

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

Магичев З.О. Ф.И.О.

20.08.2018 2018г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Теория вероятности и математическая статистика

(наименование дисциплины)

Основной профессиональной образовательной программы

академического бакалавриата

(академического (ой)/прикладного (ой) бакалавриата/магистратуры)

03.03.02 «Физика»

(код и наименование направления подготовки/специальности)

(наименование профиля подготовки (при наличии))

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

очная

(очная, заочная)

МАГАС, 2018 г.

Составители рабочей программы

Доцент кафедры мат.анализа, к.ф.-м.н. / Кодзоева Ф.Д./

Рабочая программа одобрена учебно-методическим советом физико математического факультета

Протокол заседания № 4 от « 4 » мая 2018 г.

Председатель учебно-методического совета

Танкиев У.А. / Танкиев У.А. /
(подпись) (Ф. И. О.)

Программа рассмотрена на заседании Учебно-методического совета университета
протокол № 9 от « 23 » мая 20 18 г.

Председатель Учебно-методического совета университета

Хатаиризов Ш.Б. / Хатаиризов Ш.Б. /
(подпись) (Ф. И. О.)

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины в области обучения, воспитания и развития, соответствующими целям ООП, являются:

- изучение базовых понятий **Теория вероятностей и математическая статистика**

; освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины;

- подготовка к поиску и анализу профильной научно-технической информации, необходимой для решения конкретных научно-исследовательских и прикладных задач, в том числе при выполнении междисциплинарных проектов;
- формирование социально-личностных качеств студентов: целеустремленности, организованности, трудолюбия, коммуникативности, готовности к деятельности в профессиональной среде, ответственности за принятие профессиональных решений.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина Б1.Б.4.6 является одной из основных дисциплин базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла учебного плана подготовки бакалавра по данному направлению.

Таблица 2.1.

Связь дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» с предшествующими дисциплинами и сроки их изучения

Код дисциплины	Дисциплины, предшествующие дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»	Семестр
Б1.Б.4.1	Математический анализ	1,2,3

Таблица 2.2.

Связь дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» с последующими дисциплинами и сроки их изучения

Код дисциплины	Дисциплины, следующие за дисциплиной «Теория вероятностей и математическая статистика»	Семестр
Б1.В.ОД.13	Линейные и нелинейные уравнения физики	7

Таблица 2.3.

Связь дисциплины Теория вероятностей и математическая статистика «» со смежными дисциплинами

Код дисциплины	Дисциплины, смежные с дисциплиной «Теория вероятностей и математическая статистика»	Семестр
Б1.Б.4.5.	Интегральные уравнения и вариационное исчисление	5

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ. ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАЗОВАНИЯ И КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ЗАВЕРШЕНИИ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих общекультурных, общепрофессиональных и общекультурных компетенций:

ОК-7 : способность к самоорганизации и самообразованию

ОПК-2: способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

способы совершенствования и развития своего интеллектуального, культурного, нравственного, физического и профессионального уровня; современное значение информационных технологий в физике и физическом образовании; принципы научной организации труда(ОК-7),
основы математического анализа, теории функций комплексной переменной, аналитической геометрии, векторного и тензорного анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, вариационного исчисления, теории вероятностей и математической статистики(ОПК-2)

Уметь:

выделять недостатки своего общекультурного уровня развития;
ставить цели и задачи для выполнения конкретных работ, проявлять настойчивость в достижении поставленных цели и задач; ориентироваться в развитии общества, определять перспективные направления своих научных исследований (ОК-7)
использовать математический аппарат для освоения теоретических основ и практического использования физических методов (ОПК-2)

Владеть:

навыками совершенствования и развития своего потенциала; навыками получения и работы с информационным потоком в печатной и электронной формах; навыками выполнения научно-исследовательской работы(ОК-7),
навыками использования математического аппарата для решения физических задач (ОПК-2).

Таблица 3.1.

