МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

__________________ Батыгов З.О.

«25» 05 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Действительный анализ

Направление подготовки 01.03.01 *Математика*

Программа *академического бакалавриата*

Квалификация выпускника: *бакалавр*

Форма обучения: *очная*

Факультет: *физико-математический*

Кафедра: *математического анализа*

МАГАС 2018 г.

Составители рабочей программы
Доцент кафедры мат.анализа, к.ф-м.н. ____________ Кодзоева Ф.Дж.
(должность, уч.степень, звание) (подпись) (Ф. И. О.)

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры мат.анализа

Протокол заседания № 8 от «24» 04 2018 г.

Заведующий кафедрой
____________ /Танкиев И.А./
(подпись) (Ф. И. О.)

Рабочая программа одобрена учебно-методическим советом физико-математического факультета.

Протокол заседания № 9 от «30» 04 2018 г.

Председатель учебно-методического совета

____________ /Танкиев И.А./
(подпись) (Ф. И. О.)

Рабочая программа рассмотрена учебно-методическим советом Ингушского Государственного Университета.

Протокол заседания № 9 от «04» 05 2018 г.

Председатель учебно-методического совета ИнгГУ

____________ /Хашагульгов Ш.Б./
(подпись) (Ф. И. О.)

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины « Действительный анализ» являются:

- Освоение методов построения меры на множестве

- Изучение свойств измеримых множеств и измеримых функций.

- Изучение структуры множества суммируемых функций.

- Построение теории интеграла Лебега и изучение его свойств

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Модуль Б1.В.ОД.7 «Действительный анализ» относится к вариативной части цикла профессиональных дисциплин. Она является логическим продолжением базового курса математического анализа. Знания, полученные после изучения этой дисциплины, позволяют ориентироваться в различных направлениях практической деятельности, связанных с дискретной математикой, защитой информации, компьютерными науками. В качестве входных знаний необходимы основы математического анализа.

Таблица 2.1.

Связь дисциплины «Действительный анализ» с предшествующими дисциплинами и сроки их изучения

Код дисциплины	Дисциплины, предшествующие дисциплине «Действительный анализ»	Семестр
Б1.Б.17	Математический анализ	1,2,3,4

Таблица 2.2.

Связь дисциплины «Действительный анализ» с последующими дисциплинами и сроки их изучения

Код дисциплины	Дисциплины, следующие за дисциплиной «Действительный анализ»	Семестр
Б1.Б.13	Функциональный анализ и интегральные уравнения	5.6.7

Таблица 2.3.

Связь дисциплины «Действительный анализ» со смежными дисциплинами

Код дисциплины	Дисциплины, смежные с дисциплиной «Действительный анализ»	Семестр
Б1.Б.17	Математический анализ	4

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ. ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАЗОВАНИЯ И КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ЗАВЕРШЕНИИ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций:

ПК-2- способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики;

ОПК-3 -**:** способность к самостоятельной научно-исследовательской работе

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

знать:

цели и задачи научных исследований по направлению деятельности, базовые принципы и методы их организации; основные источники научной информации и требования к представлению информационных материалов (ОПК-3);

способы определения видов и типов профессиональных задач, структурирования задач различных групп (ПК-2);

уметь:

составлять общий план работы по заданной теме, предлагать методы исследования и способы обработки результатов, проводить исследования по согласованному с руководителем плану, представлять полученные результаты (ОПК-3);

выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов задач, встречающихся в математике (ПК-2);

владеть/быть в состоянии продемонстрировать:

систематическими знаниями по направлению деятельности; углубленными знаниями по выбранной направленности подготовки, базовыми навыками проведения научно-исследовательских работ по предложенной теме (ОПК-3);

возможности современных научных методов на уровне, необходимом для постановки и решения задач, имеющих естественно-научное содержание (ПК-2);

Таблица 3.1.

Матрица связи компетенций, формируемых на основе изучения дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения», с временными этапами освоения ее содержания

Коды компетенций (ФГОС)	Компетенция	Семестр и неделя изучения
ПК-2	Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	4
ОПК-3	Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе	4

Согласно уровням квалификаций, утвержденным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 12 апреля 2013г. № 148-нз, подготовка выпускника академического бакалавриата по направлению «Математика» соответствует 6-му уровню квалификации. Показатели уровня квалификации при профессиональной деятельности представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.2.

