Раздел 3.

Мера и интеграл Лебега: Построение меры Лебега на прямой. Общее понятие аддитивной меры. Лебеговское продолжение меры. Измеримые функции и их свойства. Определение интеграла Лебега. Класс суммируемых функций. Предельный переход под знаком интеграла. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана. Интеграл Стилтьеса. Теорема Радона-Никодима. Прямое произведение мер и теорема Фубини. Пространства L1, Lp (p>1). Неравенства Гельдера и Минковского.

Раздел 4.

Банаховы пространства: Определение линейного нормированного пространства. Банаховы пространства. Сопряженное пространство, его полнота. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала. Общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах. Линейные операторы, норма оператора. Сопряженный оператор, обратный оператор, спектр и резольвента. Теорема Банаха об обратном операторе. Компактные операторы. Компактность интегральных операторов. Понятие об индексе. Теорема Фредгольма. Примеры использования теоремы Фредгольма.

Раздел 5.

Гильбертовы пространства: Скалярное произведение. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Ортогональные системы. Неравенство Бесселя. Базисы и гильбертова размерность. Теорема об изоморфизме. Ортогональное дополнение. Общий вид линейного функционала. 40. Самосопряженные и унитарные операторы. Ортопроекторы. Теорема Гильберта о компактных эрмитовых операторах. Функциональное исчисление. Приведение оператора к виду умножения на функцию. Спектральная теорема. Неограниченные самосопряженные операторы. Примеры.

Раздел 6.

Линейные топологические пространства и обобщенные функции: Полинормированные пространства. Функционал Минковского. Нормируемость и метризуемость. Топологии в сопряженном пространстве. Слабая компактность в сопряженном пространстве. Основные пространства гладких функций. Пространства обобщенных функций. Операции над обобщенными функциями. Преобразование Фурье.

Раздел 7.

Элементы линейного анализа. Слабый и сильный дифференциал нелинейного функционала. Экстремум функционала. Классические задачи вариационного исчисления. Вторая вариация. Условия Лежандра и Якоби.

Таблица 4.2.

Распределение учебных часов

по темам и видам учебных занятий (общая трудоемкость учебной дисциплины — 13 зачетных единиц)

Семестр 5

№п/п	Тема лекции, основное содержание	Количество часов		
		Лекционные занятия	Практические занятия	Деловые и ролевые игры, компьютерные симуляции, тренинги
1	Возникновение функционального анализа как самостоятельного раздела математики	2	0	0
2	Современное развитие функционального анализа и его связь с другими областями математики	2	0	0
3	Множества, алгебра множеств. Счетные множества и множества мощности континуум.	2	6	0
4	Метрические пространства	2	2	0
5	Открытые и замкнутые множества	2	2	0
6	Компактные множества в метрических пространствах	2	2	0

7	Критерий Хаусдорфа	2	2	0
8	Полнота и пополнение	2	2	0
9	Теорема о стягивающихся шарах. Принцип сжимающих отображений	2	2	0
10	Топологические пространства	2	2	0
11	Построение меры Лебега на прямой	2	2	0
12	Общее понятие аддитивной меры	2	2	0
13	Лебеговское продолжение меры	2	2	0
14	Измеримые функции и их свойства.	2	2	0
15	Определение интеграла Лебега	2	4	0
16	Классы суммируемых функций	2	2	0
17	Предельный переход под знаком интеграла. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана.	4	2	0
18	Интеграл Стилтьеса. Теорема Радона-Никодима.	2	2	0
	Итого:	38	38	0

Самостоятельная работа студента, в том числе: - в аудитории под контролем преподавателя - курсовое проектирование (выполнение курсовой работы) - внеаудиторная работа	66 2 0 64	Формы текущего и рубежного контроля подготовленности обучающегося: Контрольные работы, тесты.
Экзамен	-	
Всего часов на освоение учебного материала	144	

Семестр 6

№п/п	Тема лекции, основное содержание	Количество часов		
		Лекционные занятия	**Практические занятия**	Деловые и ролевые игры, компьютерные симуляции, тренинги
19	Прямое произведение мер и теорема Фубини	2	4	0