**Матрица связи компетенций, формируемых на основе изучения дисциплины
«Интегральные уравнения и вариационное исчисление», с временными этапами освоения ее
содержания**

Коды компетенций (ФГОС)	Компетенция	Семестр и неделя изучения
ОК-7	способность к самоорганизации и самообразованию	5
ОПК-2	способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.	5

Таблица 3.2

Планируемые результаты обучения по уровням сформированности компетенций

Код компетенции	Уровень сформированности компетенции	Планируемые результаты обучения
ОК-7	Высокий уровень	Знать: принципы научной организации труда. Уметь: ориентироваться в развитии общества, определять перспективные направления своих научных исследований. Владеть: навыками совершенствования и развития своего потенциала
	Базовый уровень	Знать: способы совершенствования и развития своего интеллектуального, культурного, нравственного, физического и профессионального уровня

		Уметь: выделять недостатки своего общекультурного уровня развития Владеть: навыками получения и работы с информационным потоком в печатной и электронной формах; навыками выполнения научно-исследовательской работы
	Минимальный уровень	Знать: современное значение информационных технологий в физике и физическом образовании Уметь: ставить цели и задачи для выполнения конкретных работ, проявлять настойчивость в достижении поставленных цели и задач Владеть: навыками аргументировано оценивать закономерности исторического и экономического развития
Код компетенции	Уровень сформированности компетенции	Планируемые результаты обучения
ОПК-2	Высокий уровень	Знать: основы математического анализа, теории функций комплексной переменной, аналитической геометрии, векторного и тензорного анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, вариационного исчисления, теории вероятностей и математической статистики. Уметь: использовать математический аппарат для освоения теоретических основ и практического использования физических методов. Владеть: навыками использования

		математического аппарата для решения физических задач.
	Базовый уровень	Знать: современные способы использования информационно-коммуникационных технологий в выбранной сфере деятельности Уметь: использовать математический аппарат для освоения теоретических основ и практического использования физических методов. Владеть: навыками использования математического аппарата
	Минимальный уровень	Знать: основы математического анализа, интегральных уравнений, вариационного исчисления Уметь: выбирать экспериментальные и расчетно-теоретические методы исследования Владеть навыками поиска и критического анализа информации по тематике проводимых исследова

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Таблица 4.1.

Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	5 семестр
Общая трудоемкость дисциплины	144	144

Аудиторные занятия	56	56
Лекции	20	20
Практические занятия (ПЗ)	36	36
Контроль самостоятельной работы (КСР)	2	2
Самостоятельная работа	86	86
Вид итогового контроля		Дифф.зачет

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ) С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ИЛИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ

Лекция 1. Основные понятия и формулы комбинаторики. Испытания и события. Виды событий. События полной группы и противоположные события. Классическое определение вероятности, простейшие свойства вероятности. Произведение и сумма событий. ЛИТЕРАТУРА: [1, раздел С, пп. 1.1,1.3], [4, гл. 1 §§ 1-5].

Лекция 2. Теорема сложения, следствия о вероятности событий полной группы и противоположных событий. Условная вероятность, теорема умножения. Теорема сложения для совместных событий. Вероятность появления хотя бы одного события. Понятие о вероятностном пространстве. Понятие о геометрической вероятности. ЛИТЕРАТУРА: [1, раздел С, пп. 1.2,2.1-2.4], [4, гл.1 § 8, гл. 2, гл.3 §§ 1-4, гл.4 § 1].

Лекция 3. Формула полной вероятности и формула Байеса. Повторные независимые испытания и формула Бернулли. Формула Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Наивероятнейшее число появления событий. ЛИТЕРАТУРА: [1, раздел С, пп. 3.1-3.4], [4, гл. 4 §§ 2-3, гл.5].

Лекция 4. Случайные дискретные величины. Закон распределения, многоугольник распределения. Функция распределения. Равномерное, биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое распределения, распределение Пуассона. ЛИТЕРАТУРА: [1, раздел С, пп. 4.1-4.2], [4, гл. 6 §§ 1-5, 7-8].

Лекция 5. Числовые характеристики случайных дискретных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, начальные и центральные моменты). Сумма и произведение случайных дискретных величин. ЛИТЕРАТУРА: [1, раздел С, пп. 4.3-4.6], [4, гл. 7-8].

Лекция 6. Закон больших чисел, теорема Чебышёва. ЛИТЕРАТУРА: [1, раздел С, пп. 7.1], [4, гл. 9].

Лекция 7. Непрерывные случайные величины, функция распределения и ее свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия. ЛИТЕРАТУРА: [1, раздел С, пп. 5.1,5.2], [4, гл. 10-11].

Лекция 8. Равномерный, экспоненциальный и нормальный законы распределения. Функция Лапласа. Особая роль нормального распределения и центральная предельная теорема. ЛИТЕРАТУРА: [1, раздел С, пп. 5.3-5.5, 7.2], [4, гл. 12-13].