Обобщенные требования к 6-му уровню квалификации выпускника академического бакалавриата по направлению 01.03.01 «Математика»

Уровень	Показатели 6-го уровня квалификации		
	Полномочия и ответственность	Характер умений	Характер знаний

6-й уровень	Самостоятельная деятельность, предполагающая определение задач собственной работы и/или подчиненных по достижению цели. Обеспечение взаимодействия сотрудников и смежных подразделений. Ответственность за результат выполнения работ на уровне подразделения или организации	Разработка, внедрение, контроль, оценка и корректировка направлений профессиональной деятельности, технологических или методических решений	Применение профессиональных знаний технологического или методического характера, в том числе инновационных. Самостоятельный поиск, анализ и оценка профессиональной информации

Эти обобщенные требования можно детализировать в совокупности квалификационных требований, разбитых в соответствии с различными уровнями ее проявления (табл.3.3.-3.5).

Таблица 3.3.

Уровни проявления компетенции ПК-2, формируемой при изучении дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» в форме признаков профессиональной деятельности

Квалификационное требование (признак профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенции на разных уровнях
Способность использовать в своей работе прогрессивные идеи, формы и методы математики	Высокий уровень компетентности	Способность использовать математические методы в постановке естественно-научных задач
	Базовый уровень компетентности	Способность сопоставлять методы описания и формулирования естественно-научных задач
	Минимальный уровень компетентности	Способность систематизировать имеющиеся методы постановки естественно-научных зада

Таблица 3.4

Уровни проявления компетенции ПК-3, формируемой при изучении дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» в форме признаков профессиональной деятельности

Квалификационное требование (признак профессиональной деятельности)	**Уровень проявления**	**Описание признаков проявления компетенции на разных уровнях**
Способность формулировать, доказывать, детально обосновывать математические утверждения	Высокий уровень компетентности	Способность пользоваться методиками доказательств, требующими абстрактного мышления и комплексного подхода
	Базовый уровень компетентности	Владение различными методами доказательств утверждений и доказательств
	Минимальный уровень компетентности	Способность доказывать утверждения, требующие отработанных навыков и умений

Таблица 3.5

Уровни проявления компетенции ОПК-3, формируемой при изучении дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» в форме признаков профессиональной деятельности

Квалификационное требование (признак профессиональной деятельности)	**Уровень проявления**	**Описание признаков проявления компетенции на разных уровнях**
Способность переходить от усвоения готовых знаний к овладению методами получения новых знаний	Высокий уровень компетентности	Способность пользоваться систематическими знаниями по направлению деятельности; углубленными знаниями по выбранной направленности подготовки, базовыми навыками проведения

		научно-исследовательских работ по предложенной теме.
	Базовый уровень компетентности	Способность составлять общий план работы по заданной теме, предлагать методы исследования и способы обработки результатов, проводить исследования по согласованному с руководителем плану, представлять полученные результаты
	Минимальный уровень компетентности	Знать цели и задачи научных исследований по направлению деятельности, базовые принципы и методы их организации; основные источники научной информации и требования к представлению информационных материалов

Описание задач освоения дисциплины,

соотнесенных с планируемыми целями освоения образовательной программы в форме признаков проявления компетенций

Таблица 3.6.

Признаки профессиональной деятельности, уровни проявления и знаниевая база в привязке к компетенции ПК-2, формирующейся при изучении дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения»

Квалификационные требования (признаки профессиональной	Уровень проявления	Описание признаков проявления	Знать	Уметь	Владеть

деятельности)		компетенций			
Способность применять математические знания в решении естественно-научных и задач	Высокий уровень компетент-ности	Способность использовать математические методы в постановке естественно-научных задач	Знает основной круг проблем, встречающихся в математике , и основные способы (методы) их решения	Умеет выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов задач, встречающихся в математике	Владеет возможностями современных научных методов на уровне, необходимом для постановки и решения задач, имеющих естественно-научное содержание
	Базовый уровень компетентности	Способность сопоставлять методы описания и формулирования естественно-научных задач	Знает основной круг проблем, встречающихся в математике	Умеет находить методы решения основных типов задач, встречающихся в математике	Владеет методами выявления, отбора и объединения фрагментов математического знания, принадлежащего к качественно различным научным дисциплинам для постановки задачи
	Минимальный уровень компетентности	Способность систематизировать имеющиеся методы постановки естественно-научных задач	Знает классические задачи математики	Умеет формулировать классические задачи математики	Владеет и адекватно использует терминологию разных областей знаний