20	Пространства L1, Lp (p>1).	2	2	0
21	Неравенства Гельдера и Минковского	2	4	0
22	Определение линейного нормированного пространства	2	0	0
23	Банаховы пространства	2	2	0
24	Сопряженное пространство, его полнота.	2	0	0
25	Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала	2	2	0
26	Общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах.	2	2	0
27	Линейные операторы, норма оператора	2	2	0
28	Сопряженный оператор, обратный оператор, спектр и резольвента.	2	2	0
29	Теорема Банаха об обратном операторе	2	2	0
30	Компактные операторы. Компактность интегральных операторов.	2	2	0
31	Понятие об индексе. Теорема Фредгольма. Примеры использования теоремы Фредгольма	4	2	0
32	Скалярное произведение. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца.	2	4	0
33	Ортогональные системы. Неравенство Бесселя	2	2	0
34	Базисы и гильбертова размерность	4	4	0
35	Теорема об изоморфизме. Ортогональное дополнение	2	2	0
	Итого:	38	38	0

Самостоятельная работа студента, в том числе: - в аудитории под контролем преподавателя - курсовое проектирование (выполнение курсовой работы) - внеаудиторная работа	66 2 0 64	Формы текущего и рубежного контроля подготовленности обучающегося: Контрольные работы, тесты, экзамен
Экзамен	36	
Всего часов на освоение учебного материала	180	

Семестр 7

№п/п	Тема лекции, основное содержание	Количество часов		
		Лекционные занятия	**Практические занятия**	Деловые и ролевые игры, компьютерные симуляции, тренинги
36	Общий вид линейного функционала	2	2	0
37	Самосопряженные и унитарные операторы. Ортопроекторы	2	2	0
38	Теорема Гильберта о компактных эрмитовых операторах	2	2	0
39	Функциональное исчисление. Приведение оператора к виду умножения на функцию.	2	2	0
40	Спектральная теорема. Неограниченные самосопряженные операторы. Примеры	2	2	0
41	Полинормированные пространства	2	2	0
42	Функционал Минковского	2	2	0
43	Нормируемость и метризуемость. Топологии в сопряженном пространстве.	2	2	0
44	Слабая компактность в сопряженном пространстве	2	2	0
45	Основные пространства гладких функций	2	2	0
46	Пространства обобщенных функций. Операции над обобщенными функциями	2	2	0
47	Операции над обобщенными функциями.	2	2	0
48	Слабый и сильный дифференциал нелинейного функционала. Экстремум функционала.	2	2	0
50	Классические задачи вариационного исчисления.Уравнение Эйлера.	2	2	0
51	Вторая вариация. Условия Лежандра и Якоби	2	2	0
	Итого:	30	30	

Самостоятельная работа студента, в том числе: - в аудитории под контролем преподавателя - курсовое проектирование (выполнение курсовой работы) - внеаудиторная работа	46 2 0 44	Формы текущего и рубежного контроля подготовленности обучающегося: Контрольные работы, тесты, экзамен
Экзамен	36	
Всего часов на освоение учебного материала	144	

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

5.1. Учебно-методическое обеспечение

Дисциплина «Функциональный анализ» является логическим продолжением базового курса математического анализа. Знания, полученные после изучения этой дисциплины, позволяют ориентироваться в различных направлениях практической деятельности, связанных с дискретной математикой, защитой информации, компьютерными науками. В качестве входных знаний необходимы основы алгебры, математического анализа. Успешное освоение курса требует напряженной самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя чтение лекций и рекомендованной литературы, решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях, разбор проблемных ситуаций. Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций. Для активизации самостоятельной работы студентов и экономии времени, отводимого на лекционный курс, ряд тем выносится на самостоятельное изучение. Самостоятельная работа со студентами проводится в часы самостоятельной работы в форме консультаций. Распределение часов руководства самостоятельной работой учитывает важность рассматриваемой темы и возможную сложность при освоении ее студентами. Самостоятельная работа студентов рассматривается как вид учебного труда, позволяющий целенаправленно формировать и развивать самостоятельность студента как личностное качество при выполнении различных видов заданий и проработке дополнительного учебного материала. Для успешного выполнения расчетных заданий, написания рефератов и подготовки к коллоквиуму, помимо материалов лекционных и практических занятий, необходимо использовать основную и дополнительную литературу, указанную в конце данной рабочей программы.

Для самостоятельной работы студентам подготовлены следующие разделы функционального анализа.