Лекция 9. Двумерная дискретная случайная величина, таблица распределения, частные распределения компонент. Числовые характеристики двумерной дискретной случайной величины – математическое ожидание, ковариационный момент, коэффициент линейной корреляции и его свойства. Требования к статистическим данным, генеральная совокупность и выборка. Повторная, бесповторная, репрезентативная выборки. Первичная обработка данных, статистическое распределение, эмпирическая и теоретическая функции распределения. Полигон и гистограмма. Вариационный ряд и его характеристики (мода, медиана). ЛИТЕРАТУРА: [1, раздел С, пп. 8.1-8.3], [4, гл. 15].

Лекция 10. Статистические оценки числовых параметров. Требования к оценкам (несмещенные, эффективные, состоятельные). Генеральная и выборочная средние. Групповая и общая средние, дисперсии. Точность оценки, доверительная вероятность, доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии нормального распределения. Распределения «Chi квадрат» и Стьюдента. ЛИТЕРАТУРА: [1, раздел С, пп. 9.6-9.11], [4, гл. 16 §§ 14-16, 18, гл.12 §§ 13-14].

Таблица 5.2.

Распределение учебных часов

по темам и видам учебных занятий (общая трудоемкость учебной дисциплины — 13 зачетных единиц)

Семестр 5

№п/п	Тема лекции, основное содержание	Количество часов		
		Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные работы
1	. Основные понятия и формулы комбинаторики. Испытания и события. Виды событий. События полной группы и противоположные события. Классическое определение вероятности, простейшие свойства вероятности. Произведение и сумма событий.	2	4	0
2	Теорема сложения, следствия о вероятности событий полной группы и противоположных событий. Условная вероятность, теорема умножения. Теорема сложения для совместных событий. Вероятность появления хотя бы одного события. Понятие о вероятностном пространстве. Понятие о геометрической вероятности	2	4	0

3	Формула полной вероятности и формула Байеса. Повторные независимые испытания и формула Бернулли. Формула Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Наивероятнейшее число появления событий.	2	4	0
4	Случайные дискретные величины. Закон распределения, многоугольник распределения. Функция распределения. Равномерное, биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое распределения, распределение Пуассона.	2	2	0
5	Числовые характеристики случайных дискретных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, начальные и центральные моменты). Сумма и произведение случайных дискретных величин	2	4	0
6	Закон больших чисел, теорема Чебышёва.	2	2	0
7	Непрерывные случайные величины, функция распределения и ее свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия	2	4	0
8	Равномерный, экспоненциальный и нормальный законы распределения. Функция Лапласа. Особая роль нормального распределения и центральная предельная теорема	2	4	0
9	Двумерная дискретная случайная величина, таблица распределения, частные распределения компонент. Числовые характеристики двумерной дискретной случайной величины – математическое ожидание, ковариационный момент, коэффициент линейной корреляции и его свойства. Требования к статистическим данным, генеральная совокупность и выборка. Повторная, бесповторная, репрезентативная выборки. Первичная обработка данных, статистическое распределение, эмпирическая и теоретическая функции распределения. Полигон и гистограмма. Вариационный ряд и его характеристики (мода, медиана).	2	4	0
10	Статистические оценки числовых параметров. Требования к оценкам (несмещенные,	2	4	0

	эффективные, состоятельные). Генеральная и выборочная средние. Групповая и общая средние, дисперсии. Точность оценки, доверительная вероятность, доверительный интервалы для математического ожидания и дисперсии нормального распределения. Распределения «Chi квадрат» и Стьюдента			
	Итого:	20	36	0
Самостоятельная работа студента, в том числе:	86	Формы текущего и рубежного контроля подготовленности обучающегося: Контрольные работы, тесты.		
- в аудитории под контролем преподавателя	2			
- курсовое проектирование (выполнение курсовой работы)	0			
- внеаудиторная работа	84			
Дифф.зачет	3			
Всего часов на освоение учебного материала	144			

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

5.1. Учебно-методическое обеспечение.

Успешное освоение курса требует напряженной самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя чтение лекций и рекомендованной литературы, решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях, разбор проблемных ситуаций. Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций. Для активизации самостоятельной работы студентов и экономии времени, отводимого на лекционный курс, ряд тем выносятся на самостоятельное изучение. Самостоятельная работа со студентами проводится в часы самостоятельной работы в форме консультаций. Распределение часов руководства самостоятельной работой учитывает важность рассматриваемой темы и возможную сложность при освоении ее студентами. Самостоятельная работа студентов рассматривается как вид учебного труда, позволяющий целенаправленно формировать и развивать самостоятельность студента как личностное качество при выполнении различных видов заданий и проработке дополнительного учебного материала. Для успешного выполнения расчетных заданий, написания рефератов и подготовки к коллоквиуму, помимо материалов лекционных и практических занятий, необходимо использовать основную и дополнительную литературу, указанную в конце данной рабочей программы.