Таблица 3.7

Признаки профессиональной деятельности, уровни проявления и знаниевая база в привязке к компетенции ПК-3, формирующейся при изучении дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения»

Квалификационные требования (признаки профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенций	Знать	Уметь	Владеть
	Высокий уровень компетент-ности	Способность формулировать, доказывать, детально обосновывать математические утверждения	Знать утверждения, находящиеся в широком диапазоне, требующие оригинальности анализа	Уметь пользоваться отработанными и малоизвестными методами анализа	Владеть методиками доказательств, требующим и абстрактного мышления и комплексного подхода
	Базовый уровень компетентности	Способность известными методами доказывать и пояснять математические утверждения	Знать формулировки известных утверждений, следствий из них.	Уметь доказывать утверждения, требующие отработанных навыков и умений	Уметь доказывать утверждения, требующие отработанных навыков и умений
	Минимальный уровень компетентности	Способность понять и воспроизвести математическое доказательство	Знать формулировки утверждений, быть в состоянии сформулировать известный результат	Уметь доказывать утверждения, требующие отработанных навыков и умений	Владеть основными методами доказательств теорем и утверждений

Таблица 3.8

Признаки профессиональной деятельности, уровни проявления и знаниевая база в привязке к компетенции ОПК-3, формирующейся при изучении дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения»

Квалификационные требования (признаки профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенций	Знать	Уметь	Владеть
Способность переходить от усвоения готовых знаний к овладению методами получения новых знаний	Высокий уровень компетент-ности	Способность пользоваться систематическими знаниями по направлению деятельности ,углубленными знаниями по выбранной направленности подготовки, базовыми навыками проведения научно-исследовательских работ по предложенной теме.	Знать основные методы и способы поиска и систематизации информации	Уметь выбирать и применять в профессиональной деятельности экспериментальные и расчетно-теоретические методы исследования	Владеть навыками представления и продвижения результатов интеллектуальной деятельности
	Базовый уровень компетентности	Способность составлять общий план работы по заданной теме, предлагать методы исследования и способы обработки результатов	Знать современные способы использования информационно-коммуникационных технологий в выбранной сфере деятельности	Уметь применять в профессиональной деятельности известные методы исследования	Владеть навыками планирования научного исследования, анализа получаемых результатов и формулировки выводов

	Минимальный уровень компетентности	Способность видеть цели и задачи научных исследований по направлению деятельности, базовые принципы и методы их организации; основные источники научной информации и требования к представлению информационных материалов	Знать базовые принципы и методы организации научных исследований	Уметь выбирать и экспериментальные и расчетно-теоретические методы исследования	Владеть навыками поиска (в том числе с использованием информационных систем и баз банных) и критического анализа информации и по тематике проводимых исследований

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Таблица 4.1.

Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего	Семестр
		4
Курсовой проект (работа)	Не предусмот	

	рено	
Аудиторные занятия всего (в акад.часах), в том числе:	90	90
Лекции	36	36
Практические занятия, семинары	54	54
Лабораторные работы	Не предусмотрено	
Контроль самостоятельной работы (КСР)	2	2
Самостоятельная работа всего (в акад.часах), в том числе:	10	10
Вид итоговой аттестации:		
Зачет/дифф.зачет	зачет	
Экзамен	Не предусмотрено	
Общая трудоемкость дисциплины	102	102

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ) С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ИЛИ АСТРОНОМИЧЕКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ

1. Многомерное евклидово пространство. Замкнутые и открытые множества. Структура линейного открытого множества. Метрические пространства. (12ч)

2. Аддитивные функции множеств. Мера и ее свойства. Внешняя мера. Распространение меры с кольца на алгебру. (10)

3. n-мерные параллелепипеды. Объем параллелепипеда. Полукольцо ячеек. Представление открытого множества с помощью ячеек. Измеримые множества. (10ч)

4. Определение измеримых функций. Арифметические операции над измеримыми функциями. Предельный переход в классе измеримых функций. Эквивалентные функции. Сходимость почти всюду. Сходимость по мере. Теоремы Лузина, Егорова и Фреше. (12ч)

5. Определение интеграла Лебега. Простейшие свойства интеграла. Предельный переход под знаком интеграла. Пространство измеримых функций. (20ч)

6. Определение суммируемой функции. Распространение простейших свойств интеграла. Предельный переход под знаком интеграла. Пространство суммируемых функций. Геометрический смысл интеграла Лебега. (12ч)

7. Абсолютно непрерывные функции точки. Функции, представимые в виде интеграла. Дифференцирование непрерывных монотонных функций. Дифференцирование разрывных монотонных функций. (22ч)

Таблица 4.2.