Семестр 5

Определение выпуклых множеств в гиперплоскостях

1. Выпуклое подмножество векторного пространства над полем R. Свойства. Поглощающее подмножество векторного пространства.(6 ч)
2. Определение функционала Минковского. Примеры. Теорема Минковского. (4ч.)
3. Лемма о принадлежности $x \in C$ для открытого С. (4 ч.)
4. Лемма об открытом отображении. Упражнения. (4 ч.)
5. Первая теорема отделимости. Примеры.(4ч.)

Строгая отделимость выпуклых множеств гиперплоскостями

1. Открытое покрытие множества в метрическом пространстве X. Упражнения.(6 ч)
2. Лемма Бореля.(4 ч.)
3. Лемма об окрестности выпуклого компакта. (4 ч.)
4. Вторая теорема отделимости.(4 ч.)
5. Теорема о замыкании. Теорема о строгом отделении в конечномерном случае. (6ч.)

Кольца и алгебра множеств

1. Определение кольца множеств. Примеры, упражнения. Операция симметрической разницы. (6 ч.)
2. Определение подкольца. Примеры, упражнения. Определение полукольца множеств. Примеры.(6 ч.)
3. Теорема об элементах наименьшего кольца. (4ч.)

Семестр 6

Меры на полукольцах и кольцах множеств

1. Определение конечно-аддитивной меры. Примеры. Упражнения. Свойства мер на кольце R_n. Конечная полуаддитивность. Примеры. (8 ч.)
2. Счетно-аддитивные меры. Примеры. Теорема о критерии счетнойаддитивности. (4ч.)
3. Задача продолжения мер. Теорема о продолжении меры с полукольца на наименьшие кольца. Упражнения. (6ч.)

Алгебра множеств измеримых функций по Лебегу

1. Определение измеримого множества по Лебега. Примеры. (4 ч.)
2. Теорема о кольце измеримых множеств. (4ч.)
3. Теорема об ограничении внешней меры. Следствие. Мера Лебега. (6 ч.)
4. Теорема о замкнутости алгебры Лебега относительно счетных объединений и пересечений.(6ч.)
5. Теорема о непрерывности меры. Следствия. (4 ч.)

Семестр 7

Измеримые функции*

1. Определение измеримых функций. Примеры, упражнения. Первичные свойства измеримых функций.
2. Теорема об арифметике измеримых функций, упражнения.
3. Теорема Лебега о пределе последовательности измеримых функций, упражнения.

4. Теорема о сходимости по мере, упражнения.
5. Простая функция. Примеры, упражнения.
6. Теорема о структуре измеримых функций.

Интеграл Лебега по множествам конечной меры*

1. Определение интеграла Лебега для простых функций. Примеры, упражнения.
2. Суммируемые и несуммируемые простые функции, примеры, упражнения.
3. Теорема о линейности интеграла.
4. Лемма об условии суммируемости, следствия.
   Интеграл Лебега (общий случай). Определение суммируемой измеримой функции на множестве А. примеры суммируемых и несуммируемых функций. Упражнение: суммируемость ограниченных функций.
5. Интеграл Лебега суммируемой функции. Упражнения. Абсолютная интегрируемость.
6. Теорема об аддитивности по множествам.
7. Специальные свойства интеграла Лебега: теорема об абсолютной непрерывности и о предельном переходе.

5.2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Таблица 5.1

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Таблица 5.2

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ/МОДУЛЯ

Самостоятельная работа призвана закрепить теоретические знания и практические навыки, полученные студентами на лекциях и практических занятиях, развить поставленные компетенции. Кроме того, часть времени, отпущенного на самостоятельную работу, должна быть использована на выполнение домашней работы.

Во время лекционных и практических занятий самостоятельная работа реализуется в виде решения студентами индивидуальных заданий, изучения части теоретического материала, предусмотренного учебным планом ООП.

Во внеаудиторное время студент изучает рекомендованную литературу, готовится к лекционным и практическим занятиям, собеседованиям, устным опросам, коллоквиуму и контрольным работам. Подготовка теоретического **сообщения** на практическое занятие выполняется студентом самостоятельно, но по согласованию с преподавателем темы сообщения. Это может быть, например, сообщение о жизни и деятельности великих ученых-математиков, теоремы, которых изучаются в данном курсе, или интересные замечания, факты по теме лекции (практического занятия).

Проведение **контрольных работ** по дисциплине предусмотрено ОПОП. Ниже даны примерные варианты контрольных работ.