Для самостоятельной работы студентам подготовлены следующие разделы теории вероятностей и математической статистики:

- составление законов распределения ДСВ, вычисление их числовых характеристик, построение многоугольника распределения и функции распределения;
- вычисление числовых характеристик НСВ, определение плотности распределения по известной функции распределения;
- определение вероятности попадания значения НСВ в заданный числовой интервал (для произвольного закона по общей формуле, а также для известных по вопросам 18-20 распределений);
- для дискретного вариационного ряда определение частот и относительных частот, построение эмпирической функции распределения, полигона частот (относительных частот), вычисление точечных оценок;
- для интервального вариационного ряда определение частот и относительных частот, построение гистограммы частот (относительных частот);
- применение метода моментов для оценки параметров распределения генеральной совокупности;
- определение доверительного интервала для оценки математического ожидания при нормальном распределении.

Во время лекционных и практических занятий самостоятельная работа реализуется в виде решения студентами индивидуальных заданий, изучения части теоретического материала, предусмотренного учебным планом ООП.

Во внеаудиторное время студент изучает рекомендованную литературу, готовится к лекционным и практическим занятиям, собеседованиям, устным опросам, коллоквиуму и контрольным работам. При подготовке можно опираться на конспект лекций и литературу, предложенную в разделе 9 данной рабочей программы. В указанном разделе расположен список основной и дополнительной литературы, а также необходимые Интернет-ресурсы. Подготовка теоретического **сообщения** на практическое занятие выполняется студентом самостоятельно, но по согласованию с преподавателем темы сообщения. Это может быть, например, сообщение о жизни и деятельности великих ученых-математиков, теоремы, которых изучаются в данном курсе, или интересные замечания, факты по теме лекции (практического занятия).

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Рубежный и суммарный рейтинг по дисциплине

Рейтинг первого контроля	Контр. работа № 1	Лекции	Практические занятия	Посещаемость занятий
Количество баллов (20-35)	16	7	7	5
Рейтинг второго контроля	Контр. работа № 2	Лекции	Практические занятия	Посещаемость занятий
Количество баллов (21-35)	16	7	7	5

Итоговая оценка по дисциплине

Оценка рейтинг	<i>Отлично</i>	<i>Хорошо</i>	<i>Удовлетворительно</i>	<i>Неудовлетворительно</i>
	91-100	81-90	61-80	0-60

Таблица 6.1

Шкала и критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка (баллы)	Уровень сформированности компетенций	Общие требования к результатам аттестации в форме зачета	Планируемые результаты обучения
«Зачтено»	Высокий уровень	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические	Знать все методы дифференциров

(61-100)		навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки	ания и интегрирования Уметь решать задачи математического анализа Владеть всеми методами и способами доказательств математического анализа
	Базовый уровень	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.	Знать основные методы дифференцирования и интегрирования Уметь решать практические задачи математического анализа Владеть основными методами и способами доказательств математического анализа
	Минимальный уровень	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.	Знать необходимый минимум методов дифференцирования и интегрирования Уметь решать стандартные задачи математического анализа

			Владеть способами доказательств основных фактов
«Не зачтено» (менее 61)	компетенции, закреплённые за дисциплиной, не сформированы	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.	Планируемые результаты обучения не достигнуты

Таблица 6.2

Соответствие форм оценочных средств темам дисциплины

№ п/п	Тема	Форма оценочного средства
1-3	Основные понятия и формулы комбинаторики. Испытания и события. Виды событий. События полной группы и противоположные события. Классическое определение вероятности, простейшие свойства вероятности. Произведение и сумма событий. Теорема сложения, следствия о вероятности событий полной группы и противоположных событий. Условная вероятность, теорема умножения. Теорема сложения для совместных событий. Вероятность появления хотя бы одного события. Понятие о вероятностном пространстве. Понятие о геометрической вероятности. Формула полной вероятности и формула Байеса. Повторные независимые испытания и формула Бернулли. Формула Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Наивероятнейшее число появления событий.	Тест по теоретическому материалу (0-7 баллов)
1-3	Основные понятия и формулы комбинаторики. Испытания и события. Виды событий. События полной группы и противоположные события. Классическое определение вероятности, простейшие свойства вероятности. Произведение и сумма событий. Теорема сложения, следствия о вероятности событий полной группы и противоположных событий. Условная вероятность, теорема умножения. Теорема	Контрольная работа № 1 (0-16 баллов)