Распределение учебных часов

по темам и видам учебных занятий (общая трудоемкость учебной дисциплины —3 зачетные единицы)

Семестр 4

№п/п	Тема лекции, основное содержание	Количество часов		
		Лекционные занятия	Практические занятия	Деловые и ролевые игры, компьютерные симуляции, тренинги
1	Введение в анализ	1	0	0
2	Многомерное евклидово пространство.	2	0	0
3	Замкнутые и открытые множества.	1	2	0
4	Структура линейного открытого множества	1	2	0
5	Метрические пространства.	2	2	0
6	Аддитивные функции множеств	2	4	0
7	Мера и ее свойства	2	4	0
8	Внешняя мера.	1	2	0
9	Распространение меры с кольца на алгебру.	1	2	0
10	n-мерные параллелепипеды.	2	2	0
11	Объем параллелепипеда	1	2	0
12	Полукольцо ячеек.	1	2	0
13	Представление открытого множества с помощью ячеек.	2	4	0
14	Измеримые множества.	1	2	0
15	Определение измеримых функций.	1	2	0
16	Арифметические операции над измеримыми функциями.	2	4	0
17	Предельный переход в классе измеримых функций.	2	2	0
18	Эквивалентные функции.	1	2	0
19	Сходимость почти всюду. Сходимость по мере.	2	2	

	Теоремы Лузина, Егорова и Фреше.			
20	Определение интеграла Лебега. Простейшие свойства интеграла.	2	2	
21	Предельный переход под знаком интеграла. Пространство измеримых функций.	2	2	
22	Определение суммируемой функции. Распространение простейших свойств интеграла. Предельный переход под знаком интеграла. Пространство суммируемых функций.	2	2	
23	Абсолютно непрерывные функции точки. Функции, представимые в виде интеграла.	2	2	
24	Дифференцирование непрерывных монотонных функций. Дифференцирование разрывных монотонных функций.	2	2	
	Итого:	36	54	0

Самостоятельная работа студента, в том числе: - в аудитории под контролем преподавателя - курсовое проектирование (выполнение курсовой работы) - внеаудиторная работа	10 2 0 8	Формы текущего и рубежного контроля подготовленности обучающегося: Контрольные работы, тесты.
Экзамен	-	
Всего часов на освоение учебного материала	102	

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

5.1. Учебно-методическое обеспечение

Дисциплина «Действительный анализ» является логическим продолжением базового курса математического анализа. Знания, полученные после изучения этой дисциплины, позволяют ориентироваться в различных направлениях практической деятельности, связанных с дискретной математикой, защитой информации, компьютерными науками. В качестве входных знаний необходимы основы алгебры, математического анализа. Успешное освоение курса требует напряженной самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя чтение лекций и рекомендованной литературы, решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях, разбор проблемных ситуаций. Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций. Для активизации самостоятельной работы студентов и экономии времени, отводимого на лекционный курс, ряд тем выносится на самостоятельное изучение. Самостоятельная работа со студентами проводится в часы самостоятельной работы в форме консультаций. Распределение часов руководства самостоятельной работой учитывает важность рассматриваемой темы и возможную сложность при освоении ее студентами. Самостоятельная работа студентов рассматривается как вид учебного труда, позволяющий целенаправленно формировать и развивать самостоятельность студента как личностное качество при выполнении различных видов заданий и проработке дополнительного учебного материала. Для успешного выполнения расчетных заданий, написания рефератов и подготовки к коллоквиуму, помимо материалов лекционных и практических занятий, необходимо использовать основную и дополнительную литературу, указанную в конце данной рабочей программы.

Успешное освоение курса требует напряженной самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя чтение лекций и рекомендованной литературы, решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях, разбор проблемных ситуаций. Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций. Для активизации самостоятельной работы студентов и экономии времени, отводимого на лекционный курс, ряд тем выносится на самостоятельное изучение. Самостоятельная работа со студентами проводится в часы самостоятельной работы в форме консультаций. Распределение часов руководства самостоятельной работой учитывает важность рассматриваемой темы и возможную сложность при освоении ее студентами. Самостоятельная работа студентов рассматривается как вид учебного труда, позволяющий целенаправленно формировать и развивать самостоятельность студента как личностное качество при выполнении различных видов заданий и проработке дополнительного учебного материала. Для успешного выполнения расчетных заданий, написания рефератов и подготовки к коллоквиуму, помимо материалов лекционных и практических занятий, необходимо использовать основную и дополнительную литературу указанную в конце данной рабочей программы.