Контрольная работа по теме «Евклидовы пространства»

1.Записать неравенство Коши-Буняковского в различных конкретных евклидовых пространствах:
a) в евклидовых пространствах V_2и V_3;
b)в евклидовом арифметическом пространстве R^n;
c) в евклидовом пространстве $C[a,b]$ всех функций, непрерывных на отрезке $[a,b]$.
2.Вычислить скалярное произведение и нормы функций $f(x) = x + 1, g(x) = x^2 + x$ в$C[0,1]$
3.Найти угол между $f(x) = x^{\frac{1}{4}}$и $g(x) = x^{\frac{3}{4}}$ в$C[0,1]$.
4. Доказать, что в R^2 скалярное произведение можно определить следующим образом: $(x,y) = 2x_1y_1 + 5x_2y_2$.

Контрольная работа по теме «Гильбертовы пространства»

1.Найти сопряженный оператор к оператору $A: l_2 \to l_2$,

если: $Ax = (\lambda_1 x_1, \lambda_2 x_2, \dots), \lambda_n \in R, |\lambda_n| \leq 1$.

2. Найти сопряженный оператор к оператору $A: l_2 \to l_2$,

если: $Ax = (x_2, x_3, \dots)$, при $x = (x_1, x_2, \dots)$.

3. Найти сопряженный оператор к оператору $A: l_2 \to l_2$,

если: $Ax = (x_1, x_2, \dots, 0, 0, \dots)$, при $x = (x_1, x_2, \dots)$.

4. Найти сопряженный оператор к оператору $A: l_2 \to l_2$,

если: $Ax = (0, x_1, x_2, \dots)$, при $x = (x_1, x_2, \dots)$.

Контрольная работа по теме «Банаховы пространства »

1.Доказать, что всякое конечномерное линейное нормированное пространство является банаховым.

2.Может ли в банаховом пространстве иметь пустое пересечение последовательность непустых замкнутых вложенных множеств.

3. Показать, что$C[a,b]$ сепарабельное банаховое пространство.

4.Доказать,что $l_p^n(R), l_p(R), p \neq \infty$ сепарабельное банаховое пространство.

Тестовые задания

Вариант 1.

1. Множества A и B называется равномощными, если:

а) существует взаимно-однозначное отображение $\varphi : A \to B$

б) существует отображение $\psi : A \to B$

в) если $A \subset B$ и $B \subset A$

2. Множество всех подмножеств счетного множества имеет мощность:

а) счетную,

б) с,

в) 2^c.

3. Пространство $C([a,b])$ с метрикой $\rho(f,g) = \sup|f(x) - g(x)|$ является:

а) полным

б) неполным

в) сепарабельным

4. Компактное подмножество A хаусдорфова пространства:

а) хаусдорфово,

б) замкнуто,

в) открыто.

5. Исключите свойство, не имеющее отношения к понятию меры на алгебре множеств:

а) $\mu(\phi) = 0$ и $\mu(A) \geq 0$

б) $\mu(A) = \sum_{n=1}^{\infty} \mu(A_n)$, $A_n \cap A_m = \phi$ при $n \neq m$

в) $\mu(A + B) = \mu(A) + \mu(B)$ для любых A, B принадлежащих заданной алгебре множеств.

Вариант 2

1. Мощность множества понимается как количество элементов множества, если:

а) множество конечно,

б) множество счетно,

в) множество пусто

2. Какое из данных множеств не обладает мощностью гиперконтинуума:

а) множество всех функций, заданных на $[a,b]$,

б) множество | R^n ,

в) множество всех подмножеств плоскости ?

3. Пространство ограниченных на отрезке $[a,b]$ функцией с метрикой $\rho(f,g)=\sup|f(x)-g(x)|$ является:

а) неполным

б) полным

в) сепарабельным

4. Внутренность множества A обозначается:

а) $O(A)$,

б) $\operatorname{int} A$

в) $X \setminus A$

5. Мера Лебега канторовского множества равна:

1) 1

2) 0

3) не определена.

Вариант 3.

1. Известно, что $A \subset B$, тогда

а) $|A| < |B|$

б) $|A| \neq |B|$

в) $|A| = |B|$

г) нет верного ответа.

2. Какое из приведенных свойств не является аксиомой метрики:

1) $\rho(x,x)=0$

2) $\rho(x,y) = -\int(y,x)$

3) $\rho(x,y) \le \int(y,x) = \int(x,z)$?