	сложения для совместных событий. Вероятность появления хотя бы одного события. Понятие о вероятностном пространстве. Понятие о геометрической вероятности. Формула полной вероятности и формула Байеса. Повторные независимые испытания и формула Бернулли. Формула Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Наивероятнейшее число появления событий.	
4-6	Случайные дискретные величины. Закон распределения, многоугольник распределения. Функция распределения. Равномерное, биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое распределения, распределение Пуассона Числовые характеристики случайных дискретных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, начальные и центральные моменты). Сумма и произведение случайных дискретных величин. Закон больших чисел, теорема Чебышёва	Тест по теоретическому материалу (0-7 баллов)
4-6	Случайные дискретные величины. Закон распределения, многоугольник распределения. Функция распределения. Равномерное, биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое распределения, распределение Пуассона Числовые характеристики случайных дискретных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, начальные и центральные моменты). Сумма и произведение случайных дискретных величин. Закон больших чисел, теорема Чебышёва	Контрольная работа № 1 (0-16 баллов)
7-8	Непрерывные случайные величины, функция распределения и ее свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия. Равномерный, экспоненциальный и нормальный законы распределения. Функция Лапласа. Особая роль нормального распределения и центральная предельная теорема.	Тест по теоретическому материалу (0-7 баллов)
7-8	Непрерывные случайные величины, функция распределения и ее свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия. Равномерный, экспоненциальный и	Контрольная работа № 1 (0-16 баллов)

	нормальный законы распределения. Функция Лапласа. Особая роль нормального распределения и центральная предельная теорема.	
9-10	Двумерная дискретная случайная величина, таблица распределения, частные распределения компонент. Числовые характеристики двумерной дискретной случайной величины – математическое ожидание, ковариационный момент, коэффициент линейной корреляции и его свойства. Требования к статистическим данным, генеральная совокупность и выборка. Повторная, бесповторная, репрезентативная выборки. Первичная обработка данных, статистическое распределение, эмпирическая и теоретическая функции распределения. Полигон и гистограмма. Вариационный ряд и его характеристики (мода, медиана. Статистические оценки числовых параметров. Требования к оценкам (несмещенные, эффективные, состоятельные). Генеральная и выборочная средние. Групповая и общая средние, дисперсии. Точность оценки, доверительная вероятность, доверительный интервалы для математического ожидания и дисперсии нормального распределения. Распределения «Хи квадрат» и Стьюдента.	Тест по теоретическому материалу (0-7 баллов)
9-10	Двумерная дискретная случайная величина, таблица распределения, частные распределения компонент. Числовые характеристики двумерной дискретной случайной величины – математическое ожидание, ковариационный момент, коэффициент линейной корреляции и его свойства. Требования к статистическим данным, генеральная совокупность и выборка. Повторная, бесповторная, репрезентативная выборки. Первичная обработка данных, статистическое распределение, эмпирическая и теоретическая функции распределения. Полигон и гистограмма. Вариационный ряд и его характеристики (мода, медиана. Статистические оценки числовых параметров. Требования к оценкам (несмещенные, эффективные, состоятельные). Генеральная и выборочная средние. Групповая и общая средние, дисперсии. Точность оценки, доверительная вероятность, доверительный интервалы для математического ожидания и дисперсии нормального распределения. Распределения «Хи квадрат» и Стьюдента	Контрольная работа № 1 (0-16 баллов)

Вопросы к зачету.

1. Арифметика событий, теоремы умножения и сложения (формулировки и применение).
2. Теорема сложения вероятностей для совместных событий (с доказательством).
3. Полная вероятность и формула Байеса (утверждения, применение).
4. Функции $\varphi(x)$ и $\Phi(x)$, локальная и интегральная теоремы Лапласа (формулировки, применение).
5. Геометрическая вероятность и задача о встрече.
6. Геометрическое распределение ДСВ, доказательство факта о сумме p_i .
7. Независимые случайные величины, их сумма и произведение, доказательство теорем о $M(X+Y)$, $M(XY)$.
8. Определение дисперсии, вывод формулы для ее вычисления.
9. Теоремы о математическом ожидании и дисперсии числа появления события A в n независимых испытаниях (с доказательством).
10. Непрерывная случайная величина, функция распределения и ее свойства (с доказательствами).
11. Вывод формул для математического ожидания и дисперсии для экспоненциального, нормального и равномерного законов распределения.
12. Неравенство Чебышёва (с доказательством).
13. Формулировки предельных теорем и их применение к решению задач.
14. Функция распределения двумерной случайной величины, формула для определения вероятности попадания значений случайной величины в заданный прямоугольник.
15. Распределение «Хи-квадрат» и распределение Стьюдента.