№	Темы	Кол-во часов	Формы отчетности	Сроки
1	Теорема Лузина	3	Реферат	Апрель
2	Заряды. Теорема Радона-Никодима.	3	Реферат	Апрель
3	Интегралы Римана-Стилтьеса и Лебега-Стилтьеса.	4	Реферат	Май

5.2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Таблица 5.1

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Таблица 5.2

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворите	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы

льно»	не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетвори тельно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ/МОДУЛЯ

Самостоятельная работа призвана закрепить теоретические знания и практические навыки, полученные студентами на лекциях и практических занятиях, развить поставленные компетенции. Кроме того, часть времени, отпущенного на самостоятельную работу, должна быть использована на выполнение домашней работы.

Во время лекционных и практических занятий самостоятельная работа реализуется в виде решения студентами индивидуальных заданий, изучения части теоретического материала, предусмотренного учебным планом ООП.

Во внеаудиторное время студент изучает рекомендованную литературу, готовится к лекционным и практическим занятиям, собеседованиям, устным опросам, коллоквиуму и контрольным работам. Подготовка теоретического **сообщения** на практическое занятие выполняется студентом самостоятельно, но по согласованию с преподавателем темы сообщения. Это может быть, например, сообщение о жизни и деятельности великих ученых-математиков, теоремы, которых изучаются в данном курсе, или интересные замечания, факты по теме лекции (практического занятия). **Рубежный и суммарный рейтинг по дисциплине**

Рейтинг первого контроля	Контр. работа № 1	Лекции	Практические занятия	Посещаемость занятий
Количество баллов (20-35)	16	7	7	5
Рейтинг второго контроля	Контр. рабо	Лекции	Практические занятия	Посещаемость занятий

	та № 2		я	й
Количество баллов (21-35)	16	7	7	5

Итоговая оценка по дисциплине

Оценка	*Отлично*	*Хорошо*	*Удовлетворительно*	*Неудовлетворительно*
рейтинг	**91-100**	**81-90**	**61-80**	**0-60**

Проведение **контрольных работ** по дисциплине предусмотрено ОПОП. Ниже даны примерные варианты контрольных работ.

1. Из 100 студентов 28 изучают испанский язык, 30-немецкий, 42-французский, 8-испанский и немецкий, 10-испанский и французский, 5-немецкий и французский, и три студента изучают все три языка. Сколько студентов не изучают ни одного языка? Сколько студентов изучают только французский язык?

2. Показать, что если всякое отображение непустого множества P на P есть взаимно однозначное соответствие, то P – конечное множество.

3.Доказать, что мощность всех функций, непрерывных на [a,b] имеет мощность c.

4. Показать, что мера открытого ограниченного множества равна его мере Лебега.

5. Показать, что если f (x) измерима, то множество $\{x \mid f(x) = a\}$ измеримо при любом a.

6. Показать , что последовательность $\{x_n\}$ сходится на [0,1] почти всюду к функции $f(x) = 0$. Проверить, что $\{x_n\}$ сходится к f (x) и по мере.

7. Вычислить интеграл Лебега

$\int_a^b D(x)dx$, где $D(x)$ - функция Дирихле.

8. Вычислить интеграл Лебега от функции $f(x) = \frac{1}{x}$ на (0,1].

Тестовые задания

Вариант 1.

1. Множества A и B называется равномощными, если:

а) существует взаимно-однозначное отображение $\varphi : A \to B$

б) существует отображение $\psi : A \to B$

в) если $A \subset B$ и $B \subset A$

2. Множество всех подмножеств счетного множества имеет мощность:

а) счетную,

б) с,

в) 2^c.

3. Пространство $C([a,b])$ с метрикой $\rho(f,g) = \sup|f(x) - g(x)|$ является:

а) полным

б) неполным

в) сепарабельным

4. Компактное подмножество A хаусдорфова пространства:

а) хаусдорфово,

б) замкнуто,

в) открыто.