3. Какое из приведенных пространств не является полным:

а) $C([a,b])$ с метрикой $\rho(f,g) = \sup|f(x) - g(x)|$

б) пространство ограниченных на отрезке $[a,b]$ функций с метрикой $\rho(f,g) = \sup|f(x) - g(x)|$

в) $C([a,b])$ с метрикой $\rho(f,g) = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$?

4. Множество $A = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\right\}$ **на** R **со стандартной топологией**

а) открыто,

б) не открыто,

в) замкнуто,

г) не замкнуто.

5. Алгебра всегда является:

а) кольцом,

б) полукольцом,

в) σ - алгеброй.

Вариант 4.

1. Если $A \subset B \subset C$ **и** $|A| = |C|$**, то**

а) $|A| = |B|$

б) $|A| = |B| = |C|$

в) $|A| \ne |B|$

2. Какое из приведенных ниже пространств не является метрическим:

а) $C[0,1]$,

б) R,

в) L_p

г) нет верного ответа?

3. Функция $f(x)$ **абсолютно интегрируема на** $[a,b]$ **и** $\int_a^b |f(x)|dx = o$ **(1) и** $f(x)=0$ **в любой точке** $x \in [a,b]$ **(2), тогда**:

а) $(1) \Rightarrow (2)$

б) $(2) \Rightarrow (1)$

в) $(1) \Rightarrow (2)$

4. Пусть Q **- множество рациональных точек на** R**, тогда**:

а) Q - компактно,

б) Q - не компактно,

в) $R \setminus Q$ - компактно.

5. Пространство $L_p(a.в), 1 \le p < \infty$

а) сепарабельно,

б) неполное

в)содержит только непрерывные функции

Вопросы к экзамену.

Шестой учебный семестр

1.Метрические и топологические пространства: множества, алгебра множеств.

2. Счетные множества и множества мощности континуум.

3. Метрические пространства

4. Открытые и замкнутые множества

5.Компактные множества в метрических пространствах. Критерий Хаусдорфа.

6. Полнота и пополнение.Теорема о стягивающихся шарах.

7. Принцип сжимающих отображений.

8.Топологические пространства.

9.Евклидовые пространства; определение нормированных пространств, примеры.

10. Неравенство Коши-Буняковского. Примеры.
11. Определение нормированного комплексного пространства.
12. Определение счетно-аддитивной и внешней меры.
13. Определение измеримой функции.
14. Понятия сходимости для измеримых функций..
15. Меры и измеримые множества. σ -алгебра борелевских множеств.
16. Измеримые функции и интеграл Лебега.
17. Определение интегрируемой по мере μ функций.
18. Примеры мер μ_α и отвечающие им интегралы.

Седьмой учебный семестр

1. Евклидовые пространства; определение нормированных пространств, примеры.
2. Ортогональные системы.
3. Неравенство Бесселя.
4. Неравенство Коши-Буняковского. Примеры.
5. Определение нормированного комплексного пространства.
6. σ-кольцо множеств.
7. Определение счетно-аддитивной и внешней меры.
8. Определение измеримой функции.
9. Понятия сходимости для измеримых функций.
10. Линейное отображение и теорема об ограниченном линейном отображении.
11. Меры и измеримые множества. σ -алгебра борелевских множеств.
12. Измеримые функции и интеграл Лебега.
13. Определение интегрируемой по мере μ функций.
14. Теорема Леви о монотонной сходимости.
15. Теорема Лебега об ограниченной сходимости.
16. Теорема Фату о сходимости последовательности интегрируемых неотрицательных функций.
17. Интеграл Лебега-Стилтьеса.
18. Примеры мер μ_α и отвечающие им интегралы.
19. Мера Дирака, канторово множество, канторово лестница.
20. Определения и теоремы борелевской меры μ.
21. Теорема Лебега о разложении.
22. Определение сингулярной меры.
23. Теорема Радона-Никодима, Лебега.

24. Теорема Фубини.

25. Теорема о произведении мер.

26. Определение и примеры гильбертовых пространств.

27. Определение прямой суммы.

28. Ортогональная проекция.

29. Теорема об ортогональной проекции.

30. Определение сопряженного пространства.

31. Теорема Рисса.

7 . Учебно-методическое обеспечение

Основная литература:

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.- М.:Наука, 1989, - 623 с.

1. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М., Наука,1979.
2. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. – М.: Высшая школа, 1982. – 271 с.

2. Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике. М., Наука,1979.

3. Антоневич А.Б., Радыно Я.Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения. – Минск: Изд-во «Университетское», 1984, - 352 с.