Практические задания к зачету.

1. Применение теорем умножения и сложения к доказательству фактов, аналогичных следующим:

- доказать, что если событие A влечет за собой событие B , то $P(B) \geq P(A)$;
- для трех совместных событий $P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$.

2. Доказательство дополнительных свойств математического ожидания и дисперсии (задачи в лекциях)

3. Решение задач - см. задачи контрольных работ, а также:

- Что вероятнее: выиграть у равносильного соперника 3 партии из 4 или 5 партий из 6?
- Известно, что 34% людей имеют первую группу крови, 37% - вторую, 21% - третью и 8% - четвертую. Больному с первой группой можно переливать только кровь первой группы, со второй - кровь первой и второй групп, с третьей - кровь первой и третьей групп, и человеку с четвертой группой можно переливать кровь любой группы. Какова вероятность, что произвольно взятому больному можно перелить кровь произвольно выбранного донора?
- Некоторое насекомое с вероятностью $\lambda^k e^{-\lambda} / k!$ откладывает k яиц, где $k=0,1,2,\dots$, а число λ положительно. Вероятность развития потомка из яйца равна p . Какова

вероятность того, что у насекомого будет ровно m потомков? Предположим, что выжило 10 потомков. Какова вероятность, что при этом было отложено 20 яиц?

- В круг радиуса R наугад бросается точка. Найти функцию распределения и плотность распределения расстояния этой точки до центра круга.

- Вероятность выхода из строя за время T одного конденсатора равна 0,02.

Определить вероятность того, что за время T из 100 конденсаторов выйдут из строя: а) не менее 20 конденсаторов; б) менее 28 конденсаторов.

- Для лица, дожившего до двадцатилетнего возраста, вероятность смерти на 21-м году жизни равна 0.006. Застрахована группа 10000 лиц 20-летнего возраста, причем каждый застрахованный внес 120 рублей страховых взносов за год. В случае смерти застрахованного родственникам выплачивается 10000 рублей. Какова вероятность того, что: а) к концу года страховое учреждение окажется в убытке; б) его доход превысит 600000 рублей? Какой минимальный страховой взнос следует учредить, чтобы в тех же условиях с вероятностью 0.95 доход был не менее 400000 рублей?

- Случайная величина X распределена по закону Симпсона (плотность имеет вид равнобедренного треугольника, длина основания которого равна $2a$, а вершина лежит на оси ординат). Запишите выражение для плотности распределения, найдите функцию распределения, постройте ее график и найдите $P(-a/2 < x < a)$.

- Задана плотность распределения $f(x)$ случайной величины X , значения которой лежат в указанном интервале. Найти плотность распределения $g(y)$ случайной величины Y , являющейся функцией от X : а) $Y = 1/X^2, x \in (0; +\infty)$; б) $Y = 1/(1 + X^2), x \in (-\infty; +\infty)$; в)

$$Y = X^3 + 2, x \in (-\infty; +\infty), f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}.$$

4. Нахождение точечных оценок и применение метода моментов.

5. Построение доверительных интервалов (с заданной надежностью) для оценки математического ожидания нормально распределенной СВ X по выборочной средней при известном $\sigma(X)$.

6. Оценка статистических гипотез (как для односторонних, так и для двусторонних критических областей):

- о значении генеральной дисперсии нормальной распределенной X при известной несмещенной выборочной дисперсии;

- о значении математического ожидания нормально распределенной X при известной несмещенной выборочной дисперсии.

(образцы заданий 4-6 смотри в контрольной работе № 3).

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ

Контрольная работа № 1

ЗНАТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ФАКТЫ

1. Основные понятия и формулы комбинаторики (перестановки, сочетания, размещения). *Знать формулы, уметь их применить.*

2. События (достоверные, невозможные, случайные, несовместные). Полная группа событий, противоположные события. *Определения и свои примеры.*

3. Классическое определение вероятности, свойства вероятности (с доказательствами).