5. Исключите свойство, не имеющее отношения к понятию меры на алгебре множеств:

а) $\mu(\phi) = 0$ и $\mu(A) \geq 0$

б) $\mu(A) = \sum_{n=1}^{\infty} \mu(A_n)$, $A_n \cap A_m = \phi$ при $n \neq m$

в) $\mu(A + B) = \mu(A) + \mu(B)$ для любых A, B принадлежащих заданной алгебре множеств.

Вариант 2

1. Мощность множества понимается как количество элементов множества, если:

а) множество конечно,

б) множество счетно,

в) множество пусто

2. Какое из данных множеств не обладает мощностью гиперконтинуума:

а) множество всех функций, заданных на $[a,b]$, б) множество | R^n ,

в) множество всех подмножеств плоскости ?

3. Пространство ограниченных на отрезке $[a,b]$ функцией с метрикой $\rho(f,g)=\sup|f(x)-g(x)|$ является:

а) неполным

б) полным

в) сепарабельным

4. Внутренность множества A обозначается:

а) $O(A)$,

б) $\operatorname{int} A$

в) $X \setminus A$

5. Мера Лебега канторовского множества равна:

1) 1

2) 0

3) не определена.

Вариант 3.

1. Известно, что $A \subset B$, тогда

а) $|A| < |B|$

б) $|A| \neq |B|$

в) $|A| = |B|$

г) нет верного ответа.

2. Какое из приведенных свойств не является аксиомой метрики:

1) $\rho\ (x,x)=0$

2) $\rho\ (x,y)=-\int(y,x)$

3) $\rho\ (x,y)\leq\int(y,x)=\int(x,z)$?

3. Какое из приведенных пространств не является полным:

а) $C([a,b])$ с метрикой $\rho(f,g)=\sup|f(x)-g(x)|$

б) пространство ограниченных на отрезке $[a,b]$ функций с метрикой $\rho(f,g)=\sup|f(x)-g(x)|$

в) $C([a,b])$ с метрикой $\rho(f,g)=\int\limits_a^b |f(x)-g(x)|dx$?

4. Множество $A=\left\{1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\dots,\frac{1}{n},\dots\right\}$ на R со стандартной топологией

а) открыто,

б) не открыто,

в) замкнуто,

г) не замкнуто.

5. Алгебра всегда является:

а) кольцом,

б) полукольцом,

в) σ - алгеброй.

Вариант 4.

1. Если $A\subset B\subset C$ и $|A|=|C|$, то

а) $|A|=|B|$

б) $|A|=|B|=|C|$

в) $|A|\neq|B|$

2. Какое из приведенных ниже пространств не является метрическим:

а) $C[0,1]$,

б) R,

в) L_p

г) нет верного ответа?

3. Функция $f(x)$ абсолютно интегрируема на $[a,b]$ и $\int_a^b |f(x)|dx = o$ (1) и $f(x)=0$ в любой точке $x \in [a,b]$ (2), тогда:

а) $(1) \Rightarrow (2)$

б) $(2) \Rightarrow (1)$

в) $(1) \Rightarrow (2)$

4. Пусть Q - множество рациональных точек на R, тогда:

а) Q - компактно,

б) Q - не компактно,

в) $R \setminus Q$ - компактно.

5. Пространство $L_p(a.в), 1 \le p < \infty$

а) сепарабельно,

б) неполное

в) содержит только непрерывные функции

Вопросы к зачету.

1. Многомерное евклидово пространство.
2. Замкнутые и открытые множества.
3. Структура линейного открытого множества.
4. Метрические пространства.
5. Аддитивные функции множеств.
6. Мера и ее свойства.
7. Внешняя мера.
8. Распространение меры с кольца на алгебру
9. n-мерные параллелепипеды. Объем параллелепипеда.
10. Полукольцо ячеек. Представление открытого множества с помощью ячеек.

11. Измеримые множества.

12. Определение измеримых функций.

13. Арифметические операции над измеримыми функциями.

14. Предельный переход в классе измеримых функций.

15. Эквивалентные функции.

16. Сходимость почти всюду. Сходимость по мере.

17. Теоремы Лузина, Егорова и Фреше.

18. Определение интеграла Лебега.

19. Простейшие свойства интеграла.

20. Предельный переход под знаком интеграла.

21. Пространство измеримых функций.

22. Определение суммируемой функции.

23. Распространение простейших свойств интеграла.

24. Предельный переход под знаком интеграла.

25. Пространство суммируемых функций.

26. Геометрический смысл интеграла Лебега.

27. Абсолютно непрерывные функции точки.

28. Функции, представимые в виде интеграла.