Дополнительная литература:

1. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1984, - 752 с.

2. Рудин У. Функциональный анализ. – М.: Мир, 1975, - 443 с.

3. Кутателадзе С.С. Основы функционального анализа. – Новосибирск: Изд-во Института математики, 1995. – 224 с.

4. Ахиезер Н. И., Глазман И. М., Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве, 2 изд., М., 1966;

5. Рисс Ф., Секефальви-Надь Б., Лекции по функциональному анализу, пер. с франц., М., 1954; Иосида К., Функциональный анализ, пер, с англ., М., 1967;

6. Данфорд Н., Шварц Дж., Линейные операторы, пер. с англ., ч. 1-3, М., 1962-74; Эдвардс Р. Э., Функциональный анализ. Теория и приложения пер с англ., М., 1969.

7. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболев Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. М.: Физматлит, 2005.

8. Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. М., Наука, 1979, 1988.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. http://window.edu.ru/window/library
2. http://math.ru/lib/3

8. Материально-техническое обеспечение

Аудитории, оборудованные досками для мела и интерактивными досками; компьютерные классы , оборудованные досками для мела и интерактивными досками для проведения практических занятий, подключенные к сети Интернет; библиотека и читальный зал, подключенные к сети Интернет.

Лист изменений:

Внесены изменения в части пунктов
____
____
____
____

Протокол заседания кафедры № ___от «____»_____________ 20__ г.

Заведующий кафедрой

_____________ /___________________/

(подпись) (Ф. И. О.)

Изменения одобрены учебно-методическим советом ____ факультета.

(к которому относится кафедра-составитель)

Протокол заседания № ___от «_____»_________________20__ г.

Председатель учебно-методического совета

______________/___________________/

(подпись) (Ф. И. О.)

Изменения одобрены учебно-методическим советом ____ факультета

(к которому относится данное направление подготовки/специальность)

Председатель учебно-методического совета

______________/___________________/

(подпись) *(Ф. И. О.)*

ИзмененияодобреныУчебно-методическим советом университета

протокол № ________от «_____» ____________ 20___г.

Председатель Учебно-методического совета университета __________ /_______________/

(подпись) *(Ф. И. О.)*

АННОТАЦИЯ

рабочей программы дисциплины

«Функциональный анализ»

Основной профессиональной образовательной программы академического бакалавриата

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Цель изучения дисциплины	Целями освоения дисциплины « Функциональный анализ» являются: - изучение структуры множества суммируемых функций; - построение теории интеграла Лебега и изучение его свойств; -изучение метрических и топологических пространств; - изучение банаховых пространств; - применение результатов функционального анализа к исследованию интегральных уравнений; - выявление существующей связи между собой ряда теорем классического математического анализа, отобразив их на основные принципы функционального анализа; - изучение основ теории обобщенных функций.
Место дисциплины в структуре ОПОП	Дисциплина является одной из основных дисциплин базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла учебного плана подготовки бакалавра по направлению 01.03.01. «Математика». Дисциплина «Функциональный анализ» является логическим продолжением курса математического анализа и действительного анализа. Для ее изучения необходимы базовые знания курсов математического анализа, аналитической геометрии и алгебры. Данная дисциплина является предшествующей для изучения следующих дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математические методы в экономике», «Теория игр», «Макроэкономика», «Статистика» и др.
Компетенции, формируемые в результате освоения учебной	Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих общекультурных,

дисциплины	общепрофессиональных и профессиональных компетенций: ПК-2- способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики; ПК-3- способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата. ОПК-3- способность к самостоятельной научно-исследовательской работе
Знания, умения и навыки, получаемые в процессе изучения дисциплины	**В результате изучения дисциплины студент должен:** - **знать:** основные определения и понятия теории, уметь приводить их иллюстрирующие примеры и контрпримеры. Знать признаки и критерии упомянутых множеств. Понимать значение банаховского принципа неподвижной точки в применении его к классическим теоремам существования. Знать процесс построения меры Лебега посредством продолжения ее с полукольца множеств на наименьшее кольцо, порожденное этим полукольцом. Знать определение и свойства интеграла Лебега на множествах конечной меры.. Знать свойства пространства всех ограниченных линейных операторов и три основные теоремы функционального анализа: теорему Хана-Банаха, теорему Банаха-Штеингауза, а также теорему Банаха об обратном операторе. Понимать значение компактных операторов в теории Рисса о решении линейных операторных уравнений в банаховых пространствах. Знать основные факты теории гильбертовых пространств и теории линейных векторных пространств; **- уметь:** работать с открытыми, замкнутыми, компактными и ограниченными множествами в метрических пространствах. Уметь находить норму ограниченного линейного оператора в линейных нормированных пространствах. Уметь находить решения линейных операторных уравнений в банаховых пространствах, **- владеть:** способами ориентации в профессиональных источниках информации (журналы, сайты, образовательные порталы и т.д.); способами взаимодействия с другими субъектами образовательного процесса; различными средствами коммуникации в профессиональной педагогической деятельности.