4. Сумма событий. Теорема сложения для несовместных событий (с доказательством)

5. Вероятности противоположных событий и событий полной группы (с доказательством).
6. Произведение событий, условная вероятность, теорема умножения.
7. Независимые события, теорема умножения для независимых событий.
8. Формулы полной вероятности, Байеса, Бернулли, Пуассона
9. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.

ОБРАЗЦЫ ЗАДАЧ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ

1. Условная вероятность, обоснование равенства $P(A)P_A(B) = P(B)P_B(A)$
2. Теорема сложения совместных событий (с доказательством).
3. Независимые события, доказательство независимости событий A и $\bar{B}$, $\bar{A}$ и B , $\bar{A}$ и $\bar{B}$ при условии независимости A и B .
4. Формула полной вероятности и формула Байеса (с выводом).

ОБРАЗЕЦ ВАРИАНТА

1. Сколько шестизначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4,5,6? Сколько трехзначных чисел можно составить из этих же цифр, если цифры не должны повторяться? (1б.)
2. Дать определения несовместных событий и противоположных событий. Сформулировать результат о вероятностях противоположных событий (1б.)
3. Из 20 студентов, среди которых 6 отличников, произвольным образом выбрали 5 человек. Какова вероятность, что среди них окажется 4 отличника? (1б.)
4. Три баскетболиста пробивают по одному штрафному броску. Вероятность попадания первого 0,9; второго – 0,6; третьего 0,7. Какова вероятность того, что удачно выполнили штрафные: а) хотя бы один баскетболист; б) два баскетболиста. (2б.)
5. Радиолампа может быть изготовлена на первом заводе с вероятностью 0,3 на втором с вероятностью 0,5 и на третьем с вероятностью 0,2. Вероятность того, что радиолампа не бракованная, для первого завода составляет 0,1; для второго 0,2; для третьего 0,4. Определить вероятность того, что произвольно взятая радиолампа качественная. Какова вероятность, что качественная радиолампа изготовлена на третьем заводе? (2б.)
6. На базу отправлено 500 изделий, причем вероятность повреждения изделия в пути равна 0,002. Какова вероятность того, что в пути повреждено 4 изделия? (1б.)
7. Найти вероятность того, что событие A наступит 1500 раз в 2100 испытаниях, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,7? Какова вероятность, что это событие наступит не менее 1500 раз? (2б.)
8. Товаровед осматривает 20 деталей. Вероятность того, что каждая деталь будет признана качественной, равна 0,6. Найти вероятность признания годными наивероятнейшего числа деталей. (2б.)
9. Дайте определение независимых событий и докажите независимость событий A и $\bar{B}$ при условии независимости A и B . (2б.)

Контрольная работа № 2

1. ДИСКРЕТНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ (ДСВ)

- знать определение ДСВ, закона распределения и функции распределения ДСВ;
- уметь по заданному закону распределения построить многоугольник распределения, функцию распределения и ее график;
- уметь построить закон распределения по текстовым задачам

2. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДСВ.

- биномиальный (знать постановку задачи, общие формулы, уметь строить закон распределения в конкретных случаях);
- закон Пуассона (знать постановку задачи, общие формулы, уметь строить закон распределения в конкретных случаях);
- геометрический (знать постановку задачи, общие формулы, уметь строить закон распределения в конкретных случаях; уровень «4» и «5» - уметь доказать, что сумма вероятностей сходится к 1);
- гипергеометрический (знать постановку задачи, общие формулы, уметь строить закон распределения в конкретных случаях);

3. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИСКРЕТНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

- знать определения и смысл математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения;
- уметь находить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ по заданным законам распределения;
- выводить формулу для вычисления дисперсии ДСВ (уровень «4» и «5»)
- знать основные свойства математического ожидания и дисперсии, связанные с константой (уровень «4» и «5» - с выводом);
- знать понятия «независимые дискретные величины» и их произведение; знать формулу для определения математического ожидания произведения независимых ДСВ (уровень «4» и «5» - с выводом);
- знать понятия «независимые дискретные величины» и их сумма; знать формулу для определения математического ожидания суммы независимых ДСВ (уровень «4» и «5» - с выводом);
- знать формулы для определения математического ожидания и дисперсии ДСВ X - числа появлений события A в n независимых испытаниях (уровень «4» и «5» - с выводом);
- применять свойства математического ожидания и дисперсии на практике (к задачам, аналогичным N 34 по задачку Луценко или для вычислений, аналогичных поиску $M(5X-3Y)$);
- уметь решать задачи, поставленные на лекции.

4. НЕПРЕРЫВНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ (НСВ)

- знать понятие о НСВ и ее функции распределения (понятия);
- знать основные свойства функции распределения НСВ (уровень «4» и «5» - с выводом);
- знать понятие о плотности распределения НСВ и связь между плотностью распределения и функцией распределения; уметь находить одну характеристику, зная другую, строить их графики;
- знать определения числовых характеристик НСВ, формулу для нахождения дисперсии НСВ (уровень «4» и «5» - с выводом), уметь их находить;
- уметь доказывать свойства математического ожидания и дисперсии (для $M(C)$, $M(CX)$, $D(C)$, $D(CX)$);
- равномерное распределение (постановка задачи, плотность распределения, функция распределения, математическое ожидание и дисперсия - уровень «4» и «5» с выводом, практическое применение);

- экспоненциальное распределение (плотность распределения, функция распределения, математическое ожидание и дисперсия - уровень «4» и «5» с выводом, практическое применение, определение вероятности того, что НСВ X принимает значение в интервале $(a;b)$);

6. НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

- знать понятия плотность распределения, математическое ожидание и дисперсия - уровень «4» и «5» с выводом, смысл параметров в плотности распределения;
- знать понятия общего и нормированного распределений, их функции распределения;
- уметь найти вероятность попадания нормированной или нормально распределенной НСВ в числовой интервал (связь с функцией Лапласа);
- знать понятие нормальной кривой и уметь охарактеризовать ее поведение по параметрам плотности распределения;
- уметь находить вероятность отклонения и знать правило трех сигм;

7. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ (знать формулировки)

- неравенство Чебышёва (уровень «4» и «5» с доказательством);
- теорема Чебышёва, следствие теоремы Чебышёва и его суть;
- теорема Бернулли;
- основная предельная теорема.

ОБРАЗЕЦ ВАРИАНТА

1. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x/8, & 0 < x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases}$$

Построить график плотности распределения. Найти функцию

распределения и построить ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение этой случайной величины. (4 балла)

2. Из коробки с пятью синими и тремя зелеными карандашами наугад взяли 2. Составить закон распределения дискретной случайной величины X - числа синих карандашей из взятых. (2 балла)

3. Дать определение дисперсии для дискретной случайной величины, перечислить свойства (без дополнительных определений), доказать формулу $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$. (2 балла)

4. Дискретные случайные величины X и Y заданы табличными законами распределения. Не строя закон распределения дискретной случайной величины $Z=2X-XY+Y$, найти $M(Z)$. (1 балл)

X	1	3	5
P	0,4	0,4	0,2

Y	-2	0	3
Q	0,3	0,6	0,1

5. Все значения дискретной случайной величины находятся в числовом интервале $[3; 13]$. Докажите, что выполняется неравенство $3 \leq M(X) \leq 13$. (1 балл)

6. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону с функцией распределения $F(x) = 1 - e^{-3x}$, $x \geq 0$ (при $x < 0$ $F(x) = 0$). Записать плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию. Определить вероятность попадания значений X в числовой интервал $(0,2; 0,7)$. (2 балла)

7. Непрерывная случайная величина X подчинена нормальному закону и имеет математическое ожидание $m = -2$ и дисперсию $D = 16$. Записать плотность распределения, найти границы симметричного относительно m интервала, в который X попадает с вероятностью 0,823. (2 балла)

8. Вероятность появления события в одном испытании $1/4$. Определить среднее значение числа появления события в серии из 100 испытаний и оценить вероятность того, что число появления события в этой серии отклоняется от своего среднего значения не менее чем на 10 раз. (2 балла)

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Литература

1. Общий курс высшей математики для экономистов. Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2000. *(весь лекционный курс)*
2. Сборник задач по высшей математике для экономистов. Под ред. В.И.Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2001. *(весь практический курс)*
3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ, 2003
- 4 Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 1977 или любое более позднее издание.
- 5 Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М., Высшая школа, 1977 или любое более позднее издание.
- 6 Луценко А.И. Задачи по теории вероятностей. Ростов-на-Дону, 1998 (2003).
- 7 Справочник по математике для экономистов. Под ред. В.И.Ермакова. М.: Высшая школа, 1987. *(все лекции и практические занятия)*

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. <http://window.edu.ru/window/library>
2. <http://math.ru/lib/3>

8 . Материально-техническое обеспечение

Аудитории, оборудованные досками для мела, компьютерные классы, оборудованные для проведения практических занятий, библиотека и читальный зал, подключенные к сети Интернет.