29. Дифференцирование непрерывных монотонных функций

30. Дифференцирование разрывных монотонных функций

7 . Учебно-методическое обеспечение

Основная литература:

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.- М.:Наука, 1989, - 623 с.

1. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М., Наука,1979.
2. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. – М.: Высшая школа, 1982. – 271 с.

2. Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике. М., Наука,1979.

3. Антоневич А.Б., Радыно Я.Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения. – Минск: Изд-во «Университетское», 1984, - 352 с.

Дополнительная литература:

1. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1984, - 752 с.

2. Рудин У. Функциональный анализ. – М.: Мир, 1975, - 443 с.

3. Кутателадзе С.С. Основы функционального анализа. – Новосибирск: Изд-во Института математики, 1995. – 224 с.

4. Ахиезер Н. И., Глазман И. М., Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве, 2 изд., М., 1966;

5. Рисс Ф., Секефальви-Надь Б., Лекции по функциональному анализу, пер. с франц., М., 1954; Иосида К., Функциональный анализ, пер, с англ., М., 1967;

6. Данфорд Н., Шварц Дж., Линейные операторы, пер. с англ., ч. 1-3, М., 1962-74; Эдвардс Р. Э., Функциональный анализ. Теория и приложения пер с англ., М., 1969.

7. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболев Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. М.: Физматлит, 2005.

8. Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. М., Наука, 1979, 1988.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. http://window.edu.ru/window/library

2. http://math.ru/lib/3

8. Материально-техническое обеспечение

Аудитории, оборудованные досками для мела и интерактивными досками; компьютерные классы , оборудованные досками для мела и интерактивными досками для проведения практических занятий, подключенные к сети Интернет; библиотека и читальный зал, подключенные к сети Интернет.

Лист изменений:

Внесены изменения в части пунктов ____
____
____
____

Протокол заседания кафедры № ___от «____»_____________ 20__ г.

Заведующий кафедрой

_____________ /___________________/

(подпись) *(Ф. И. О.)*

Изменения одобрены учебно-методическим советом ____ факультета.

(к которому относится кафедра-составитель)

Протокол заседания № ___от «_____»_________________20__ г.

Председатель учебно-методического совета

______________/___________________/

(подпись) *(Ф. И. О.)*

Изменения одобрены учебно-методическим советом
____ факультета

(к которому относится данное направление подготовки/специальность)

Председатель учебно-методического совета

_______________/____________________/

(подпись) *(Ф. И. О.)*

Изменения одобрены Учебно-методическим советом университета

протокол № ________ от «_____» _____________ 20___г.

Председатель Учебно-методического совета университета ___________ /________________/

(подпись) *(Ф. И. О.)*

АННОТАЦИЯ

рабочей программы дисциплины

«Функциональный анализ»

Основной профессиональной образовательной программы
академического бакалавриата

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Цель изучения дисциплины	Целями освоения дисциплины « Функциональный анализ» являются: - изучение структуры множества суммируемых функций; - построение теории интеграла Лебега и изучение его свойств; -изучение метрических и топологических пространств; - изучение банаховых пространств; - применение результатов функционального анализа к исследованию интегральных уравнений; - выявление существующей связи между собой ряда теорем классического математического анализа, отобразив их на основные принципы функционального анализа; - изучение основ теории обобщенных функций.
Место дисциплины в структуре ОПОП	Дисциплина является одной из основных дисциплин базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла учебного плана подготовки бакалавра по направлению 01.03.01. «Математика». Дисциплина «Функциональный

	анализ» является логическим продолжением курса математического анализа и действительного анализа. Для ее изучения необходимы базовые знания курсов математического анализа, аналитической геометрии и алгебры. Данная дисциплина является предшествующей для изучения следующих дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математические методы в экономике», «Теория игр», «Макроэкономика», «Статистика» и др.
Компетенции, формируемые в результате освоения учебной дисциплины	Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций: ПК-2- способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики; ПК-3- способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата. ОПК-3- способность к самостоятельной научно-исследовательской работе
Знания, умения и навыки, получаемые в процессе изучения дисциплины	**В результате изучения дисциплины студент должен:** - **знать:** основные определения и понятия теории, уметь приводить их иллюстрирующие примеры и контрпримеры. Знать признаки и критерии упомянутых множеств. Понимать значение банаховского принципа неподвижной точки в применении его к классическим теоремам существования. Знать процесс построения меры Лебега посредством продолжения ее с полукольца множеств на наименьшее кольцо, порожденное этим полукольцом. Знать определение и свойства интеграла Лебега на множествах конечной меры.. Знать свойства пространства всех ограниченных линейных операторов и три основные теоремы функционального анализа: теорему Хана-Банаха, теорему Банаха-Штеингауза, а также теорему Банаха об обратном операторе. Понимать значение компактных операторов в теории Рисса о решении линейных операторных уравнений в банаховых пространствах. Знать основные факты теории гильбертовых пространств и теории линейных векторных пространств;