Содержание дисциплины	**Раздел 1.** Возникновение функционального анализа как самостоятельного раздела математики.Современное развитие функционального анализа и его связь с другими областями математики. **Раздел 2**.Метрические и топологические пространства: множества, алгебра множеств. Счетные множества и множества мощности континуум. Метрические пространства. Открытые и замкнутые множества Компактные множества в метрических пространствах. Критерий Хаусдорфа. Полнота и пополнение.Теорема о стягивающихся шарах. Принцип сжимающих отображений. Топологические пространства. **Раздел 3.** Мера и интеграл Лебега: Построение меры Лебега на прямой. Общее понятие аддитивной меры. Лебеговское продолжение меры. Измеримые функции и их свойства. Определение интеграла Лебега. Класс суммируемых функций. Предельный переход под знаком интеграла. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана. Интеграл Стилтьеса. Теорема Радона-Никодима. Прямое произведение мер и теорема Фубини. Пространства $L1$, Lp ($p>1$). Неравенства Гельдера и Минковского. **Раздел 4**. Банаховы пространства: Определение линейного нормированного пространства. Банаховы пространства. Сопряженное пространство, его полнота. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала. Общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах. Линейные операторы, норма оператора. Сопряженный оператор, обратный оператор, спектр и резольвента. Теорема Банаха об обратном операторе. Компактные операторы. Компактность интегральных операторов. Понятие об индексе. Теорема Фредгольма. Примеры использования теоремы Фредгольма. **Раздел 5**. Гильбертовы пространства: Скалярное произведение. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Ортогональные системы. Неравенство Бесселя. Базисы и гильбертова размерность. Теорема об изоморфизме. Ортогональное дополнение. Общий вид линейного функционала. 40. Самосопряженные и унитарные операторы. Ортопроекторы. Теорема Гильберта о компактных эрмитовых операторах. Функциональное исчисление. Приведение оператора к виду умножения на функцию. Спектральная теорема. Неограниченные самосопряженные операторы.

<table>
<tr><td></td><td>Примеры.

Раздел 6. Линейные топологические пространства и обобщенные функции: Полинормированные пространства. Функционал Минковского. Нормируемость и метризуемость. Топологии в сопряженном пространстве. Слабая компактность в сопряженном пространстве. Основные пространства гладких функций. Пространства обобщенных функций. Операции над обобщенными функциями. Преобразование Фурье.

Раздел 6. Элементы линейного анализа. Слабый и сильный дифференциал нелинейного функционала. Экстремум функционала. Классические задачи вариационного исчисления. Вторая вариация. Условия Лежандра и Якоби.</td></tr>
<tr><td>Объем дисциплины и виды учебной работы</td><td>
<table>
<tr><td>Вид учебной работы</td><td>Всего часов</td><td>5 семестр</td><td>6 семестр</td><td>7 семестр</td></tr>
<tr><td>Общая трудоемкость дисциплины</td><td>468</td><td>144</td><td>180</td><td>144</td></tr>
<tr><td>Аудиторные занятия</td><td>218</td><td>78</td><td>78</td><td>62</td></tr>
<tr><td>Лекции</td><td>106</td><td>38</td><td>38</td><td>30</td></tr>
<tr><td>Практические занятия (ПЗ)</td><td>106</td><td>38</td><td>38</td><td>30</td></tr>
<tr><td>Контроль самостоятельной работы (КСР)</td><td>6</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Самостоятельная работа</td><td>178</td><td>66</td><td>66</td><td>46</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>Формы текущего и рубежного контроля</td><td>Групповые дискуссии, тесты, домашние задания, презентации.</td></tr>
<tr><td>Форма промежуточного контроля</td><td>6, 7 семестр - экзамен</td></tr>
</table>