	- уметь: работать с открытыми, замкнутыми, компактными и ограниченными множествами в метрических пространствах. Уметь находить норму ограниченного линейного оператора в линейных нормированных пространствах. Уметь находить решения линейных операторных уравнений в банаховых пространствах. **- владеть:** способами ориентации в профессиональных источниках информации (журналы, сайты, образовательные порталы и т.д.); способами взаимодействия с другими субъектами образовательного процесса; различными средствами коммуникации в профессиональной педагогической деятельности.
Содержание дисциплины	Раздел 1. Возникновение функционального анализа как самостоятельного раздела математики.Современное развитие функционального анализа и его связь с другими областями математики. Раздел 2. Метрические и топологические пространства: множества, алгебра множеств. Счетные множества и множества мощности континуум. Метрические пространства. Открытые и замкнутые множества Компактные множества в метрических пространствах. Критерий Хаусдорфа. Полнота и пополнение.Теорема о стягивающихся шарах. Принцип сжимающих отображений. Топологические пространства. Раздел 3. Мера и интеграл Лебега: Построение меры Лебега на прямой. Общее понятие аддитивной меры. Лебеговское продолжение меры. Измеримые функции и их свойства. Определение интеграла Лебега. Класс суммируемых функций. Предельный переход под знаком интеграла. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана. Интеграл Стилтьеса. Теорема Радона-Никодима. Прямое произведение мер и теорема Фубини. Пространства L1, Lp (p>1). Неравенства Гельдера и Минковского. Раздел 4.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
Банаховы пространства: Определение линейного нормированного пространства. Банаховы пространства. Сопряженное пространство, его полнота. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала. Общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах. Линейные операторы, норма оператора. Сопряженный оператор, обратный оператор, спектр и резольвента. Теорема Банаха об обратном операторе. Компактные операторы. Компактность интегральных операторов. Понятие об индексе. Теорема Фредгольма. Примеры использования теоремы Фредгольма.
Раздел 5.
Гильбертовы пространства: Скалярное произведение. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Ортогональные системы. Неравенство Бесселя. Базисы и гильбертова размерность. Теорема об изоморфизме. Ортогональное дополнение. Общий вид линейного функционала. 40. Самосопряженные и унитарные операторы. Ортопроекторы. Теорема Гильберта о компактных эрмитовых операторах. Функциональное исчисление. Приведение оператора к виду умножения на функцию. Спектральная теорема. Неограниченные самосопряженные операторы. Примеры.
Раздел 5.
Линейные топологические пространства и обобщенные функции: Полинормированные пространства. Функционал Минковского. Нормируемость и метризуемость. Топологии в сопряженном пространстве. Слабая компактность в сопряженном пространстве. Основные пространства гладких функций. Пространства обобщенных функций. Операции над обобщенными функциями. Преобразование Фурье.
Раздел 6.
Элементы линейного анализа. Слабый и сильный дифференциал нелинейного функционала. Экстремум функционала. Классические задачи вариационного исчисления. Вторая вариация. Условия Лежандра и Якоби.
</td>
</tr>
<tr>
<td>Объем дисциплины и виды учебной работы</td>
<td>
<table>
<tr><th>Вид учебной работы</th><th>Всего часов</th><th>5 семестр</th><th>6 семестр</th><th>7 семестр</th></tr>
<tr><td>Общая трудоемкость</td><td>468</td><td>144</td><td>180</td><td>144</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

	дисциплины				
	Аудиторные занятия	218	78	78	62
	Лекции	106	38	38	30
	Практические занятия (ПЗ)	106	38	38	30
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	2	2	2
	Самостоятельная работа	178	66	66	46
Формы текущего и рубежного контроля	Групповые дискуссии, тесты, домашние задания, презентации, рефераты *(заполняется в соответствии с требованиями направления подготовки, применяемыми образовательными технологиями, ФОС).*				
Форма промежуточного контроля	6, 7 семестр - экзамен				